KARL SCHILLER

EINFÜHRUNG IN DAS STUDIUM DER VERÄNDERLICHEN STERNE

LEIPZIG

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

S.

Einführung

in das Studium der

veränderlichen Sterne

von

Dr. Karl Schiller

Oberassistent an der Universitätssternwarte in Leipzig

Mit 45 Abbildungen im Text

200488
11/2/26

1923

LEIPZIG · VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

Copyright by Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1923.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Germany

Vorwort.

Bei dem ungeheueren Aufschwung, den die Forschung auf dem Gebiet der veränderlichen Sterne in dem letzten Vierteljahrhundert genommen hat, muß es als sonderbar bezeichnet werden, daß dieser Zweig der Astrophysik in der deutschen Literatur bis jetzt noch keine eingehendere zusammenfassende Darstellung erfahren hat, zumal da das Interesse an diesem Gegenstand durchaus nicht auf die Fachastronomen beschränkt ist, sondern sich auch Liebhaber, oft sogar mit großem Erfolg, auf diesem Feld betätigt haben. Zwar befindet sich gegenwärtig ein großes Werk über die Veränderlichen von *J. G. Hagen* in Bearbeitung, und mehrere Lieferungen sind bereits erschienen, aber es kommt mit seinen vielen Einzelheiten in der Behandlung des Stoffes nur für denjenigen in Betracht, der mit der Materie schon einigermaßen vertraut ist. Als Nachschlagewerk und namentlich als umfassende Quellensammlung ist es für den Spezialisten von ganz außerordentlichem Wert, für den Unkundigen dagegen, der erst eine Einführung in dieses Gebiet sucht und sich einen Überblick verschaffen will, dürfte es weniger geeignet sein. In der Darstellung der Wege, auf denen man zu den Beobachtungsresultaten gelangt, ist das Buch sogar ziemlich einseitig, weil es zwar die klassischen Schätzungsmethoden sehr eingehend behandelt, die übrigen dagegen nur streift. Dies ist durch die Abgrenzung der Aufgabe bedingt, die sich *Hagen* gestellt hat, und wird für den Astrophysiker kaum von Nachteil sein, da er im allgemeinen wohl über die Forschungsmethoden seiner Wissenschaft hinreichend unterrichtet ist. Nun sind über die Methoden der astrophysikalischen Forschung seit mehr als zwei Jahrzehnten keine eingehenden Werke mehr erschienen, seitdem sind aber durch die Einführung der photographischen, und vor allem in neuester Zeit der photoelektrischen Helligkeitsmessungen solche Fortschritte erzielt worden, daß es notwendig erscheint, eine Beschreibung dieser Methoden der Behandlung des eigentlichen Gegenstandes voraus-

zuschicken, damit man sich ein Urteil über die Daten bilden kann, auf die sich die Ergebnisse der Forschung gründen.

Es bestehen also deutlich zwei Lücken in der astronomischen Literatur: 1. fehlt eine kurze zusammenfassende Behandlung des Gebietes der veränderlichen Sterne und 2. als Einführung in dieses Gebiet eine Darlegung der Forschungsmethoden.[1])

Diesem Mangel sucht das vorliegende Buch abzuhelfen: es erläutert die astrophysikalischen Beobachtungsmethoden und behandelt das eigentliche Thema nach dem neuesten Stande, wobei die Forschungsmethoden nur insoweit beschrieben werden, als es ihre Anwendung auf das Gebiet der veränderlichen Sterne erfordert.

Bei der Durchsicht der Fahnenkorrekturen unterstützten mich freundlichst die Herren Prof. Dr. *Guthnick* und Dr. *Prager* in Neubabelsberg; sie mußten jedoch leider wegen Überlastung durch dienstliche Geschäfte schon nach Erledigung der ersten Hälfte ihre Mithilfe aufgeben. Auf meine Bitte sprangen die Herren Prof. Dr. *C. Wirtz* und Dr. *Hellerich* in Kiel bereitwilligst ein, so daß die Korrekturen ohne allzu große Verzögerung zu Ende geführt werden konnten. Ich verdanke diesen Herren manchen Hinweis aus der seit 1915 in Amerika erschienenen Literatur, die mir hier nicht zugänglich war. Wenn es außerdem geglückt ist, das Buch von Unebenheiten, Unklarheiten und Druckfehlern einigermaßen frei zu halten, so ist dies ebenfalls zum großen Teil auf ihre Bemühungen zurückzuführen. Für ihre Liebenswürdigkeit möchte ich ihnen auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Dem Verlag bin ich für die gute Ausstattung des Buches zu Dank verpflichtet.

Leipzig, August 1922.

Karl Schiller.

---

[1]) Die während des Krieges in Amerika erschienene „Introduction to the Study of Variable Stars" von *Caroline E. Furness* dürfte wegen ihres Preises in Deutschland kaum größere Verbreitung finden.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1
Definition. Geschichtliches.

Erster Abschnitt.

Die astrophysikalischen Grundlagen.

1. Kapitel. Die Einteilung der veränderlichen Sterne 7
Einteilungsprinzipien. Die *Pickering*sche Klassifikation. Die Merkmale der einzelnen Klassen. Andere Klassifikationen.

2. Kapitel. Die Grundlagen der Photometrie 22
Vorbemerkung. Photometrische Gesetze. Das psychophysische Gesetz. Die Größenklasse. Das *Pogson*sche Gesetz. Anwendungen. Das *Purkinje*-Phänomen.

3. Kapitel. Die Grundzüge der Spektralanalyse 38
Einleitende Übersicht. Das Sonnenspektrum. Die Spektralklassen der Gestirne nach *Secchi*, *Vogel*, *Cannon*, *Maury* und *Lockyer*. Die *Lockyer-Hertzsprung-Russell*sche Theorie. Das *Doppler*sche Prinzip.

4. Kapitel. Die Farben der Sterne 66
Die subjektiven Farbenschätzungen. Die Farbenskalen. Der Farbenindex. Die effektive Wellenlänge. Die Minimalwellenlänge. Die effektive Temperatur. Zusammenhang zwischen Spektraltypen und Farbenäquivalenten.

Zweiter Abschnitt.

Praktische Photometrie.

5. Kapitel. Die Helligkeitsbestimmungen ohne Meßinstrumente . . 79
Das Auge. Schätzungen nach der Gedächtnisskala. Die Vergleichungsmethoden. Vorsichtsmaßregeln und Winke für den Beobachter. Ableitung der Helligkeit aus den Beobachtungen.

6. Kapitel. Die visuelle Photometrie 95
Die photometrischen Prinzipien. Die Blenden. Das *Nicol*sche Prisma. Das *Rochon*sche Prisma. Das *Zöllner*sche Photometer. Die Photometer von *Pickering*. Das Keilphotometer. Vergleichung und Verbesserungen der Haupttypen.

7. Kapitel. Die photographischen Helligkeitsbestimmungen . . . 114
Die Durchmessermethode.
Die Helligkeitsbestimmung aus dem Schwärzungsgrad: Die Schwärzung. Das Reziprozitätsgesetz. Die Herstellung der

Seite

Himmelsaufnahmen. Das Ausmessen der Platten, Mikrophotometer. Das Schwärzungsgesetz. Die Gestalt der Schwärzungskurve. Ableitung der Größen aus Einzelaufnahmen. Wiederholte Aufnahmen. Beispiel. Die Aufnahmen mit Gittern. Die Gesichtsfeldkorrektur. Das Verhalten des Exponenten *q*.

8. Kapitel. Die photoelektrischen Methoden der Helligkeitsmessung 140
Die Selenzelle. Die Alkalizelle.

9. Kapitel. Zusätze zur Photometrie 146
Untere Grenze der Meßbereiche. Die Genauigkeit der verschiedenen Methoden. Physiologische Fehlerquellen. Die Spektralphotometrie.

10. Kapitel. Die Extinktion 156
Theorien. Die Abhängigkeit von der Temperatur und dem Luftdruck. Der Transmissionskoeffizient. Die Abhängigkeit von der Wellenlänge. Die Befreiung der Beobachtungen vom Einfluß der Extinktion (Absorption). Der Einfluß des Himmelshintergrundes. Das störende Nebenlicht. Zehn Gebote für den Beobachter.

Dritter Abschnitt.

Die Bearbeitung der veränderlichen Sterne.

11. Kapitel. Die Benennung 172
Die erste vorläufige Bezeichnung. Die Bezeichnung der AG, des Annuaire, nach *André*, *Chandler* und *Harvard*. Die Bezeichnung der Variabeln in Sternhaufen.

12. Kapitel. Die Sternverzeichnisse und Karten 175
Die Positionskataloge. Die photometrischen Kataloge. Farbenkataloge. Spektralkataloge. Sternkarten. Verzeichnisse, Ephemeriden und Karten für veränderliche Sterne.

13. Kapitel. Die Bearbeitung der Beobachtungen 192
Die Zeit. Die Lichtgleichung. Die Skalen. Technisches Verfahren zur Herstellung der Stufenskala. Beziehung verschiedener Stufenskalen aufeinander. Verbindung von Stufen- und photometrischen Skalen. Beispiel.

14. Kapitel. Die Bestimmung der Elemente des Lichtwechsels . . 209
Die Ableitung der Lichtkurve und die Beobachtungsfehler. Die Bestimmung der Hauptphasen. Die Bestimmung der Periode. Scheinbare und wirkliche Periodenlänge. Die Lichttabellen und Formeln für die Lichtkurven.

Vierter Abschnitt.

Lichtwechselhypothesen.

15. Kapitel. Erklärungsversuche für die bei den Neuen Sternen beobachteten Erscheinungen 228
Die Erscheinungen, Hypothesen. Die Theorien des Spektrums. Die Nebelmaterie. Der Erklärungsversuch von *Nölke*.

Seite

16. Kapitel. Die langperiodischen Veränderlichen 246
Der Lichtverlauf und die Periode der Mira-Sterne. Farbe, Spektrum und Radialbewegung. Die Erklärungen des Lichtwechsels. *Turner*s Untersuchung. Die *Phillips*sche Einteilung nach Reihenkoeffizienten. Die Klassen II b, c und III.

17. Kapitel. Die Blinksterne 261
Allgemeine Eigenschaften. Verschiedene Erklärungsversuche für den Lichtwechsel. Die Fleckentheorie. Die Pulsationstheorie. Der Erklärungsversuch von *Bottlinger*. *Hagen*s Ansichten über das Blinksternproblem. Die kometarische Theorie. Verallgemeinerung der *Guthnick*schen Theorie und Verwandtschaft zwischen den verschiedenen Arten von eigentlichen Veränderlichen.

Fünfter Abschnitt.

Die Theorie der Verfinsterungsvariabeln.

18. Kapitel. Der Lichtverlauf in seiner Abhängigkeit von den Verhältnissen im System 283

19. Kapitel. Die Bahnbestimmung 288
Geschichtlicher Überblick. Die Elemente des Systems. Geometrische Behandlung der Bedeckung. Helligkeits- und Radienverhältnis der Komponenten. Der Einfluß der elliptischen Gestalt der Komponenten. Die Reflexion. Der Periastroneffekt. Die Bestimmung des Radienverhältnisses und die Ableitung der theoretischen Lichtkurve nach *Russell*. Die Ermittlung der Bahnelemente. Ableitung der Elemente unter der Annahme nicht gleichförmig heller Sternscheiben. Die physikalischen Bestimmungsstücke: Oberflächenhelligkeit, Dichte und Masse. Gang der Berechnung einer Bahn nebst Beispielen.

Sechster Abschnitt.

Systematische Studien.

20. Kapitel. Statistik 342
Zusammenhang zwischen Periodenlänge, Anzahl, Amplitude, Farbe und Spektraltypus aller Klassen. Zusammenhang zwischen den Elementen der Bedeckungsveränderlichen. Über die vermutliche Anzahl der noch unentdeckten Veränderlichen.

21. Kapitel. Die Stellung der veränderlichen Sterne zur Milchstraße und im Raum 357

Anhang. Tafeln zur Bahnbestimmung 371

Namenregister 375

Sachregister 378

Häufig gebrauchte Abkürzungen.

Abh. = Abhandlungen.
AG = Astronomische Gesellschaft.
Akad. d. Wiss. = Akademie der Wissenschaften.
Ann. = Annalen, Annales, Annals.
APO = Astrophysikalisches Observatorium.
Beob. = Beobachtungen.
Ber. = Berichte.
Comm. = Communications.
Contrib. = Contributions.
Denkschr. = Denkschrift.
Ges. d. Wiss. = Gesellschaft der Wissenschaften.
J. = Journal.
Mem. = Memoirs.
M. d. kl. Qu. = Methode der kleinsten Quadrate.
Mitt. = Mitteilungen.
NS = Neue Serie, nouvelle série.
Obs. = Observatoire, Observatory.
Proc. = Proceedings.
Publ. = Publications.
RS = Royal Society.
Sitzber. = Sitzungsberichte.
Soc. = Society, Società.
Spec. Astr. Vat. = Specola Astronomica Vaticana.
Stw. = Sternwarte.
Unters. = Untersuchungen.
VAP = Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik.
Veröff. = Veröffentlichung.

AJ = The Astronomical Journal. Albany.
Aktin. = Göttinger Aktinometrie.
AN = Astronomische Nachrichten. Kiel.
Ann. d. Phys. = Annalen der Physik. Leipzig.
ApJ = The Astrophysical Journal. Chicago.
Auff. = Aufforderung an Freunde der Astronomie (Schumachers Jahrbuch 1844. S. 122—255).
Beob. Erg. d. Stw. Berlin = Beobachtungsergebnisse der Sternwarte in Berlin.
BuR = Beobachtungen und Rechnungen (Bonner Beobachtungen Bd. 7. 1869).
CR = Comptes rendus hebdomadaires. Paris.
HA = Annals of the Observatory of Harvard College. Cambridge (Mass.).
HC = Harvard College Observatory. Circular. Cambridge (Mass.).
Lick Bull = Bulletin of the Lick Observatory. Mount Hamilton.
Mem. *RAS* = Memoirs of the Royal Astronomical Society. London.
MN = Monthly Notices of the Royal Astr. Society. London.
Obs. = The Observatory. London.
Phil. Trans. = Philosophical Transactions of the Royal Society. London.
Phys. Z. = Physikalische Zeitschrift. Leipzig.
Plan = Pickering, A Plan for securing observations of variable stars. Cambridge 1882.
Pop. Astr. = Popular Astronomy, a critical Review of Astronomy and allied Sciences. Northfield.
Proc. Amer. Acad. = Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Cambridge.
Scientia = Rivista di Scienza. Bologna.
Veröff. Berlin-Bbg. = Veröffentlichung der Sternwarte Babelsberg bei Berlin.
VJS = Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Leipzig.
Z. f. Instrk. = Zeitschrift für Instrumentenkunde. Berlin.
Z. f. techn. Physik = Zeitschrift für technische Physik. Leipzig.

Einleitung.

Definition.

Ein Stern heißt veränderlich, wenn er für uns nicht immer in konstanter Helligkeit erscheint, sondern wenn wir an seiner Lichtstärke innerhalb kürzerer oder längerer Zeiträume Schwankungen wahrnehmen.

Die Wissenschaft der veränderlichen Sterne beschäftigt sich mit der Beobachtung, Berechnung und Erklärung dieser Lichtschwankungen. Sie beschränkt sich dabei auf die kosmischen Lichtänderungen, während terrestrische Einflüsse wie Absorption in der Erdatmosphäre, Funkeln, Überstrahlung durch Nebenlicht, als Störungen in den Beobachtungen angesehen und, wenn möglich, in Rechnung gestellt werden.

Der Wissenszweig der Veränderlichen bildet einen Teil der Astrophysik. Er ist auf die Fixsternwelt beschränkt, und die Mitglieder des Sonnensystems werden nicht zu den veränderlichen Sternen gezählt, obwohl sie ihre Helligkeit merkbar verändern. Diese Abtrennung kann damit gerechtfertigt werden, daß es sich um Körper handelt, die zum großen Teil reflektiertes Licht aussenden, und daß bei der Erklärung ihrer Lichtschwankungen meistens die physikalischen Ursachen von vornherein bekannt sind. Bei der Sonne sind, trotz ihrer Fleckenbildung, Schwankungen ihrer Gesamthelligkeit bis jetzt noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen, eher ist das Gegenteil festgestellt worden.[1])

Wenn die wechselnde Fleckenbildung auf der Sonne mit einer Änderung ihrer Gesamthelligkeit verknüpft wäre, so würde ein sehr weit entfernter Beobachter unser Tagesgestirn als veränderlichen Stern mit geringer Lichtamplitude und nahezu elfjähriger Periode erkennen. Würden sich alle Flecken nach einer Stelle des Sonnen-

[1]) Vgl. Veröff. d. Stw. Berlin-Bbg. II 3, S. 199ff. (1918).

äquators zusammendrängen, so käme in den Lichtschwankungen auch noch die Periode der Rotation zum Ausdruck (ausgenommen wenn sich der Beobachter in der Verlängerung der Umdrehungsachse befindet). Wäre er mit sehr feinen Lichtmeßinstrumenten ausgestattet und stände er nahe genug der Ebene der Ekliptik, so würde er die Vorübergänge der Planeten über die Sonnenscheibe als Verminderung ihrer Helligkeit wahrnehmen. Übertragen wir diese hypothetischen Fälle auf die anderen Fixsterne, so sehen wir, daß ihre Helligkeitsschwankungen sowohl wirkliche als auch scheinbare sein können.

Die Lichtänderungen der Sterne umfassen, theoretisch wenigstens, sowohl die Quantität, als auch die Qualität des Lichts, d. h. Intensität und Farbe. Zur Beobachtung gehören deshalb sowohl rein photometrische, als auch spektroskopische, spektralphotometrische und kolorimetrische Bestimmungen.

Geschichtliches.[1])

Es ist eigentümlich, daß die alten Astronomen niemals die Veränderung der Helligkeit eines der ihnen bekannten Fixsterne bemerkt haben, obwohl sie den Himmel lange gewissenhaft beobachteten. Vielleicht war daran die vorgefaßte Meinung schuld, daß die Sterne etwas festes, unveränderliches und ewiges seien.

Die erste sicher verbürgte Beobachtung eines veränderlichen Sterns fällt in das Jahr 1596. Im August fand der friesische Pfarrer *David Fabricius*, ein früherer Schüler und Gehilfe *Tycho Brahe*s, im Sternbild des Walfisches einen Stern dritter Größe, den er früher nie gesehen hatte, und der in keinem Katalog eingetragen war. Als er im Oktober desselben Jahres wieder nach dem Objekt suchte, war es verschwunden, und wahrscheinlich bemerkte er jetzt erst, daß er einen neuen Stern beobachtet hatte. Sonst wäre es kaum zu verstehen, daß er seine so wichtige Entdeckung nicht früher bekannt gemacht hatte. Sie erregte überhaupt kein Aufsehen bei den Fachleuten und erst acht Jahre später finden sich in zwei Schriften *Kepler*s dürftige Nachrichten darüber. Bald war sie ganz vergessen, und erst als *Holward*, Professor in Franecker (nieder-

[1]) Die ausführliche Vorgeschichte findet man von *Argelander* in *Auff.* S. 207—212, die der ersten entdeckten Variabeln in *BuR.* Über Geschichte, Beobachtungen und Bearbeitungen einzelner Sterne findet man die notwendigen Quellen in der „Geschichte und Literatur der veränderlichen Sterne". Publ. der *AG.*

ländisch Friesland) im Dezember 1638 bei Gelegenheit einer Mondfinsternis im Walfisch einen neuen Stern bemerkte, seine Helligkeit im Januar des folgenden Jahres abnehmen sah, ihn dann wieder im August von neuem beobachtete und seine Lichtschwankungen wahrnahm, wurde man an jenen Stern des *Fabricius* erinnert. Man fand, daß er an derselben Stelle des Himmels stand, an der schon *Bayer* in seinen Karten einen Stern, aber nur vierter Größe, mit dem griechischen Buchstaben *o* eingetragen hatte. *Holward* erkannte zum erstenmal, daß sich ein Stern nur von Zeit zu Zeit und in veränderlicher Größe zeigen, aber in der Zwischenzeit sogar für das Fernrohr unsichtbar werden kann. Obgleich diese Erscheinungen außerordentlich auffallend sein mußten, so wurden sie doch nur sehr unvollständig beobachtet, so von *Fullenius,* einem Kollegen *Holwards*, von *Jung* in Hamburg und *Hevelius* in Danzig. Erst im Jahre 1660 fing *Hevel* an, den Stern eifriger zu verfolgen. Ihm folgten bald französische Astronomen: *Bouillaud* bemerkte zuerst, daß der Lichtwechsel einen ziemlich regelmäßigen Verlauf nimmt, daß er eine Periode von nahezu elf Monaten hat, und daß der Stern innerhalb dieser Zeit von seiner größten Helligkeit abfällt, mehrere Monate hindurch unsichtbar bleibt und dann von neuem zum größten Licht ansteigt. *Bouillaud* und besonders später *Jakob Cassini* zeigten aber auch schon, daß die Periode nicht vollkommen gleichförmig ist, und daß der Stern in seinem Maximum, der Zeit der größten Helligkeit, nicht stets die gleiche Leuchtkraft erreicht. Die Beobachtungen ergaben, daß er manchmal bis zur zweiten, oft aber auch nur bis zur dritten oder vierten Größenklasse ansteigt. Aber niemand dachte daran, zur gründlichen Erforschung dieses Himmelskörpers genaue und kontinuierliche Beobachtungen mit Beharrlichkeit durchzuführen.

Auch als zwei neue Veränderliche, der Stern χ Cygni von *Gottfried Kirch* (1686), und 30 Hevelii Hydrae von *Maraldi* (1704) entdeckt wurden, trat in dieser Sorglosigkeit kein Wechsel ein. Ebensowenig brachte die Bemerkung von *Montanari* und *Maraldi,* daß der Stern Algol im Perseus manchmal schwächer erscheine, eine Änderung. Man begnügte sich damit, zuweilen, oft in monate- oder jahrelangen Zwischenzeiten, ungefähr die Größe dieser Sterne anzugeben und aus solchen Beobachtungen dann die Perioden des Lichtwechsels roh zu bestimmen.

Dieser Zustand dauerte bis gegen Ende des achtzehnten Jahrhunderts, erst dann erwachte für die veränderlichen Sterne etwas

mehr Interesse. Zwei englische Astronomen, *John Goodricke* und *Edward Pigott* bestimmten aus ihren Beobachtungen die Periode von Algol und entdeckten die Veränderlichkeit anderer Sterne, wie die von η Aquilae, β Lyrae und δ Cephei. Der ältere *Herschel* fand, daß α Herculis ein Veränderlicher sei. Von Beobachtern dieser Sterne sind aus der damaligen Zeit noch *Koch* in Danzig, *Harding*, *Bode*, *Olbers* und vor allen *Wurm* zu nennen. *Wurm* war ein sehr eifriger und guter Beobachter, aber seine Messungen sind leider nie bekannt geworden. Er begnügte sich damit, die Resultate bekannt zu geben, die er aus seinen und seiner Vorgänger Beobachtungen ableitete, ein Verfahren, das durchaus unangebracht ist. *Olbers* verdanken wir zwei Aufsätze, die die überaus sorgfältige Bearbeitung der Beobachtungen von χ Cygni enthalten.

Nach längerer Pause nahm sich *Westphal* in Danzig wieder der Veränderlichen an und beobachtete in den Jahren von 1817—1819 alle, die bis dahin bekannt waren. Leider hat er aber dabei nicht die nötige Sorgfalt verwendet, und nachdem sein Eifer erlahmt war, gerieten die veränderlichen Sterne wieder für ein Jahrzehnt in Vergessenheit. Erst um die Mitte der dreißiger Jahre des verflossenen Jahrhunderts nahm Sir *John Herschel* auf der Südhalbkugel ihre Beobachtung wieder auf, wobei sich sein Interesse hauptsächlich dem merkwürdigen Stern η Carinae zuwandte. Außerdem stellte er die Veränderlichkeit von α Cassiopeiae, α Orionis und α Hydrae fest.

In den vierziger Jahren endlich beginnt die systematische Erforschung der veränderlichen Sterne durch *F. W. A. Argelander*, den man als den eigentlichen Begründer dieses neuen Zweiges der Astronomie ansehen muß. Nicht nur hat er diesem Gebiet sein Interesse mit unermüdlicher Ausdauer zugewandt, er hat vor allem brauchbare Beobachtungsmethoden ausfindig gemacht und auch bei seinen Schülern den Eifer für diesen Gegenstand erweckt und wach zu halten gewußt. Unter ihnen sind vor allem *E. Heis*, *J. Schmidt* und *J. A. C. Oudemans* zu nennen, später folgten *A. Winnecke*, *A. Krueger* und *E. Schönfeld*.

Auch in anderen Ländern fing man nun bald an, diesem Wissenszweig Beachtung zu schenken. Vor allem müssen die großen Verdienste *N. Pogsons* hervorgehoben werden, den man als den Begründer der englischen Schule bezeichnen kann. Die *Argelander*sche und die *Pogson*sche Schule unterscheiden sich vor allem in den Arten der Beobachtung, die zwar rein äußerlich eine gewisse Ähnlichkeit haben, in ihrem inneren Wesen jedoch gänzlich voneinander

verschieden sind. Wie später noch genauer ausgeführt wird, ist bei *Argelander* der Maßstab für die Helligkeitsbestimmung dem Beobachter angepaßt und rein individuell, bei *Pogson* dagegen ist er in ein äußerlich festgelegtes System hineingebracht. Von *Pogson* stammt außer einigen Methoden, die die Bearbeitung der Beobachtungen betreffen, auch ein Plan zu einem Spezialatlas der Veränderlichen, der aber nicht durchgeführt wurde.

Unter den Förderern des Wissenszweiges der veränderlichen Sterne sind noch zu nennen: *Hind, Knott, J. Baxendell, Gore* und *Espin* in England, ferner *Goldschmidt, Monchy* und *Chacornac* in Frankreich, *G. P. Bond* in Nordamerika und *Lindemann* in Rußland.

In Amerika beginnt der Aufschwung des neuen Wissenszweiges um das Jahr 1880. Die Beobachter sind dort deutlich in zwei Gruppen geschieden, die eine Gruppe besteht aus Anhängern der Bonner Schule und ist von *S. C. Chandler* ins Leben gerufen, während die andere die englische Schule bevorzugt und mit dem Namen *E. C. Pickering* aufs engste verknüpft ist.

In Europa waren zur gleichen Zeit nur noch vereinzelte Beobachter für die veränderlichen Sterne tätig, wie *A. Šafařík* in Böhmen und *C. E. Peek* in England. In Deutschland war das Interesse ganz abgeflaut, wahrscheinlich weil andere Arbeiten, die auf dem Gebiete der Positionsbestimmung von Fixsternen lagen, in den Vordergrund getreten waren. Glücklicherweise dauerte diese Pause nicht allzulange: seit dem Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts ist wieder ein neuer Aufschwung zu verzeichnen.

Um die Wende des Jahrhunderts erwachte die junge Wissenschaft fast in allen Ländern zu neuem Leben. Dies ist vor allem der Wirksamkeit von einigen Gesellschaften zu danken, die sich zur Aufgabe machten, die Aufmerksamkeit ihrer Mitglieder auf dieses Feld zu lenken, zum Beobachten anzuspornen und auch Laien für die Sache zu gewinnen. Besondere Verdienste haben sich in Deutschland die Astronomische Gesellschaft, und die Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik, in Amerika hauptsächlich *E. C. Pickering* erworben. In Nordamerika bildeten sich mehrere Gesellschaften, die zum Teil den Zweck verfolgten, ein möglichst brauchbares Beobachtungsmaterial zusammenzubringen. Auch im europäischen Ausland besteht jetzt eine Reihe wissenschaftlicher, zum Teil populärer Vereinigungen, so in Belgien, England, Italien, Frankreich und Spanien, die fast alle ihre eigenen Publikationsorgane

haben. Die Verbesserung der Hilfsmittel zum Beobachten, die Verbreitung von Verzeichnissen und Sternkarten trugen wesentlich zur Förderung dieser Wissenschaft bei. Der Erfolg zeigt sich u. a. in dem Anschwellen der Verzeichnisse der veränderlichen Sterne und dem Ansteigen der Zahl der Entdeckungen: Bei Beginn von *Argelander*s Tätigkeit (1840) betrug die Anzahl der bekannten Variabeln noch nicht 20, bis jetzt ist sie auf etwa 4000 gewachsen. Dieser ungeheuere Aufschwung ist allerdings zum Teil auch der Einführung der photographischen Technik in die Beobachtungskunst zuzuschreiben.

Erster Abschnitt.

Die astrophysikalischen Grundlagen.

Erstes Kapitel.

Die Einteilung der veränderlichen Sterne.

Einteilungsprinzipien.

Die Einteilung der Variabeln in Klassen kann nach verschiedenen Gesichtspunkten vorgenommen werden, entweder nach dem Augenschein, d. h. nach dem, was wir beobachten, also nach der Art der Lichtschwankungen, oder nach den physikalischen Ursachen, die diese Schwankungen hervorbringen. Streng lassen sich diese beiden Prinzipien nicht voneinander trennen, da der Augenschein immer in physikalischen Erscheinungen seinen Grund hat. Es könnte nur die Möglichkeit vorhanden sein, daß zwei verschiedene physikalische Ursachen den gleichen Schein erzeugen. Insofern wäre jede Einteilung nach physikalischen Ursachen vorzuziehen. Da wir aber noch weit davon entfernt sind, alle Erscheinungen, die wir an veränderlichen Sternen beobachten, einwandfrei physikalisch erklären zu können, so müssen wir uns einer Einteilung bedienen, bei der der Schein als Hauptargument, die physikalische Ursache als Nebenargument auftritt. Da unsere Beobachtungen, auf denen der Schein beruht, unvollkommen sind, so ist es nicht zu verwundern, daß die einzelnen Klassen nicht so scharf voneinander getrennt sind, als daß nicht Vermischungen und Übergänge auftreten.

Ehe wir an die Aufzählung und Beschreibung der einzelnen Klassen von Veränderlichen gehen, ist es nötig, noch ein wichtiges Hilfsmittel zum Erkennen der Art und Weise zu erwähnen, wie sich die Änderung der Helligkeit, d. h. der Lichtwechsel vollzieht. Wie in vielen Zweigen der Naturwissenschaften, so hat sich auch

bei dem Studium der veränderlichen Sterne die graphische Darstellung als ein ganz vorzügliches Mittel zur Veranschaulichung erwiesen. Die beiden Hauptelemente, die die Beobachter von Veränderlichen angeben, sind die Zeit und die Helligkeit zu dieser Zeit; dasjenige, was man zuerst erkennen möchte, ist der Zusammenhang zwischen diesen beiden Elementen. Er wird uns schnell klar, wenn wir zur graphischen Darstellung schreiten. Tragen wir auf karriertem, sog. Koordinatenpapier, in der einen Richtung die Zeiten der Beobachtungen als Strecken mit willkürlich gewählter Einheit, in der dazu senkrechten Richtung in gleicher Weise die entsprechenden Helligkeiten auf, so ergibt jede Beobachtung einen Punkt. Die Verbindung dieser Punkte in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge gibt uns ein ungefähres Bild des Verlaufs der Helligkeit. Die Linie, die diesen Verlauf darstellt, wird die Lichtkurve genannt. (Eine eingehendere Erklärung der Lichtkurve folgt später.)

Die Lichtkurve gibt uns meistens schon auf den ersten Blick das charakteristische des Verlaufs der Helligkeitsänderung wieder. Ihre höchste Stelle, also der Punkt, der sich über die benachbarten Punkte am höchsten erhebt, wird Maximum genannt. Der Ort, der der geringsten Helligkeit entspricht, heißt Minimum. Wiederholt sich nach einer gewissen Zeit der Verlauf immer wieder in der gleichen Weise, so nennt man die Änderung periodisch; diese Zeit selbst heißt die Periode des Lichtwechsels; sie kann aus den zeitlichen Abständen zweier aufeinanderfolgender Maxima oder Minima abgeleitet werden. (Die genauere Bestimmung wird später besprochen.)

Die Lichtkurven kann man nach verschiedenen Gesichtspunkten einordnen. Der Lichtwechsel ist kontinuierlich oder intermittierend, je nachdem die Helligkeitsänderung dauernd oder nur von Zeit zu Zeit stattfindet. Inbezug auf das Maximum oder das Minimum kann die Lichtkurve symmetrisch oder unsymmetrisch verlaufen. Neben einem Hauptmaximum oder einem Hauptminimum sind manchmal noch Nebenmaxima oder -minima zu erkennen. In bezug auf die Wiederholung derselben Phase kann man den Lichtverlauf als regulär oder irregulär ansehen. Als irregulär wäre er dann zu bezeichnen, wenn die Helligkeitsänderung ganz unberechenbar bald zunehmend, bald abnehmend verläuft, wobei auch Stillstände eintreten können.

Vom rein zeitlichen Standpunkt aus kann der Lichtverlauf als periodisch oder als unperiodisch gelten. Ist eine Periode vor-

handen, so wird sie mehr oder weniger regelmäßig durchlaufen, außerdem kann sie konstant oder veränderlich sein. Nach der Dauer der Periode teilt man die Sterne in langperiodische und kurzperiodische ein. Diese Einteilung kann innerhalb einer bestimmten Gruppe vorgenommen werden oder sich auf alle Veränderliche beziehen. In diesem Fall tritt gewöhnlich die Trennung bei einer Periodendauer von 80 Tagen ein.

Die Klassifikation der veränderlichen Sterne geschieht durch geeignete Zusammenfassung nach den vorhin gegebenen Gesichtspunkten, wobei sich in der Praxis diejenige am besten bewährt, bei der die Trennung am schärfsten erfolgt, so daß Zweifel darüber, zu welcher Klasse ein Stern zu rechnen ist, möglichst selten vorkommen können, wenn seine Lichtkurve bekannt ist. Daß ein Stern, für den die Lichtkurve noch nicht mit der gehörigen Sicherheit feststeht, mitunter nachträglich in eine andere Klasse eingereiht werden muß, ist dabei nicht ausgeschlossen. Auch können Fälle vorkommen, in denen ein Stern sein Verhalten plötzlich so ändert, daß er umgruppiert werden muß.

Die Pickeringsche Klassifikation.

Im Laufe der Zeit haben sich mehrere Klassifikationen herausgebildet. Von ihnen hat sich die *Pickering*sche[1]) außerordentlich bewährt; sie hat daher die größte Verbreitung gefunden und, da sie auch jetzt noch am häufigsten angewandt wird, soll sie zunächst mit einigen Modifikationen[2]), die sich im Laufe der Zeit als notwendig herausgestellt haben, angeführt werden.

Einteilung der Variabeln nach *Pickering*:

I. Neue oder temporäre Sterne.

II. Langperiodische Variable.

III. Unregelmäßige Veränderliche.

Sterne mit meist geringer Helligkeitsschwankung oder mit unregelmäßigem Lichtwechsel, dessen Gesetzmäßigkeit wir noch nicht erkannt haben.

IV. Kurzperiodische Variable.

V. Verfinsterungsvariable.

---

[1]) *Proc. Amer. Acad.* **16** (1881) und *HA* 48, 94 (1903).

[2]) *HC* 166 (1911).

Unterklassen:

I a. Normale Novae.
I b. Von Nebelmassen umgebene Novae.
II a. Gewöhnliche Langperiodische (Miratypus).
II b. U Geminorum-Typus.
II c. R Coronae borealis-Typus.
IV a. Gewöhnliche kurzperiodische Sterne.
(IV b.) β Lyrae-Typus. (Diese Abteilung wurde[1]) von 1911 ab zur Klasse V geschlagen, da der Lichtwechsel bei beiden in der Hauptsache die gleiche Ursache hat.)

Die Klasse II c ist erst später hinzugetreten. In der Klasse IV hat man nach Ausscheidung von IV b noch besondere Untergruppen gebildet.

Die Merkmale der einzelnen Klassen.

Klasse I. Neue oder temporäre Sterne. In Fig. 1 ist die Lichtkurve der Nova Persei des Jahres 1901 gegeben; sie zeigt den für die meisten Neuen Sterne typischen Helligkeitsverlauf. Die Sterne dieser Klasse unterscheiden sich von allen anderen Ver-

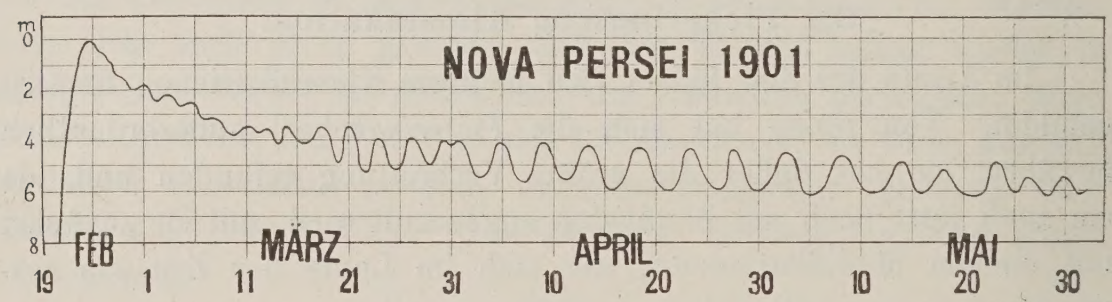

Fig. 1. Lichtkurve der Nova Persei.

änderlichen dadurch, daß sie meist innerhalb kurzer Zeit, die nach Stunden zu rechnen ist, eine ganz ungeheure Helligkeitszunahme erfahren. Plötzlich stehen sie hell am Himmel, verweilen nur kurze Zeit in ihrem höchsten Glanz und nehmen dann allmählich, aber meistens nicht gleichförmig, sondern unter gewissen, oft periodischen Schwankungen, bei denen sie aber nie wieder die Maximalhelligkeit erreichen, ab. Der Name „Neue Sterne“ ist in vielen Fällen unberechtigt. Seitdem man in den photographischen Aufnahmen ein getreues Abbild des Himmels zur Zeit der Aufnahme besitzt, hat man oft gefunden, daß an der Stelle, wo eine Nova erschienen ist, vorher ein ganz schwaches Sternchen gestanden hat, das durch

[1]) *HC* 166 (1911).

seine Helligkeitssteigerung zur Nova geworden ist. So ist z. B. die Nova Aquilae des Jahres 1918 als schwaches Sternchen elfter Größe auf den Aufnahmen der photographischen Himmelskarte enthalten. Auf anderen Aufnahmen ist der Stern sogar als Objekt von etwa $9^1/_2{}^m$ sichtbar. Nach all diesen Aufnahmen, die zu ganz verschiedenen Zeiten gemacht worden sind, scheint sogar schon eine geringe Veränderlichkeit vorgelegen zu haben. Dagegen zeigte sich von der Nova Aurigae, die im Jahre 1891 aufgefunden wurde, auf einer Reihe von Platten der Havard-Sternwarte, die aus der Zeit von Ende Oktober bis zum Anfang Dezember desselben Jahres stammen, keine Spur. Der Stern war also sicher unter der 16. Größe.

Bei der Nova Aurigae ist leicht nachzuweisen, wie schnell solche Sterne aufleuchten. Auf einer Platte von 1891 Dezember 10, die von *M. Wolf* in Heidelberg aufgenommen ist, und die die Sterne neunter Größe zeigt, ist nichts von dem Stern zu sehen. Zwei Tage später war der Stern schon $5^1/_2$. Größe. Die Nova Persei 1901 ist bei ihrer Entdeckung $2^1/_2$. Größe gewesen, drei Tage vorher war sie sicher noch unter der 11. Größe.

Die Helligkeitsabnahme vollzieht sich bei den Neuen Sternen, nachdem das Maximum überschritten ist, im Anfang meist ziemlich schnell, aber niemals so schnell wie der Aufstieg. Wenn diese Sterne einige Größenklassen abgenommen haben, tritt gewöhnlich für längere Zeit ein periodisches Hin- und Hergehen der Lichtstärke ein, dessen Amplitude anderthalb Größen selten überschreitet. Im Mittel findet aber dabei ein langsames Abnehmen statt. Nach einiger Zeit hört auch dieses Schwanken auf. Der Stern sinkt dann langsam zu einer so geringen Helligkeit herab, daß er nur noch mit den lichtstärksten Instrumenten zu beobachten ist.

Charakteristisch für alle Neuen Sterne ist das Spektrum[1]), das von dem der übrigen Veränderlichen vollständig abweicht. Ein Stern, der schon lange als veränderlich bekannt war, aber das typische Spektrum der Neuen Sterne zeigt, ist der helle Stern η Carinae auf der Südhalbkugel. Er ist zwar in manchen Verzeichnissen unter den unregelmäßig Veränderlichen aufgeführt, sollte aber wohl eigentlich zu den Novis gerechnet werden. Hier und noch in anderen Fällen zeigt es sich, daß sich die einzelnen Klassen der Veränderlichen nicht so scharf voneinander scheiden lassen.

---

[1]) Eine genaue Beschreibung des Spektrums folgt im 15. Kapitel.

Im allgemeinen findet das außerordentlich starke Aufflammen der Neuen Sterne nur ein einziges Mal statt. In einigen Fällen ist allerdings ein wiederholtes Auflodern beobachtet worden, wahrscheinlich stehen aber die nachfolgenden Lichtausbrüche mit dem ersten in ursächlichem Zusammenhang. Die Helligkeit im Endstadium, nachdem sich der Stern wieder beruhigt hat, ist nicht immer derjenigen vor seinem Aufleuchten gleich. Manchmal wird die Nova bedeutend schwächer, wie der Stern T Coronae von 1866 zeigt. Einige Neue Sterne zeigen gegen das soeben beschriebene typische Verhalten wesentliche Abweichungen, wie vorhin schon bei η Carinae angedeutet wurde.

Klasse II a. Langperiodische Veränderliche (Miratypus, Fig. 2). Die Perioden liegen zwischen 80 und 600 Tagen und sind meistens nicht sehr regelmäßig, es kommen Abweichungen

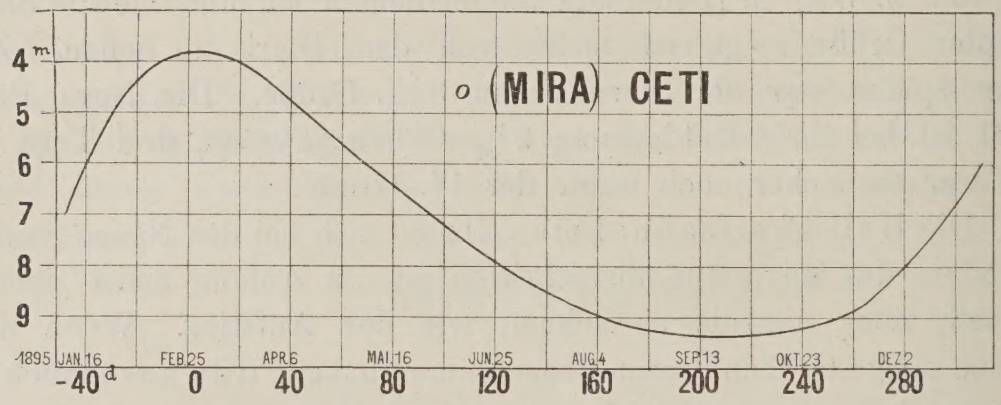

Fig. 2. Lichtkurve von o Ceti.

gegen das Mittel bis zu 15 % vor. Der Lichtwechsel ist bei diesen Sternen kontinuierlich, und jede Periode umfaßt meistens nur ein Maximum und ein Minimum. Die Lichtkurve ist unsymmetrisch, der Anstieg der Helligkeit erfolgt meistens schneller als der Abstieg. Die Amplitude des Helligkeitswechsels nimmt, wie es scheint, mit der Dauer der Periode zu und kann neun Größenklassen überschreiten. Die Grenzen, innerhalb deren sich der Lichtwechsel vollzieht, sind bei demselben Stern geringen Schwankungen unterworfen. Namentlich im Maximum erreichen die Sterne nicht immer dieselbe Helligkeit, dem Spektrum nach gehören sie zu den Typen M und N.[1])

Der bekannteste und am besten untersuchte Stern dieser Klasse ist die Mira Ceti; daher werden die ihr angehörenden Sterne als zum Miratypus gehörend bezeichnet.

---

[1]) Die Spektraleigenschaften sind hier im voraus angeführt. Die Erklärung folgt im 3. Kapitel.

Klasse IIb. Der U Geminorum-Typus. Der Lichtverlauf dieser Sterne (Fig. 3) kann als unperiodisch und intermittierend gelten, denn ihre Helligkeit steigt von einem ziemlich lange anhaltenden gleichförmigen Minimum mit außerordentlicher Schnelligkeit zum Maximum an, während der sofort einsetzende Abstieg zum Minimum bedeutend langsamer verläuft. Es treten aber auch länger anhaltende Maxima auf und die langen und kurzen Maxima zeigen die Neigung, miteinander abzuwechseln. Die Lichtamplitude beträgt mehrere Größenklassen. Die Lichtausbrüche erfolgen meist ganz unerwartet.

Bei U Geminorum, dem Hauptvertreter, verlaufen die Erscheinungen so, daß seine Helligkeit in Intervallen, die zwischen zwei

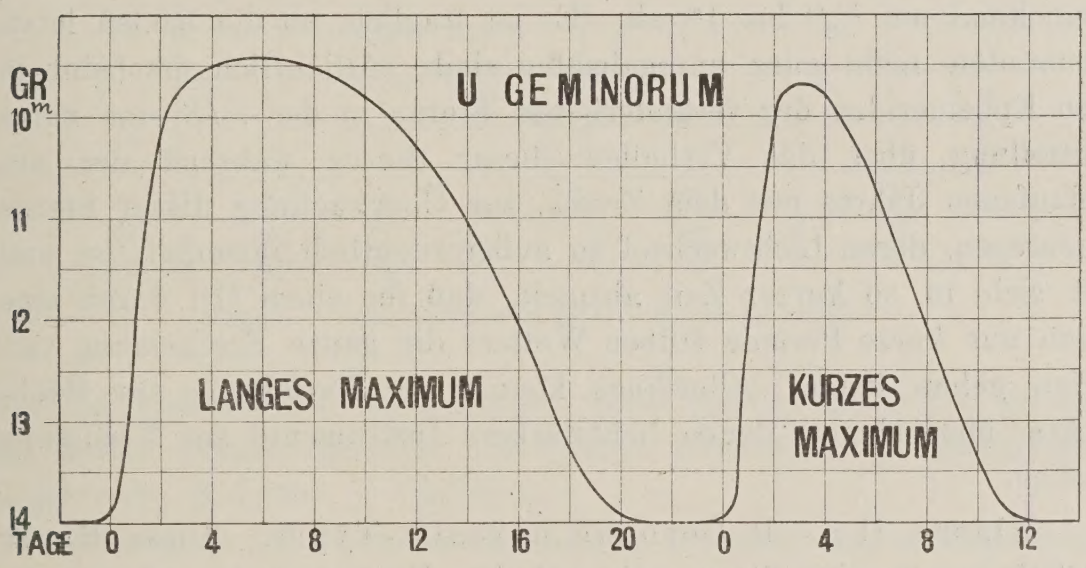

Fig. 3. Flaches (langes) und spitzes (kurzes) Maximum von U Geminorum.

und fünf Monaten schwanken, innerhalb weniger Tage von der 14. zur 9. Größe anwächst. Das Maximum tritt in zwei Formen auf, flach oder spitz, dann fällt die Helligkeit wieder etwas langsamer auf den Minimalwert. Die mittlere Dauer der Periode beträgt ungefähr 86 Tage, ist aber großen Schwankungen unterworfen. Alle Versuche, irgendwelche Gesetzmäßigkeiten darin aufzufinden, sind bis jetzt gescheitert. Die kurzen und die langen Maxima wechseln eine Zeit lang regelmäßig ab, bis plötzlich eine Störung eintritt. Das unerwartete Eintreten des Maximums erfordert für die Überwachung dieser Veränderlichen große Aufmerksamkeit. Da der Stern im allgemeinen sehr schwach ist, so ist seine spektrographische Untersuchung sehr schwierig. Er scheint zur Klasse F zu gehören.

Die Sterne dieser Klasse, deren ständige Überwachung außerordentlich wünschenswert ist, sind in der folgenden Tabelle aufgeführt:

Name	Max.	Min.	Genäherte Periode
U Geminorum	$8^m.8$	$13^m.8$	86 Tage
SS Aurigae	10.5	<14.0	50 „
SS Cygni[1])	8.1	12	55 „
UV Persei	11	<16	?
RU Pegasi	11.0	13.3	70 ± 40 Tage

Die Perioden dieser Sterne sind nur ganz genähert, auch sind die Größen im Maximum nicht immer dieselben, sondern weichen manchmal um $^1/_2{}^m$ bis 1^m ab. Es ist fraglich, ob die beiden letztgenannten nicht ganz unregelmäßig sind. Alljährlich erscheint in den Ephemeriden der veränderlichen Sterne in der *VJS* eine kurze Mitteilung über das Verhalten dieser Sterne während des abgelaufenen Jahres mit dem Zweck, zur Überwachung dieser Sterne anzuregen, deren Lichtwechsel so außerordentlich rätselhaft ist und oft sich in so kurzer Zeit abspielt, daß für einen Ort durch eine auch nur kurze Periode trüben Wetters die ganze Erscheinung verloren gehen kann. Allerdings können die Verfolgung nur Beobachter übernehmen, denen lichtstärkere Instrumente zur Verfügung stehen.

Klasse IIc. R Coronae borealis-Typus. Diese Klasse enthält nur wenige Sterne, die mit dem Hauptvertreter oft nur geringe Ähnlichkeit haben. Ihr Lichtverlauf (Fig. 4) ist, wie der der vorigen Klasse, unperiodisch und intermittierend, bei ihnen ist das Maximallicht konstant.

Der Hauptvertreter R Cor. bor. leuchtet oft sehr lange Zeit hindurch in konstanter Helligkeit, die regellos durch Minima von verschiedenster Dauer und verschiedenster Tiefe unterbrochen wird, wobei der Stern, der im Maximum nie die 6. Größe überschreitet, manchmal auf die 15. Größe herabsinkt. Die Helligkeitsabnahme zu Beginn eines Minimums geht meistens sehr schnell vor sich, aber auch der Aufstieg kann rasch erfolgen.

[1]) Der Stern SS Cygni zeigte früher ein ähnliches Verhalten wie U Geminorum. Eine Zeit lang hat sich aber seine Lichtkurve stark verändert und ist völlig unregelmäßig geworden. Jetzt scheint er zu seinem früheren Verhalten zurückgekehrt zu sein.

Das Spektrum ist vom Typus F5 mit der sehr wesentlichen Abweichung, daß die Wasserstofflinien weder als Emissions- noch als Absorptionslinien sichtbar sind.

Klasse III. Unregelmäßige Veränderliche. Wie schon der Name sagt, umfaßt diese Klasse solche Sterne, deren Lichtwechsel ganz unberechenbar ist und gar keinen Anhalt für eine

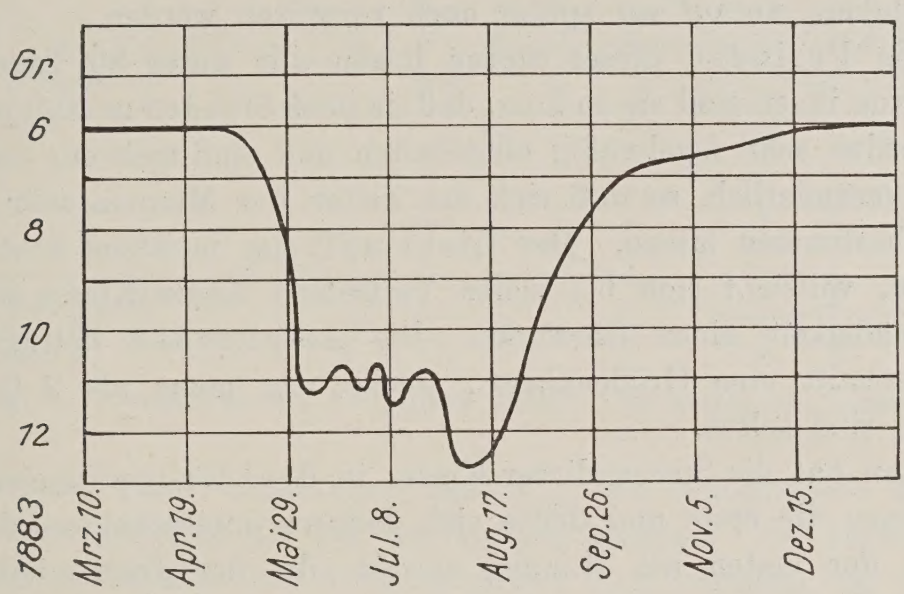

Fig. 4. Lichtkurve von R Coronae borealis.

Periode bietet. Die Amplitude ihres Lichtwechsels ist gering. Zu dieser Klasse gehören die Sterne α Orionis, α Cassiopeiae, α Herculis, R Lyrae, μ Cephei u. a.

Manchmal läßt sich durch längere Beobachtung und kritische Bearbeitung des gesammelten Materials eine Periode erkennen. Auch der Spektralcharakter mancher Sterne, die noch zu dieser Klasse gezählt werden, deutet darauf hin, daß sie zu den regelmäßig periodischen Sternen gehören. Ein Beispiel hierfür bietet u Herculis, der 1869 als veränderlich erkannt wurde. Sein Spektrum (B8) ist von dem der übrigen Sterne dieser Klasse, die zum Spektraltypus M und N gehören, ganz abweichend, weshalb man Zweifel an seiner Zugehörigkeit zu dieser Klasse hegte. Vor etwa einem Jahrzehnt fand man, daß er eine Periode von 2 Tagen hat; deshalb wurde er unter die kurzperiodischen Veränderlichen eingereiht.

Die meisten Vertreter der Klasse III zeichnen sich durch rötliche Färbung aus.

Klasse IV. Kurzperiodische Variable. Die Benennung lang- oder kurzperiodische Veränderliche könnte leicht den Glauben

erwecken, daß der charakteristische Unterschied zwischen diesen beiden Klassen die größere oder geringere Dauer ihrer Periode sei, daß also der Unterschied ein rein äußerlicher und formaler sei. Dies ist aber nicht der Fall. Vielmehr liegt der Unterschied in dem Charakter der Lichtkurve und des Spektrums. Allerdings scheint ein gewisser Zusammenhang zwischen ihnen und der Klasse IIa zu bestehen, worauf wir später noch verweisen werden.

Die Perioden dieser Sterne liegen alle unter 80 Tagen, bei vielen von ihnen sind sie so kurz, daß sie nach Stunden gezählt werden. Sie werden sehr regelmäßig eingehalten und sind meistens nur ganz wenig veränderlich, so daß sich die Zeiten der Maxima sehr genau vorausbestimmen lassen. Der Lichtlauf, der meistens kontinuierlich ist, vollzieht sich bei vielen Vertretern dieser Klasse mit der Regelmäßigkeit eines Uhrwerks. Die Amplituden betragen im Durchschnitt eine Größenklasse, solche von mehr als 2 Größenklassen sind selten.

Man hat die Sterne dieser Klasse in drei Gruppen eingeteilt, von denen die erste und dritte sich dadurch unterscheiden, daß die Sterne der ersten am Himmel einzeln, die der dritten jedoch in Sternhaufen angetroffen werden. Die zweite Gruppe unterscheidet sich von den anderen durch ihren mehr symmetrischen Lichtverlauf.

Die Sterne dieser Klasse werden auch mit dem Namen Blinksterne bezeichnet, den man meistens aber nur denen der ersten und dritten Gruppe zuteilt. Das schnelle Ansteigen und das allmähliche Abfallen ihrer Helligkeit in Verbindung mit ihrer großen Regelmäßigkeit hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Intensitätsverlauf des Blinkfeuers der Leuchttürme. Manche Sterne behalten für einige Zeit ihre Minimalhelligkeit bei und steigen dann sehr schnell auf, um fast ebenso schnell wieder auf ihre frühere Minimalhelligkeit abzufallen. Ihre Lichtkurve sieht so aus, als sei sie nur eine Unterbrechung der geringsten Helligkeit, sie ist gleichsam eine Umgekehrung der Algolkurve (Fig. 7), die eine Unterbrechung der Maximalgröße darstellt. Man hat diesen Blinksternen daher früher den Namen Antalgolsterne gegeben.

1. Die erste Gruppe hat ihren Namen von ihrem Hauptververtreter δ Cephei erhalten. Diese Sterne zeigen ein schnelles Ansteigen ihrer Helligkeit, das etwa ein Drittel der ganzen Periode dauert. Darauf folgt ein langsames Zurückgehen des Lichts. Der Verlauf ist also unsymmetrisch. Die Unsymmetrie wird oft noch durch geringe Nebenmaxima erhöht. (Fig. 5, obere Kurve.)

2. Der zweite Typus der kurzperiodischen Variablen wird nach seinem Hauptvertreter ζ Geminorum (Lichtkurve Fig. 5, untere Kurve) benannt. Bei dieser Art ist die Lichtkurve fast

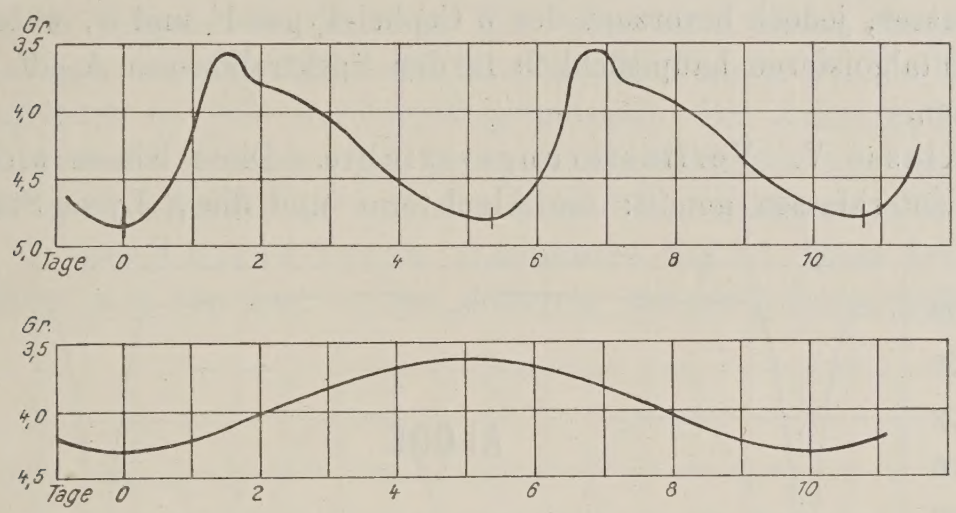

Fig. 5. Lichtkurve von δ Cephei (oben), ζ Geminorum (unten).

symmetrisch, einer Sinuskurve ähnlich. Die Amplitude ist im allgemeinen geringer als bei der vorigen Gruppe. Im Verzeichnis der *VJS* finden sich nur 8 Sterne dieser Art, darunter der Polarstern mit einer Lichtschwankung von $^1/_{10}$ Größenklasse.

3. Der dritte Typ (Lichtkurve Fig. 6) ist derjenige, der unter allen veränderlichen Sternen am zahlreichsten vorkommt, da er sich

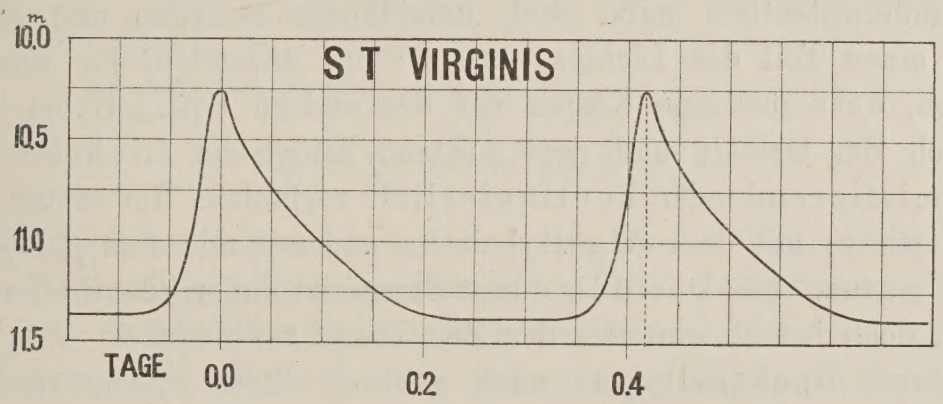

Fig. 6. Lichtkurve von ST Virginis.

in einzelnen Sternhaufen außerordentlich häufig findet. Daher wird er auch oft als Sternhaufen- oder Clustertyp bezeichnet. *S. I. Bailey*[1]) hat diese Art besonders eingehend untersucht und drei Untergruppen unterschieden. Er hat über 100 Lichtkurven solcher Veränderlicher gezeichnet, an denen man sofort das allen

[1]) *HA* 38, 132 (1902).

gemeinsame, aber auch das für die einzelnen Gruppen charakteristische erkennen kann.

Die Spektren dieser Klasse verteilen sich über fast alle Spektralklassen, jedoch bevorzugt der δ Cephei-Typus F und G, während die Antalgolsterne hauptsächlich in den Spektralklassen A—F vorkommen.

Klasse V. Verfinsterungsvariable. Diese Klasse wird in zwei Unterklassen geteilt: die Algolsterne und die β Lyrae-Sterne.

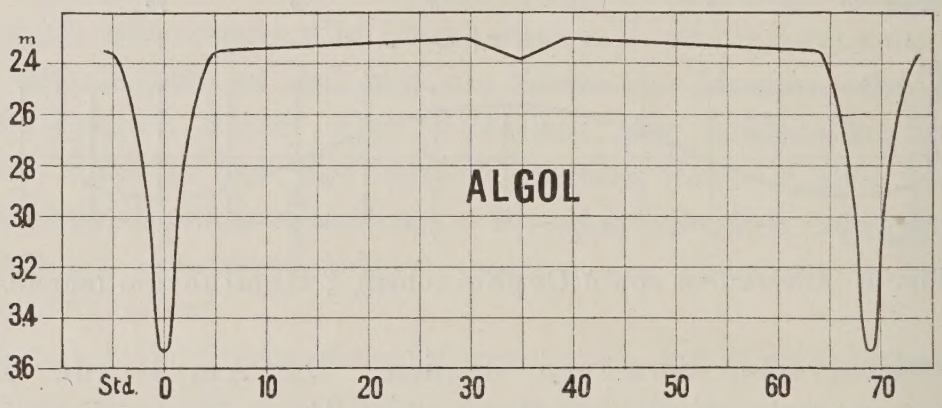

Fig. 7. Lichtkurve von Algol.

Bei den Sternen dieser Klasse kennt man die physikakalischen Ursachen des Lichtwechsels am genauesten. Er kommt in der Hauptsache dadurch zustande, daß sich zwei Körper, die sich außerordentlich nahe sind, umeinander bewegen und gegenseitig einen Teil des Lichtes, das sie uns zusenden, für uns abblenden, wenn der eine Körper vor den andern tritt. Dabei kann, je nach der Gestalt und dem Abstand beider der Lichtwechsel intermittierend oder kontinuierlich verlaufen. Im ersten Fall haben wir es mit dem Algoltypus, im anderen mit dem β Lyrae-Typus zu tun. Die Periode dieser Sterne ist außerordentlich regelmäßig, doch bei einigen mit der Zeit etwas veränderlich.

Ihrem Spektraltypus nach gehören diese Sterne in ihrer überwiegenden Mehrzahl zu den Typen B und A, sie sind fast durchweg von weißer Farbe.

1. Der Algoltypus. (Lichtkurve, Fig. 7.) Die Sterne des Algoltypus leuchten während des größten Teils ihrer Periode mit konstanter Helligkeit, nur in gewissen regelmäßigen Abständen treten Minima ein, die entweder sämtlich oder paarweise von gleicher Tiefe sind (Hauptminima und Nebenminima). In bezug auf diese Minima ist die Lichtkurve nahezu symmetrisch, so daß das Abnehmen der Helligkeit fast gerade solange dauert, wie der An-

stieg, der entweder sogleich, oder einige Zeit nach dem Eintritt des tiefsten Punktes erfolgt. Die Nebenminima fallen ungefähr in die Mitte zwischen die benachbarten Hauptminima. Die Perioden sind im allgemeinen kurz, es gibt aber unter ihnen einen Stern, ε Aurigae, mit der außerordentlich langen Periode von 27 Jahren. Theoretisch ist jede Periodenlänge möglich. Die Amplituden des Lichtwechsels betragen selten mehr als zwei Größenklassen. Der Lichtumfang ist aber für ein und denselben Stern vollkommen konstant.

2. Der β Lyrae-Typus. (Lichtkurve, Fig. 8.) Diese Art unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, daß die Lichtschwankungen

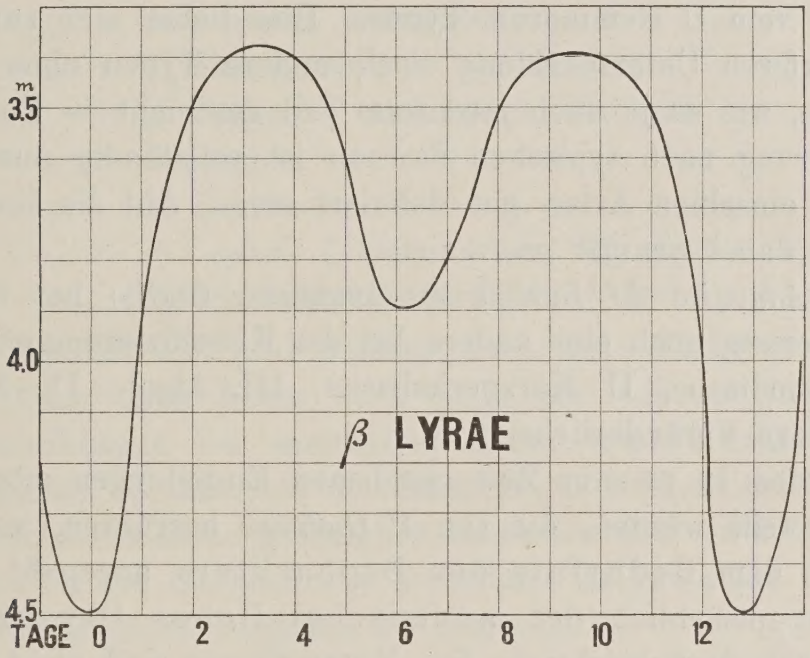

Fig. 8. Lichtkurve von β Lyrae.

kontinuierlich erfolgen, und daß neben zwei nahezu gleich hellen Maximis zwei im allgemeinen ungleiche Minima auftreten.

Von den 20 Sternen, die man von diesem Typ bis jetzt kennt, gibt es nur 5 mit Perioden von mehr als 10 Tagen, bei den meisten vollzieht sich der Lichtwechsel in weniger als 3 Tagen. Die Amplituden sind durchweg geringer als zwei Größenklassen.

Die physikalischen Verhältnisse dieser Verfinsterungs- oder Bedeckungsvariabeln werden später noch eingehend besprochen.

Die *Pickering*sche Einteilung ist recht übersichtlich, ein Umstand, der sie zur Katalogisierung sehr geeignet macht. Sie berücksichtigte ursprünglich nur den augenscheinlichen Charakter des Lichtwechsels, daher wurden auch im Anfang die β Lyrae-Sterne in die Klasse IV eingereiht.

Andere Klassifikationen.

Die *VJS*[1]) brachte eine Klassifikation zur Unterscheidung der einzelnen Typen, die zur Bezeichnung des allgemeinen Charakters der Sterne recht gut dienen kann. Sie wurde von *G. Müller* für die „Geschichte und Literatur der veränderlichen Sterne" vorgeschlagen und ihre kurze Bezeichnung für die Typen ist sehr praktisch. Es werden folgende 6 größere Klassen unterschieden: A) die langperiodischen vom Miratypus, B) die irregulären vom α Orionis-Typus, C) die kurzperiodischen vom β Lyrae-, η Aquilae- oder δ Cephei-Typus, D) die Algolsterne, E) die sog. Antalgolsterne und F) die Variabeln vom U Geminorum-Typus. Hier ließen sich zur kurzen und schärferen Unterscheidung noch andere Typen ohne weiteres hinzufügen, wie es ja auch jetzt zum Teil geschieht. — Eine solche Klassifizierung nach typischen Sternen ist vollständig ausreichend, wenn die einzelnen Arten gut definiert sind. Auf die Reihenfolge kommt es dabei weniger an.

Das *Annuaire du Bureau des longitudes* (Paris) hat für seine Katalogisierung noch eine andere Art der Klassifizierung eingeführt: I. Langperiodische, II. Kurzperiodische, III. Algol-, IV. Antalgol-, V. Irreguläre Veränderliche.

Von den in neuerer Zeit gegebenen Einteilungen mögen noch zwei mitgeteilt werden, die von *P. Guthnick* herrühren, von denen die erste[2]) dem Bedürfnis des Beobachters angepaßt ist und deshalb hauptsächlich den augenscheinlichen Charakter des Lichtwechsels berücksichtigt. Die Neuen Sterne sind nicht mit eingereiht, weil sie nicht den Gegenstand eines festen Arbeitsprogramms bilden. Diese Einteilung unterscheidet folgende sieben Gruppen:

1. Langperiodische V. vom Miratypus.
2. Periodische V. vom η Geminorum-Typ.
3. Unregelmäßig-periodische V. vom U Geminorum-Typ.
4. Kurzperiodische V. vom δ Cephei- und verwandten Typ.

5 a. Kurzperiodische V. vom Algoltyp.

5 b. Kurzperiodische V. vom β Lyrae-Typ.

6. Scheinbar unperiodische V. mit großen Helligkeitsschwankungen.
7. Scheinbar unperiodische V. mit geringen Helligkeitsschwankungen.

---

[1]) *VJS* 39, 219 (1904).

[2]) *P. Guthnick*, Die veränderlichen Sterne. Sonderheft des *Sirius* S. 2 (1916).

Daß die beiden letzten Gruppen als scheinbar unperiodisch bezeichnet sind, liegt in der Natur der Sache, da es vielleicht gar nicht möglich ist, eine völlige Unregelmäßigkeit des Verhaltens dieser Sterne bestimmt nachzuweisen.

Außerdem hat *Guthnick*, gestützt auf die neuesten Untersuchungen, eine Einteilung nach physikalischen Prinzipien versuchsweise vorgeschlagen, wobei er mehrere bisher als wesentlich verschieden betrachtete Klassen zusammenfaßt und ihre Glieder nach einer Entwicklungsreihe ordnet. Schließlich[1]) hat er dieser Einteilung folgende Gestalt gegeben:

I. Klasse: Neue Sterne.
II. „ : R Coronae borealis.
III. „ : U Geminorum.
IV. „ : μ Cephei, η Geminorum, R Scuti.
V. „ : Miratypus.
VI. „ : R Sagittae.
VII. „ : δ Cephei, ζ Geminorum, RR Lyrae (Antalgoltyp).
VIII. „ : Bedeckungsveränderliche. (Algol-, β Lyrae-Typ.)

Die Klassen sind also meistens nach ihren Hauptvertretern benannt. Wenn auch heute noch nicht die wahren Ursachen der Lichtschwankungen bei sämtlichen Arten von Veränderlichen für uns feststehen, so läßt sich doch wenigstens in den meisten Fällen die physische Zusammengehörigkeit beurteilen und von diesem Standpunkt aus ist die *Guthnick*sche Einteilung zu bewerten.

Hierzu ist noch folgendes zu bemerken:

Bei η Geminorum besteht der Lichtwechsel aus flachen, zuweilen auch aus schärfer ausgeprägten Minimis, die an diejenigen der Algolsterne erinnern. Es ist auch eine gewisse Regelmäßigkeit vorhanden: die Zwischenzeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Minimis beträgt im Mittel 232 Tage, das Minimum selbst dauert 105 Tage. Bei dem kleinen Verhältnis von 232 zu 105 ist es sehr unwahrscheinlich, daß die Lichtschwankungen durch die Bedeckung zweier Körper zustande kommen. Manchmal tritt eine Verschiebung der ganzen Lichtkurve um einen Teil der Periode ein.

Die Sterne der R Sagittae-Art haben lange Perioden und sind eine Zeit lang ziemlich regelmäßig von konstanter Periode. Plötzlich tritt eine durchgreifende Änderung ihres Lichtwechsels ein, in mancher Beziehung ähnlich wie bei η Geminorum: die regel-

[1]) Kultur der Gegenwart, 3. Bd. Astronomie, S. 435 (1921).

mäßigen Maxima und Minima verschwinden allmählich und an einer anderen Stelle der Lichtkurve setzen neue Maxima und Minima ein, die wieder mit der gleichen Periode wie früher aufeinander folgen. Der Effekt ist also eine Verspätung um einen Bruchteil der Periode, unter Umständen verändert sich aber die Lichtkurve vollständig.

Bei R Scuti zeigen sich zeitweise Perioden, die aber nicht von Bestand sind. Auch der Umfang des Lichtwechsels ist beträchtlichen Änderungen unterworfen: manchmal ist er fast unmerklich, zu gewissen Zeiten aber umfaßt er mehrere Größenklassen.

Schon früher hat *S. Newcomb*[1]) eine physikalische Einteilung gegeben, die als erster Versuch anzusehen ist, die Veränderlichen nach der Ursache ihres Lichtwechsels zu klassifizieren. Er unterscheidet vier Klassen: 1. scheinbare Veränderliche, bei denen der Lichtwechsel durch Rotation oder den Umlauf eines Begleiters und Verfinsterung zustande kommt, 2. wirkliche Veränderliche, wie Mira, δ Cephei und η Aquilae, 3. solche mit kleinen Fluktuationen, wie die Irregulären μ Cephei, α Cassiopeiae usw., und schließlich 4. die neuaufleuchtenden Sterne.

In der neueren Zeit begnügt man sich im allgemeinen mit der Angabe des Typus, dem ein Veränderlicher in der Art seines Lichtwechsels nahekommt. Dadurch ist das Charakteristische der Lichtkurve meistens hinreichend scharf angedeutet.

Zweites Kapitel.

Die Grundlagen der Photometrie.

Vorbemerkung.

Der einzige Bote, der aus den fernen Welten, zu denen die veränderlichen Sterne gehören, zu uns gelangt, ist das Licht; ihn müssen wir ausforschen, um über die Weltkörper, von denen er herkommt, Kunde zu erhalten.

Jeder Lichtstrahl hat drei Eigenschaften, die wir an ihm untersuchen können: Richtung, Qualität und Quantität der Energie, die er mit sich führt. Die Feststellung der Richtung ist Sache der Astrometrie, sie wird uns im folgenden kaum beschäftigen. Die

---

[1]) *S. Newcomb*, The stars. S. 116—119 (1901).

Astrophysik hat es nur mit der Qualität und der Quantität des Lichtes zu tun und aus den Ergebnissen der Untersuchungen dieser beiden Eigenschaften die Folgerungen abzuleiten.

Die Quantität der Energie, die uns zugestrahlt wird, kommt für den Astronomen in ihrer Gesamtheit nicht in Betracht, sondern nur ihre Wirkung innerhalb kurzer Zeitteilchen. Dadurch erhält sie die Bedeutung der Intensität. Nur die Intensität eines Lichtstrahls ist für uns von Belang, da die Helligkeit, die wir empfinden, wenn ein Strahl in unser Auge gelangt, von seiner Intensität abhängt.

Die Qualität des Lichtes wird von unserem Auge als Färbung empfunden, doch ist die Beziehung zwischen Qualität und Farbenempfindung viel verwickelter als die zwischen Intensität und Helligkeitsempfindung. So können z. B. zwei Lichtstrahlen von gänzlich verschiedener Qualität dieselbe Farbenempfindung in unserem Auge hervorbringen (Komplementärfarben).

Als Qualität muß man bei einem Lichtstrahl auch noch die Art der Polarisation ansehen. Sie spielt im Gebiet der veränderlichen Sterne nur bei gewissen Instrumenten eine Rolle.

Das Studium der veränderlichen Sterne beschäftigt sich mit der Veränderung der Helligkeit und des Spektrums dieser Himmelskörper und sucht die Ursache solcher Schwankungen zu erklären. Es müssen also zur Erforschung dieses Gebietes zunächst Beobachtungen gesammelt, diese nach geeigneten Gesichtspunkten geordnet und so bearbeitet werden, daß man für die einzelnen Objekte den Verlauf der Lichtschwankung genau beschreiben kann. Die Vergleichung dieses Verlaufs bei mehreren Objekten kann es uns dann nahelegen, für gleichartige Erscheinungen auch die gleichen Ursachen anzunehmen, und so gelangen wir schließlich dazu, die veränderlichen Sterne in Klassen einzuordnen und für jede Klasse die Veränderungen genau zu beschreiben und zu begründen.

Die Beobachtung der Veränderlichen hat das Ziel, für einen gegebenen Zeitpunkt ihre Helligkeit, manchmal auch ihre Farbe anzugeben. Es müssen also dazu vor allem Helligkeitsmessungen angestellt werden. Zu jeder Messung gehört aber ein Vergleichsmaßstab, eine Einheit, in der das Resultat der Messung angegeben wird, und außerdem noch eine Abmachung über die Umstände, unter denen diese Angaben gültig sind. Verhältnismäßig geläufig sind uns Längenmessungen. Angenommen, wir hätten die Länge eines Stabes anzugeben, so müssen wir ein Vergleichsinstrument

haben, z. B. einen Maßstab, auf dem die von uns gewählte Maßeinheit, das Millimeter, oft genug aneinander aufgetragen ist. Wir müssen die Einheit selbst definieren, was allerdings bei einer gesetzlich festgelegten, wie dem Meter, schon hinreichend geschehen ist. Zuletzt müssen wir aber noch angeben, für welche Endpunkte die gemessene Länge gilt, oder auch, was bei feineren Messungen wichtig ist, für welche Temperatur, für welche Lagerung der Stange usw.

Photometrische Gesetze.

Definition der Gleichheit. Bei der Bestimmung von Lichtgrößen sind Konventionen in viel höherem Maße als bei anderen Messungen erforderlich und es sind zunächst einige Gesetze anzuführen, die uns die Vergleichung von Lichtquellen — denn um solche handelt es sich ja bei den veränderlichen Sternen — überhaupt möglich machen. Dabei wollen wir zunächst nur Licht von weißer oder nahezu weißer Farbe betrachten, so daß nur quantitative, nicht qualitative Unterschiede in Betracht kommen.

Wir sagen, zwei Lichtquellen haben gleiche Intensität, wenn sie in unserem Auge in gleicher Entfernung, in gleicher Richtung und möglichst schnell hintereinander betrachtet, den gleichen Helligkeitseindruck hervorrufen. Statt unseres Auges dürfen wir auch die photographische Platte zur Beurteilung benutzen, auf die wir die Lichtquellen genau gleichlange wirken lassen, nur müssen wir dann noch strenger darauf achten, daß die beiden Quellen von gleicher Qualität sind, und daß wir dicht nebeneinander liegende Stellen derselben Platte nehmen, von denen wir annehmen dürfen, daß ihre Empfindlichkeit gleich sei. Natürlich darf sich auch während des Vergleichens die Durchsichtigkeit des Raumes, den das Licht zu durchlaufen hat, nicht ändern. Zur Beurteilung der Gleichheit von Lichtintensität können auch noch andere lichtempfindliche Apparate benutzt werden, z. B. Selenzellen usw.

Additionsgesetz. Nachdem so die Gleichheit der Intensität definiert worden ist, wollen wir jetzt aus gleicher Entfernung und in gleicher Richtung zwei gleiche Lichtquellen ihre Strahlen auf einen Schirm fallen lassen. Wir sagen dann, daß die Intensität, die von diesen beiden Leuchten einem bestimmten abgegrenzten Stück auf dem Schirm zugestrahlt wird, die doppelte von derjenigen sei, die es erhält, wenn nur die eine Quelle leuchtet. Die Lichtmengen addieren sich also einfach. Dieses Prinzip ist ja auch ohne

weiteres einleuchtend. Nehmen wir an, wir hätten Kerzen, die alle genau gleiche Leuchtkraft besitzen, so empfängt ein Schirm von 2, 3, 4 usw. dicht nebeneinander stehenden Kerzen die doppelte, dreifache, vierfache usw. Intensität wie von einer einzigen Kerze.

Ausbreitungsgesetz. Wenn ein leuchtender Punkt nach allen Richtungen gleichmäßig Licht ausstrahlt, so wird eine Fläche, die von dem Licht senkrecht getroffen wird, stets die gleiche Menge Licht empfangen, solange ihr Abstand von dem leuchtenden Punkt derselbe bleibt, ganz unabhängig von der Richtung, in der sich die Fläche befindet, wenn sie nur senkrecht getroffen wird. Schließt man also einen leuchtenden Punkt mit einer konzentrischen Kugelfläche ein, so wird alles von dem Punkte ausgehende Licht die Innenfläche der Kugel beleuchten, und zwar ganz gleichmäßig. Nehmen wir eine Kugel mit doppelt so großem Radius und vergleichen wir die Intensitäten, die auf gleichgroße Oberflächenteile bei beiden Kugeln fallen! Die Gesamtoberflächen der Kugeln verhalten sich wie die Quadrate ihrer Radien, also wie 1 : 4. Beide werden aber von der gleichen Lichtmenge, nämlich der gesamten Menge, die der leuchtende Punkt ausstrahlt, getroffen. Infolgedessen sind die Lichtmengen, die in den beiden Fällen auf ein gleichgroßes Flächenstück, etwa auf ein Quadratzentimeter fallen, verschieden, und zwar verhalten sie sich umgekehrt wie die Oberflächen beider Kugeln, also umgekehrt wie das Quadrat der Radien, oder was auf dasselbe hinauskommt, umgekehrt wie das Quadrat der Abstände der beiden Flächenstücke von der Lichtquelle.

Bezeichnet man mit I_1 und I_2 die Lichtintensitäten, die auf beide Flächen auftreffen, die Abstände dieser Flächen von dem leuchtenden Punkt mit r_1 und r_2, so läßt sich die soeben gefundene Tatsache durch die Formeln darstellen:

$$I_1 : I_2 = (r_2/r_1)^2 \quad \text{und} \quad I = C/r^2, \tag{1}$$

C ist eine konstante Größe, die von der Wahl der Maßeinheit abhängt. Wenn das kleine Flächenstück durch die Öffnung der Pupille in unserem Auge gebildet wird, deren Größe wir in diesem Fall als unveränderlich annehmen wollen, so gibt die Formel (1) uns die Lichtmenge, die von ein und demselben leuchtenden Punkt in verschiedenen Abständen in unser Auge gelangt. Gl. (1) gibt uns also ein Mittel, die Helligkeitsverhältnisse einer Lichtquelle, z. B. eines Sterns in verschiedenen Entfernungen zu berechnen, wenn wir wissen, wie sich die Lichtempfindung in unserem Auge

mit der Intensität des von ihm aufgefangenen Lichts verändert. Den Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen, der objektiven Lichtintensität und der subjektiven Helligkeit gibt das psychophysische Gesetz von *Fechner* an.

Das psychophysische Gesetz.

Haben wir, wenn wir die Intensität einer Lichtquelle auf den 2-, 3-, 4-fachen Betrag steigern, auch den Eindruck der 2-, 3-, 4-fachen Helligkeit? Wenn dies der Fall wäre, so müßten gleichen Intensitätsunterschieden auch gleiche Empfindungsunterschiede entsprechen. Die Frage ist: welches ist der Zusammenhang zwischen der Lichtstärke, die in unser Auge gelangt, und der Helligkeit, die wir dabei empfinden?

Zur Untersuchung dieser Frage müssen wir zunächst nachweisen, daß den kleinsten Abstufungen, die wir noch wahrnehmen können, nicht immer die gleichen Differenzen der Intensitäten entsprechen. Dieser Nachweis ist leicht zu führen: Wir wissen, daß wir in einem Saal kein Nachlassen der allgemeinen Helligkeit merken, wenn an einem Leuchter mit 500 gleichen Lampen eine einzige erlischt. Der Helligkeitsunterschied in dem Saal durch das Erlöschen dieser einzigen Lampe ist für unsere Wahrnehmung zu gering. Anders ist es jedoch, wenn an dem Leuchter nur zwei von den 500 Lampen brennen und eine von ihnen erlischt. Dann empfinden wir eine sehr starke Abnahme der Helligkeit, obgleich der Unterschied in der Intensität ebenso groß ist, wie vorher bei der Erleuchtung des Saals mit 500 Lampen. In beiden Fällen ist die Intensitätsdifferenz gleich der Intensität einer Lampe.

Im täglichen Leben gibt es eine Menge von Erscheinungen, bei denen uns eine Intensitätsdifferenz erst dann wahrnehmbar wird, wenn beide Intensitäten, zwischen denen die Differenz besteht, um einen bestimmten, für beide gleichen Betrag vermindert sind. Die Helligkeitsdifferenz wird dann als Kontrast bezeichnet, und man sagt in dem Fall des Versuchs mit den 500 Lampen, der Helligkeitskontrast sei für die Wahrnehmung zu gering gewesen. Die Unsichtbarkeit der Sterne am Tage, oder der schwächeren Objekte in der Nähe des Mondes, das Verschwinden der vom Mondschein herrührenden Schatten in der Morgendämmerung beruhen auf der Verkleinerung dieser Kontrastwirkungen.

Die Größe der kleinsten wahrnehmbaren Helligkeitsdifferenz ist von *Bouguer*[1]) und von *Fechner*[2]) in der Weise untersucht worden, daß sie einen weißen Schirm mit zwei gleichhellen Kerzen beleuchteten. Vor dem Schirm war ein Stab aufgestellt, der jeder Kerze entsprechend einen Schatten erzeugte. Dann wurden die Abstände der Leuchten variiert und jedesmal die Entfernungen vom Schirm notiert, bei welcher der zu der einen Kerze gehörende Schatten in der durch die andere Flamme erzeugten Helligkeit verschwand. Nach Gl. (1) lassen sich dann die Beleuchtungsstärken in ihrem Verhältnis zueinander berechnen. *Fechner* fand zusammen mit anderen Beobachtern, daß das eine Licht jedesmal beim Verschwinden des Schattens zehnmal so weit vom Schirm entfernt war als das andere. Daraus ergibt sich für die untere Grenze der Wahrnehmbarkeit einer Helligkeitsdifferenz, daß die Lichtintensitäten an zwei benachbarten Stellen auf dem Schirm sich wenigstens um $^1/_{100}$ unterscheiden müssen. Es ist also hiermit ausgesprochen, daß das Unterscheidungsvermögen verschiedener Helligkeiten nicht von der wirklichen Differenz der Intensitäten, sondern von dem prozentualen Unterschied abhängt.

Dieser Wert von $^1/_{100}$ ist nur ein angenäherter Durchschnittswert. Durch Übung läßt sich das Unterscheidungsvermögen noch beträchtlich verfeinern.

Fechner ist auf Grund der Tatsache, daß man auch auf anderen Gebieten der sinnlichen Wahrnehmung nur prozentuale Unterschiede empfindet, zu dem nach ihm benannten psychophysischen Gesetz gelangt.[3]) Danach erscheinen uns z. B. Differenzen der Tonhöhen gleichgroß, wenn die Unterschiede der Schwingungsdauer gleiche Teile der ganzen Schwingungsdauer betragen. Ebenso verhält es sich mit dem Erkennen der Differenzen von Gewichten und linearen Größen.

Dieses Gesetz läßt sich mathematisch folgendermaßen darstellen:

Bezeichnen wir mit I die Intensität der Lichtquelle und mit dI ihre Änderung, so empfinden wir als Unterschied nach dem Gesetz nicht dI, sondern die Größe dI/I.

---

[1]) *Bouguer*, Traité d'optique sur la gradation de la lumière. Paris 1760.

[2]) *Fechner*, Über ein psychophysisches Grundgesetz und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrößen. (Abh. d. sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 4.) 1858.

[3]) *Fechner* erklärt in seiner Schrift selbst (S. 469), daß vor ihm schon *Bouguer*, *Arago*, *Masson*, *Steinheil* und insbesondere *E. H. Weber* dieses Gesetz ausgesprochen haben.

Wenn wir die Empfindungsstärke mit E bezeichnen, und ihre (gleich deutlich wahrnehmbaren) Unterschiede mit dE, so erhalten wir:

$$dE = C.dI/I, \tag{2}$$

worin C eine Konstante bedeutet. Durch Integration erhalten wir:

$$E = C\log I + c,$$

worin der Wert der Integrationskonstante c vom Nullpunkt des Maßstabs abhängt.

Nehmen wir einen anderen Wert für I: nämlich I_1, dem die Empfindungsstärke E_1 entsprechen möge, so erhalten wir, ähnlich wie vorhin:

$$E_1 = C\log I_1 + c$$

und aus der Differenz beider Gleichungen:

$$E_1 - E = C(\log I_1 - \log I) = C\log(I_1/I)$$

oder auch:

$$I_1/I = e^{(E_1-E)/C}, \tag{2a}$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen ist.

Wir haben also den Satz:

Unser Auge empfindet eine Zunahme der Helligkeit in arithmetischer Progression, wenn die objektive Steigerung der Lichtintensität geometrisch fortschreitet.

Das psychophysische Gesetz ist, wie *Fechner*[1]) selbst schon festgestellt hat, nicht in aller Strenge gültig, sondern stellt nur eine Annäherung dar. Es zeigen sich kleine Abweichungen, wenn es sich um sehr geringe Lichtintensitäten handelt, ebenso bei sehr starken Lichteindrücken, bei denen vorübergehende Blendung des Auges eine Rolle spielt.

Die Größenklasse.

Vorbemerkung. Für die Festsetzung eines Maßstabes der Gestirnshelligkeiten ist das *Fechner*sche Gesetz von außerordentlicher Wichtigkeit.

Vor zwei Jahrtausenden stellte *Hipparch* den ersten Sternkatalog auf, der außer den Positionen auch die Helligkeiten der Gestirne enthielt. Sicherlich weil die hellen Sterne dem Auge größer erscheinen als die schwachen, nahm er für die Bezeichnung

[1]) A. a. O. S. 484ff.

der Helligkeit das Wort „Größe“ an, indem er den hellsten Sternen die erste, den schwächsten, die sein Auge noch erkennen konnte, die sechste Größenklasse zuwies. Also mit den Dimensionen der Sterne hat diese Benennung gar nichts zu tun. Sie stellt nur eine Bezeichnung der Helligkeit dar. Diese Einteilung in Größenklassen[1]) hat sich bis auf den heutigen Tag erhalten, und man hat, als man mit den Fernrohren auch schwächere Sterne erkannte, diese Objekte dem System der Größenklassen angereiht. Dabei blieb jedoch, da es sich um Schätzungen handelte, der Willkür viel überlassen, und erst mit der Erfindung photometrischer Apparate, die die objektive Lichtstärke zu bestimmen gestatteten, konnte man an die Festlegung einer Helligkeitsskala denken. Inzwischen war eine Reihe von Helligkeitskatalogen entstanden, und man konnte daran gehen, die Angaben der subjektiven Helligkeit der darin enthaltenen Sterne mit ihren objektiven Leuchtkräften zu vergleichen. Man suchte also zu ermitteln, wie sich die Intensitäten der Sterne der zweiten Größe nach diesen Katalogen zu denen der dritten, vierten usw. verhalten. Es wurden für die einzelnen Beobachter die Quotienten:

$$I_2/I_3, \quad I_3/I_4, \quad I_4/I_5 \quad \text{usw.}$$

gebildet, worin der angehängte Index die Größenklasse bedeutet, auf die sich die Intensität I bezieht. Es zeigt sich dabei, daß diese Quotienten für ein und denselben Beobachter nicht gleich bleiben, daß also die Skala für die Helligkeitsschätzungen kein konstantes Intervall besitzt, wie es das *Fechner*sche Gesetz verlangt.

Das Pogsonsche Gesetz.

Zur Festlegung einer Größenskala für Sternhelligkeiten ist es unbedingt erforderlich, daß die Intensitäten der Sterne in geometrischer Progression fortschreiten, während ihre Größen eine arithmetische Reihe bilden.

Setzen wir die Empfindungsstärke

$$E = -m,$$

also gleich dem negativen Wert der Größenklasse — dem nega-

[1]) Abkürzung für Größe: m, manchmal auch M (magnitudo). Die Verwechselung mit Zeitminute, die abgekürzt ebenso bezeichnet wird, ist fast ausgeschlossen.

tiven, weil die Zählung der Größen bei der Abnahme der Empfindungsstärke zunimmt —, so erhalten wir in der Formel (2a):

$$I_1 / I = e^{(m-m_1)/C}. \tag{3}$$

Das Gesetz für die Konstruktion einer Größenskala lautet dann: Die Leuchtkräfte der Sterne nehmen in geometrischer Progression ab, wenn ihre Größen in arithmetrischer Reihe zunehmen.

Nehmen wir die Sterne 1., 2., 3., 4, ..., m. ..., r. Größe mit den entsprechenden Intensitäten I_1, I_2, I_3, I_4, ..., I_m, ..., I_r, so erhalten wir nach dieser Formel:

$$I_m / I_r = e^{(r-m)/C} = e^{-(m-r)/C}.$$

Nehmen wir zwei aufeinanderfolgende Größenklassen, so wird:

$$I_2 / I_3 = I_3 / I_4 = I_p / I_{p+1} = e^{1/C}.$$

Die letzte Größe, die mit ϱ bezeichnet wird, ist also das konstante Verhältnis der Intensitäten zweier aufeinanderfolgender Größenklassen:

$$e^{1/C} = \varrho, \quad \text{oder} \quad \log \varrho = 1/C.$$

Wir haben nun:

$$I_m / I_r = \varrho^{-(m-r)} \tag{3b}$$

oder logarithmisch ausgedrückt:

$$\log (I_m / I_r) = -(m-r) \log \varrho \quad \text{und} \quad m-r = -(\log I_m - \log I_r)/\log \varrho. \tag{3a}$$

Zur Festlegung der Skala bleibt jetzt nur noch die Bestimmung von ϱ übrig. Diese Größe läßt sich aus Schätzungen von Sterngrößen in den verschiedenen Katalogen für jeden Beobachter ermitteln. Man wird sich nicht wundern, daß der Wert von ϱ beträchtliche Unterschiede zeigt, da die Auffassung der Helligkeit punktförmiger Lichtquellen naturgemäß von einem Beobachter zum andern stark wechselt. Die Werte von ϱ schwanken in einem Intervall von 1.6 bis 2.8, und die ihrer Logarithmen (mit der Basis 10) zwischen 0.2 und 0.45. Nach dem Vorschlage von *Pogson* (1856) hat man zur Bildung einer Normalskala als Wert für den $\log \varrho$ die Zahl 0.400 angenommen, die dem Mittel aus den bedeutendsten Schätzungsreihen sehr nahe liegt. Sein Numerus ist 2.512.

Setzt man diesen Wert in die obigen Formeln (3a) ein, so erhält man die einfachen Beziehungen zur Umrechnung von Intensitätsunterschieden in Größendifferenzen und umgekehrt:

$$\log I_m - \log I_r = -0.4\,(m-r) \quad \text{und} \quad m-r = -\frac{1}{0.4}(\log I_m - \log I_r). \tag{4}$$

Ferner wird

$$m = -\frac{1}{0.4}\log I_m = -2.5\log I_m \quad \text{und} \quad I_m = 10^{-0.4\,m}, \qquad (5)$$

wenn man die Intensität eines Sterns nullter Größe — etwas heller als Wega — als Einheit annimmt.

Durch die *Pogson*sche Formel und den Koeffizienten ϱ ist das Intervall der Größenskala eindeutig bestimmt. Es bleibt nur noch die Festlegung des Nullpunkts der Teilung übrig. Der Nullpunkt ist in vielen Helligkeitskatalogen so angenommen, daß die Größenangaben der Sterne 6^m mit den Angaben in der Bonner Durchmusterung (abgekürzt BD), einem großen, von *Argelander* hergestellten Sternverzeichnis, übereinstimmen.

Setzen wir die Intensität eines Sternes 0^m gleich 1.00, so ist es leicht, die Intensitäten für die übrigen Größen zu berechnen. Wir erhalten folgende Intensitäten:

0. Größe	1.0000	5. Größe	0.0100
1. „	0.3981	6. „	0.0040
2. „	0.1585	7. „	0.0016
3. „	0.0631	8. „	0.0006
4. „	0.0251	9. „	0.00025

Um die Helligkeit eines Sternes nullter Größe zu erhalten, wäre also das Licht von

	$2\,^1/_2$	Sternen	1. Größe	oder	100	Sternen	5. Größe
oder	6	„	2. „	„	251	„	6. „
„	16	„	3. „	„	631	„	7. „
„	40	„	4. „	„	1585	„	8. „
				„	3981	„	9. „

erforderlich.

Bei dieser Definition der Größenklassen stellt sich also die Annehmlichkeit heraus, daß die Empfindungsstärke E proportional der Größenklasse ist.

Die Größenangaben des Potsdamer photometrischen Durchmusterungskataloges (abgekürzt PD) sind streng nach dem vorhin aufgestellten Gesetz aus den Beobachtungen an Photometern abgeleitet. Ihr Vergleich mit den Größenangaben der BD, die auf Schätzungen nach der Empfindung beruhen, zeigt, daß die Übereinstimmung zwischen Größenklassen und Empfindungsstärken bei allen Sternen mit Ausnahme der hellsten gut ist. Wir haben folgende Differenzen im Sinne PD—BD:

Größe der BD	<3	3.0—3.4	3.5—4.0	4.0—4.5	4.5—5.0	5.0—5.4
Diff.	$+0^m.37$	$+0^m.30$	$+0^m.31$	$+0^m.21$	$+0^m.11$	$+0^m.03$
Größe der BD	5.5—6.0	6.0—6.4	6.5—7.0	7.0—7.4	7.5	
Diff.	$-0^m.01$	$+0^m.06$	$+0^m.16$	$+0^m.21$	$+0^m.20$	

Zum Schluß unserer Betrachtung über den Zusammenhang zwischen dem *Fechner*schen Gesetz und der Skala der Sterngrößen mag darauf hingewiesen werden, daß die Gültigkeit dieses Gesetzes die notwendige Bedingung zur Aufstellung und Definition des Begriffs der Sterngröße überhaupt ist, die sich als subjektive Helligkeitsdifferenz gegen einen Stern 0^m darstellt. Nur infolge dieses Gesetzes wird der Helligkeitsunterschied zweier bestimmter Sterne immer gleichgroß erscheinen, ob wir nun die Sterne mit bloßem Auge, oder in einem Fernrohr, oder auch durch ein trübes Medium, welches alle Strahlen gleichmäßig absorbiert, betrachten. In allen Fällen wird die Größenklasse die gleiche Bedeutung haben.

Anwendungen.

Die *Pogson*sche Formel ist eine der wichtigsten der Astrophotometrie, da die Umwandlung von Größendifferenzen in Intensitätsverhältnisse sehr oft vorgenommen werden muß. Zur Erleichterung dieser Umrechnung sind vielfach Tafeln hergestellt worden, die den besonderen Fällen, denen sie dienen sollen, angepaßt sind.

1. Umwandlung von Größendifferenzen in Intensitätsverhältnisse. Für zwei Sterne mit den Größen m_1 und m_2 und den Intensitäten I_1 und I_2 folgt:

$$\left.\begin{aligned} m_1 = -\frac{1}{0.4}\log I_1, \qquad m_2 = -\frac{1}{0.4}\log I_2, \\ \Delta m = m_1 - m_2 = -\frac{1}{0.4}\log(I_1/I_2) = -\frac{1}{0{,}4}\log l. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

l ist das Verhältnis der Intensitäten der beiden Sterne, deren Größenunterschied Δm ist.

Eine Tafel zur Umrechnung der Größenunterschiede in Verhältnisse der Lichtstärken findet sich u. a. in den Mitt. *VAP* **19**, 8 (1909).

Bei der Bahnbestimmung von Bedeckungsveränderlichen ist die Kenntnis des Lichtverlustes des Systems während seiner Verfinsterung von Wichtigkeit. Deshalb benutzt man dort Tafeln, die diesen Lichtverlust $1 - l$ gegen die normale Helligkeit geben. Eine solche Tafel findet sich in *ApJ* **35**, 339 (1912).

2. Summierung von Größenklassen. Die umgekehrte Aufgabe ist die Berechnung des Gesamteindrucks in Größenklassen, den zwei engbenachbarte Sterne hervorbringen, deren Einzelhelligkeiten bekannt sind, die aber dem Beobachter nicht getrennt er-

scheinen. Die *Pogson*sche Formel gestattet uns, diese Größe zu berechnen.

Aus

$$m = -\frac{1}{0.4}\log I \tag{5}$$

finden wir, wenn wir die Intensität eines Sternes 0^m zur Einheit nehmen:

$$\varrho^m = I.$$

Hiermit wird die Gesamtintensität zweier Sterne:

$$I_1 + I_2 = \varrho^{m_1} + \varrho^{m_2} = \varrho^{m_2-\mu}.$$

Nimmt man m_1 größer als m_2 an, so läßt sich nach Division durch ϱ^{m_2} schreiben:

$$\varrho^{m_1-m_2} + 1 = \varrho^{-\mu}.$$

Auf Grund dieser Formel kann man eine Tafel berechnen, aus der man mit dem Argument $(m_1 - m_2)$ die Verminderung der Größenklasse des helleren von beiden Sternen erhält, die die Gesamtgröße ergibt. Eine solche Tafel findet sich in Mitt. *VAP* **18**, 92 (1908) und in *HA* **33**, 287 (1900), wo die Differenz mit *M* bezeichnet ist.

Beispiel: Für die beiden Sterne ε und 5 Lyrae, die nur von ganz scharfen Augen ohne Glas getrennt gesehen werden, ist $m_1 = 5^m.00$, $m_2 = 4^m.92$. Mit der Differenz $\Delta m = 0^m.08$ findet man in der Tafel $\mu = 0^m.71$. Wenn beide Objekte nicht getrennt erscheinen, so machen sie den Eindruck eines Sterns

$$(m_2 - \mu) = 4^m.92 - 0^m.71 = 4^m.21.$$

Will man keine Tafel zu Hilfe nehmen, so berechnet man die Summen der Intensitäten beider Sterne und verwandelt sie wieder in Größen, wie folgt:

Aus $m = -{}^1/_{0.4}\log I$ findet man: num. $\log(-0.4m) = I$ und erhält nach folgendem Schema, das durch die Überschriften ohne weiteres verständlich ist, wobei die beiden oberen Reihen von links nach rechts, die unterste aber in umgekehrter Reihenfolge gerechnet werden:

*	m	$-0.4\,m = \log I$	num. $\log(-0.4\,m) = I$
5 Lyrae	4.92	$-1.968 = -10 + 8.032$	0.0107
ε „	5.00	$-2.000 = -10 + 8.000$	0.0100
(5 + ε) „	4.21	$-1.684 = -10 + 8.316$	0.0207

Wenn man den Gesamteindruck von mehr als zwei Sternen in Größenklassen zu berechnen hat, so bestimmt man bei Benutzung

der Tafel zunächst die Gesamtgröße von zweien und fügt dann die Größe μ für die Differenz zwischen der Größe des dritten und der Gesamtgröße der beiden anderen hinzu. Für jeden folgenden Stern ist dieselbe Operation zu wiederholen.

Bei der Rechnung ohne besondere Tafel hat man einfach alle I zu summieren und die Summe in Größenklassen zu verwandeln.

3. Berechnung der absoluten Größenklasse. Von zwei Sternen gleicher Größenklasse strahlt derjenige die größte Lichtenergie aus, der von uns am weitesten entfernt ist. Um die absolute Leuchtkraft der Sterne miteinander vergleichen zu können, müssen wir ihre Helligkeit berechnen, in der sie uns erschienen, wenn sie alle in dieselbe Entfernung von uns gerückt würden. Diese Rechnung kann man nur ausführen, wenn man für jeden Stern, der in Betracht kommt, außer seiner Größenklasse auch noch seine Entfernung kennt.

Die Entfernung eines Sterns von der Sonne ist durch seine Parallaxe bestimmt, worunter man den Winkel versteht, unter dem der Halbmesser der Erdbahn von dem Stern aus erscheint. Je größer die Parallaxe eines Sterns ist, desto näher steht er uns, und die linearen Entfernungen der Fixsterne verhalten sich zueinander, wie die reziproken Werte ihrer Parallaxen. Man hat verschiedene Einheiten als Maß für die Entfernungen vorgeschlagen, von denen die gebräuchlichsten die Sternweite und das Lichtjahr sind.

Eine Sternweite ist diejenige Entfernung eines Sterns, in der seine Parallaxe 1″ betragen würde. Sie ist 206264.8 mal so groß wie die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne und etwa gleich 31 Billionen km.

Ein Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht bei einer Geschwindigkeit von 300000 km pro Sekunde in einem Jahre durchmißt. Einer Sternweite entspricht eine Strecke von 3.26 Lichtjahren.[1])

Unter der absoluten Größenklasse M eines Sterns versteht man die Größe, die er für uns hätte, wenn er in eine bestimmte Einheitsentfernung gerückt würde, die der Parallaxe π_0 entspricht.

[1]) Die sonst noch in der Literatur auftretenden Bezeichnungen für Sterndistanzen sind:

Macron, Parsec, Astron, Astrometer, Siriometer = Entf., die einer Parallaxe von 1″ entspricht (3.26 Lj.).

Siriusweite = Entf. entspricht einer Parallaxe von 0″,2 (16.3 Lj.).

Andromede = Entf. des Andromedanebels (1600 bis 8000 Lichtjahre).

Es seien m die Größenklasse des Sterns, die wir beobachten, I seine Intensität, die wir nach dem *Pogson*schen Satz aus m berechnen können, und π seine Parallaxe, die anderweitige astrometrische Beobachtungen liefern; es seien ferner I_0 und π_0 dieselben Größen, nur für die Einheitsentfernung gültig.

Nach dem Gesetz für die Ausbreitung des Lichtes (Gl. (1)) verhalten sich die Intensitäten I und I_0 umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen der punktförmigen Lichtquelle oder umgekehrt wie die Quadrate der reziproken Werte von π und π_0. Man erhält also:

$$I : I_0 = (1/\pi_0)^2 : (1/\pi)^2 = (\pi/\pi_0)^2 .$$

Nach der *Pogson*schen Formel hat man aber, wenn M die Größenklasse des Sterns bedeutet, die seinem Abstand in der Einheitsentfernung (Parallaxe $= \pi_0$) entspricht:

$$I : I_0 = 10^{-0.4\,m} : 10^{-0.4\,M} = 10^{0.4\,(M-m)}, \qquad (5\,b)$$

worin m und M die Größen des Sterns für die Parallaxen π und π_0 bedeuten. Daraus folgt:

$$M - m = 5\,(\log \pi - \log \pi_0) . \qquad (7\,a)$$

Jetzt wählt man als Einheitsabstand zur Vergleichung von absoluten Helligkeiten fast allgemein die Distanz von 10 Sternweiten. Dann wird $\pi_0 = 0''.1$ und man findet die absolute Größe M:

$$M \underset{(\pi = 0''.1)}{=} m + 5 + 5 \log \pi . \qquad (7)$$

Für die Sonne ($m = -26.8$, Entfernung $= {}^1/_{206\,265}$ Sternweiten) ergibt sich

in einer Entfernung von 1 Sternweite: $M = -0^m.3$ (etwa gleich Wega),
„ „ „ „ 10 Sternweiten: $M = +4^m.7$ („ „ δ Urs. min.).

Eine Tafel zur Berechnung der Sternhelligkeiten in verschiedenen Sternweiten findet man in Mitt. *VAP* **19**, 45 (1909).

Das Purkinje-Phänomen.

Bis jetzt haben wir uns auf die Annahme beschränkt, daß die Lichtquellen, die wir miteinander vergleichen, alle weiß oder wenigstens von der gleichen Farbe seien. Die Vergleichung verschiedenfarbiger Lichter ist aber bedeutend schwieriger. Das *Fechner*sche Gesetz, das die Beziehung zwischen Intensität und Helligkeitsempfindung herstellt, ist auch beim Vergleichen von farbigen Lichtern zulässig,

solange es sich um Lichter ein und derselben Farbe handelt. Eine Änderung tritt jedoch ein, sobald Lichtquellen von verschiedener Färbung miteinander verglichen werden sollen. Es stellt sich nämlich dann heraus, daß die Empfindungsstärke eine ganz andere Funktion der Lichtstärke ist. Ein evidenter Versuch, dies zu zeigen, ist folgender:

Man nehme zwei Laternen, eine rote und eine blaue, und reguliere sie so lange, bis unser Auge in einer gewissen Entfernung von ihnen den Eindruck gleicher Helligkeit hat. Alsdann dämpfe man ihr Licht durch ein feinmaschiges Drahtnetz um einen für beide gleichen Betrag ab. An dem Verhältnis ihrer Intensitäten wird dadurch gegen früher nichts geändert. Trotzdem merken wir, daß die blaue Laterne heller erscheint als die rote. Wenn wir imstande sind, beide Lichter um den gleichen Betrag zu verstärken, so tritt das umgekehrte ein: das rote Licht erscheint uns heller. Wir erkennen daraus, daß der Koeffizient, den wir in der Formel (2) mit C bezeichneten, nicht für beide Farben gleich ist.

Vielleicht werden diese Tatsachen durch eine geometrische Darstellung klarer: Wir tragen (Fig. 9) in horizontaler Richtung Strecken auf, die der objektiven Lichtintensität proportional sind, in vertikaler solche, die den in unserem Auge empfundenen Helligkeitseindrücken entsprechen. Wenn wir so alle Intensitäten beobachten und die entsprechenden Punkte konstruieren, so erhalten wir die Kurve ae_1fg_1 für blaues, und $aefg$ für rotes Licht. Der Punkt c bedeutet diejenige Intensität, bei welcher die Helligkeitsempfindung für die beiden Lichter gleich ist. Dann entspricht dem Punkte b, also einer Intensität, die durch die Strecke ab dargestellt wird, eine Empfindung proportional be_1 im Blau, die größer ist als die entsprechende be im Rot. Nehmen wir jetzt eine Lichtintensität ad, die größer als ac ist, so erhalten wir als Helligkeiten: dg_1 für Blau und dg für Rot, wobei dg den größeren Wert als dg_1 hat, umgekehrt also wie im Punkt b, wo die Strecke be_1 größer als be war.

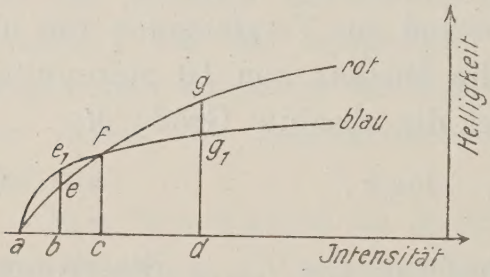

Fig. 9. Zum *Purkinje*-Phänomen.

Hieraus geht hervor, daß man für verschiedenfarbiges Licht keine Maßeinheit so festsetzen kann, daß unser Auge Quantitäten beider Lichtarten, die nach diesen Maßeinheiten gemessen gleich

groß sind, auch immer gleich hell empfindet. Die Funktionen, die die Abhängigkeit der Empfindungsstärke von der objektiven Lichtintensität ausdrücken, sind vielmehr für verschiedenfarbiges Licht verschieden. Daraus ergibt sich eine große Schwierigkeit, die Leuchtstärke verschiedenfarbiger Sterne aus ihrer Helligkeit, oder auch umgekehrt ihre Größe aus ihren objektiven Intensitäten zu ermitteln. Das *Purkinje*-Phänomen,[1]) wie diese Erscheinung genannt wird, spielt in der Photometrie der Gestirne eine wichtige Rolle.

Bei der Vergleichung verschieden gefärbter Sterne in Instrumenten, die verschieden lichtstark sind, kann das Urteil über die Helligkeit durch das *Purkinje*-Phänomen stark beeinflußt werden. Dieser Fall kann namentlich bei der Beobachtung veränderlicher Sterne oft eintreten, wenn man bei starker Helligkeitsveränderung eines solchen Sterns im Laufe der Zeit zu Instrumenten verschiedener Lichtstärke übergehen muß. Ist z. B. der veränderliche Stern, wie es häufig der Fall ist, rötlich, ein Vergleichstern dagegen weiß, beide aber in einem lichtschwächeren Instrument gleichhell geschätzt, so wird der rötliche in einem lichtstärkeren Fernrohr heller erscheinen. Man sucht den Einfluß dieses Fehlers dadurch zu ermitteln, daß man die Messungen eine Zeitlang in beiden Instrumenten nebeneinander ausführt.

Von großem Einfluß kann diese Erscheinung bei der Abschätzung des Helligkeitsverhältnisses verschiedener Spektrallinien, z. B. der Wasserstofflinien sein.[2]) Hat man bei einem schwachen Stern für dieses Helligkeitsverhältnis einen bestimmten Wert gefunden, so wird man für einen helleren Stern, bei welchem die Intensität der beiden Linien objektiv in demselben Verhältnis steht, dafür einen anderen Wert schätzen. Ebenso begehen wir einen Schätzungsfehler, wenn wir bei der Beobachtung desselben Sterns die Helligkeit der Spektrallinien durch Verstellung der Spaltweite des Spektralapparates verändern.

[1]) *J. E. Purkinje*, Zur Psychologie d. Sinne II, S. 109. Prag 1825.

[2]) Über Spektrallinien wird im 3. Kap. näheres gesagt.

Drittes Kapitel.

Die Grundzüge der Spektralanalyse.

Einleitende Übersicht.

Die Physik lehrt, daß das Licht die Wellenbewegung eines angenommenen, äußerst dünnen Mediums, des sogenannten Lichtäthers ist, und daß die Farben des Lichtes sich nur durch die Länge dieser Wellen unterscheiden. Unser Auge ist weit davon entfernt, alle Arten von Ätherwellen als Licht zu empfinden, nur eine enge Auswahl von Schwingungen, deren Länge von einem Wellenberg zum folgenden gemessen zwischen 4 und 8 Zehntausendsteln eines Millimeters beträgt, kann es wahrnehmen. Es zeigt hierin ein ähnliches Verhalten wie das Ohr, für das es auch eine untere und eine obere Grenze der Wellenlängenempfindung gibt. Nur ist in dieser Beziehung unser Auge viel unvollkommener, da sein Wahrnehmungsbereich bloß eine Oktave umfaßt und es aus Mischungen von Farben — die Farben entsprechen den Tonhöhen — ohne besondere Mittel nicht ihre Zusammensetzung aufzulösen versteht.

Mit der Untersuchung von Lichtstrahlen in bezug auf die darin enthaltenen Wellenlängen beschäftigt sich die Spektralanalyse. Es ist bekannt, daß man einen Strahl weißen Lichtes mit Hilfe eines Prismas oder eines Gitters in ein farbiges Band zerlegen kann. Das Band zeigt uns die Bestandteile des Strahls nach Wellenlängen geordnet und zwar entsprechen der violetten Farbe am einen Ende des Bandes die kurzen, der roten am anderen Ende die langen Wellen. Jedes Physikbuch belehrt uns darüber, welche Kunstgriffe anzuwenden sind, um die Partien gleicher Wellenlänge möglichst scharf zu erhalten, und wie man die Länge der Wellen bestimmt.

Wenn feste oder flüssige Körper zum Glühen gebracht werden, so erzeugen sie Farbenbänder, bei denen ohne Unterbrechung der Übergang von einer Farbe zur anderen erfolgt. Solche Spektra werden kontinuierliche genannt. Dagegen bestehen die Spektra der leuchtenden Gase und Dämpfe aus einzelnen mehr oder weniger breiten, getrennten Linien, die in bezug auf ihre nächste Umgebung heller erscheinen. Solche Spektra heißen Emissionsspektra. Aus der Lage der hellen Linien kann man auf die Länge der Wellen schließen, die der leuchtende Körper aussendet.

Wenn eine leuchtende Dampfschicht von dem Licht eines Körpers von höherer Temperatur durchsetzt wird, der ein kontinuierliches Spektrum aussendet, so erscheint das kontinuierliche Farbenband an den Stellen, an denen die Linien des Dampfes sonst liegen würden, von dunklen Streifen durchzogen. Sie rühren daher, daß der Dampf gerade die Farben des Lichtes, das er selbst aussendet, nicht durchläßt, sondern in dem kontinuierlichen Spektrum auslöscht. Die dunklen Linien werden das Absorptionsspektrum des betreffenden Dampfes genannt. Die Voraussetzung dafür, daß ein Absorptionsspektrum zustande kommt, ist, daß der Körper, der das kontinuierliche Spektrum erzeugt, intensiver strahlt, als der absorbierende Dampf, was nur dann eintreten kann, wenn die Temperatur des Dampfes niedriger ist, als die des anderen leuchtenden Körpers.

Ein Beispiel für ein kontinuierliches Spektrum ist das Farbenband, das unsere bekannten künstlichen Lichtquellen erzeugen. Die durch Natriumdampf gelbgefärbte Flamme eines Bunsenbrenners gibt dagegen ein Emissionsspektrum. Als Absorptionsspektrum ist das des Sonnenlichtes am bekanntesten. Das Farbenband der Sonne erscheint von vielen dunklen Linien durchschnitten, die die Absorptionsspektren derjenigen gasförmigen Stoffe sind, von denen der Sonnenkern umhüllt wird. Der Kern der Sonne allein würde ein kontinuierliches Spektrum ergeben.

Jedes chemische Element erzeugt ein Spektrum aus Linien oder Bändern, die im allgemeinen nur ihm eigentümlich sind. Dadurch wird es uns möglich, aus dem Spektrum eines leuchtenden Gases oder Dampfes die chemische Zusammensetzung der strahlenden Materie zu ermitteln. Bei vielen Elementen, z. B. beim H, He, Na, K usw. zeigen die Linien eine regelmäßige Anordnung und ihr gegenseitiger Abstand wird nach dem Violett zu immer enger. Ein solcher Linienkomplex, dessen Bestandteile eine rythmische Anordnung zeigen, heißt eine Serie. Ein und dasselbe Element kann mehrere derartige Serien emittieren. Die Linien, die zu ein und derselben Serie gehören, haben stets gleiches Aussehen, während sich die Glieder verschiedener Serien desselben Elements verschieden verhalten können. So können z. B. die Linien der einen Serie scharf, die einer anderen dagegen sämtlich verwaschen sein. Häufig kommt es auch vor, daß alle Linien einer Serie verdoppelt oder verdreifacht auftreten; in diesem Fall spricht man von einem Dublett oder einem Triplett. Am bekanntesten ist das Spektrum des Wasser-

stoffs und schon *J. J. Balmer*[1]) hat die Wellenlängen der Wasserstofflinien durch eine einfache Formel darzustellen vermocht. Solche Formeln lassen sich auch für andere Serienspektren aufstellen und in neuester Zeit ist es *N. Bohr* gelungen, auf Grund seines Atommodells das Auftreten dieser Serien zu erklären und Formeln für die Gruppierung der Linien in den Spektren verschiedener Elemente auf rein theoretischem Wege abzuleiten.[2]) Beim Wasserstoff kennt man vier Serien und unterscheidet eine Hauptserie, zwei Nebenserien und die sog. Bergmannserie. Die Hauptserie ist schwierig zu erkennen, weil ihre Linien weit im Ultraviolett liegen. Die erste Nebenserie ist am bekanntesten, ihre Linien werden mit H_α, H_β, H_γ usw. bezeichnet. Die zweite Nebenserie H_α', H_β', H_γ' usw. wurde von *Pickering* im Spektrum des Sterns ζ Puppis entdeckt. Ihre Linien liegen immer zwischen zwei aufeinanderfolgenden der ersten Nebenserie. (Die Formel zeigt, daß die von *Pickering* beobachtete Serie nur jede zweite Linie der zweiten Nebenserie enthält, die übrigen Linien fallen nahezu mit denen der ersten Nebenserie zusammen und sind im Spektrum des Sterns daher nicht zu erkennen.) Die Bergmannserie liegt im Ultrarot und ist erst später aufgefunden worden, als man Methoden gelernt hatte, auch diese Teile des Spektrums zu analysieren. Für die Astrophysik sind die beiden Nebenserien des Wasserstoffs am wichtigsten.

Die verschiedenen Serien sind im allgemeinen nicht gleichzeitig vorhanden, ihr Erscheinen hängt von der Art der Erzeugung des Spektrums ab. Am leichtesten tritt gewöhnlich die Hauptserie auf, schon schwieriger ist die erste Nebenserie und am schwersten die Bergmannserie zu erhalten. Es besteht hierbei eine Abhängigkeit von den physikalischen Zuständen, wie Temperatur und Druck des emittierenden Gases und aus dem Auftreten gewisser Linien oder Serien lassen sich Schlüsse ziehen auf die Temperatur der Schichten, von denen sie ausgehen. Bei allen Elementen unterscheidet man Flammen- und Bogenspektren einerseits und Funkenspektren andererseits. Die Flammen- und Bogenspektren entstehen bereits bei geringer thermischer oder elektrischer Anregung, während die Funkenspektren eine gesteigerte Energie zu ihrem Zustandekommen erfordern.

---

[1]) Ann. d. Physik 25, 80 (1885).

[2]) Vgl. hierüber: *A. Sommerfeld*, Atombau und Spektrallinien. Braunschweig 1921.

Nach den Untersuchungen *Bohr*s sind übrigens die Haupt- und die zweite Nebenserie des Wasserstoffs nicht dem H, sondern dem ionisierten Helium (He_+) zuzuschreiben, die zweite *Pickering*sche Serie könnte aber auch dem zweifach ionisierten Lithium (Li_{++}) angehören.

In Fig. 10 ist die Anordnung der einzelnen Teile eines Spektralapparats schematisch gezeichnet. Das Licht einer Lichtquelle ◎ tritt durch einen engen Spalt *S*, der in der Brennebene einer Kollimatorlinse *C* parallel zur brechenden Kante *K* (senkrecht zur Zeichenebene) eines Prismas *P* steht. Auf die Kollimatorlinse ist ein zum Messen geeignetes Fernrohr *F* gerichtet, dessen Richtung man durch Drehung um eine mit der brechenden Kante

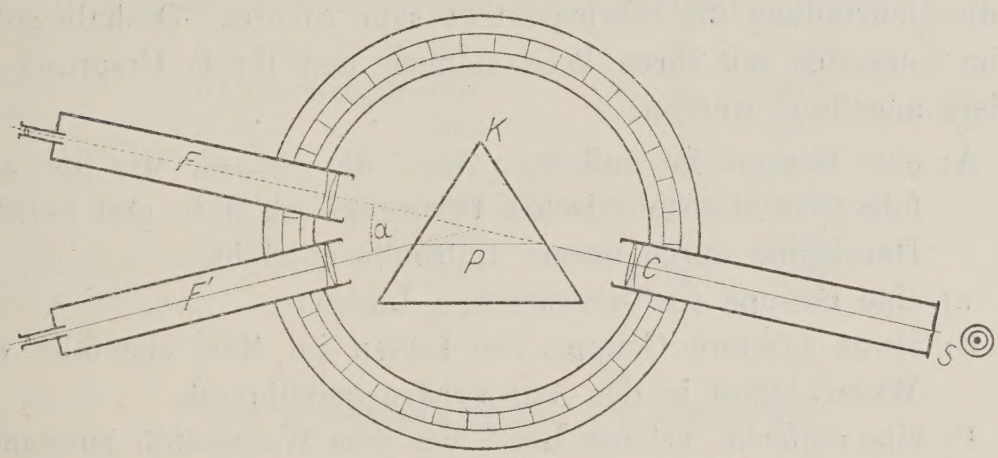

Fig. 10. Spektralapparat (schematisch).

parallele Achse meßbar ändern kann. Wenn das Prisma nicht vorhanden ist, so sieht man bei richtiger Einstellung im Fernrohr durch die Kollimatorlinse den Spalt als scharfe Lichtlinie. Bei der Nullstellung des Fernrohrs bilden die Achsen der beiden optischen Systeme eine Gerade. Wenn in den Strahlengang zwischen Fernrohr- und Kollimatorlinse das Prisma eingeschaltet ist, so werden die Strahlen, die vom Spalt kommen, d. h. also die verschiedenfarbigen Spaltbilder mehr oder weniger abgelenkt (Fernrohr *F'*). Aus dem Ablenkungswinkel α, der an einer Teilung abgelesen wird, läßt sich die Wellenlänge des Lichtes für die Farbe, in der die feine Linie des Spaltbildes im Fernrohr erscheint, berechnen.

Als Einheit für die Wellenlängen ist fast allgemein die Ångströmeinheit (Å-E.) eingeführt, die dem zehnmillionsten Teil eines Millimeters entspricht. Der zehnfache Betrag einer Å-E. dient auch manchmal als Maßeinheit und wird mit $\mu\mu$ bezeichnet.

Die Wellenlänge des Natriumdampfes, dessen Spektrum bei stärkerer Vergrößerung zwei scharfe gelbe Linien zeigt, beträgt 5890 und 5896 Å-E.

Fig. 11 gibt die Hauptlinien des Sonnenspektrums wieder, die von *Fraunhofer*, der sie zuerst sah, mit Buchstaben bezeichet worden sind. (Das Anwachsen der Wellenlängen in einem Spektrum, das durch ein Glasprisma erzeugt ist, geschieht, wie die Teilung am unteren Rande zeigt, nicht gleichförmig, weil die Farbenzerstreuung in einem solchen Prisma für verschiedene Spektralbezirke verschieden ist.)

Das Sonnenspektrum.

Die Kenntnis der Hauptlinien im Spektrum der Sonne ist auch für die Beurteilung der Sternspektren sehr wichtig. Deshalb sollen sie im folgenden mit ihren Wellenlängen und ihrem Ursprung besonders angeführt werden:

A: eine Gruppe im äußersten Rot, die ebenso, wie die zwei folgenden atmosphärischen Ursprungs ist, d. h. erst bei dem Durchgang durch unsere Lufthülle entsteht.

a: eine Gruppe von schwächeren Linien.

B: etwas breitere Gruppe von Linien im Rot, ebenfalls vom Wasserdampf in der Atmosphäre herrührend.

C: eine einfache, scharfe Linie, die dem Wasserstoff entstammt und deshalb auch H_α, d. h. α-Linie des Hydrogeniums genannt wird.

D: die gelbe Doppellinie des Natriums, die hier natürlich dunkel erscheint.

E: eine Gruppe feiner Linien im Grün, dem Eisen entstammend.

b: vier scharf begrenzte Linien, mit den Indizes 1 bis 4 bezeichnet, zum Magnesium und zum Eisen gehörend.

F: eine einfache Linie in Blaugrün, als H_β bezeichnet, weil sie ebenso wie die folgende H_γ zum Wasserstoff gehört.

f: einfache Linie im Blau $= H_\gamma$.

G: eine kräftig markierte Gruppe von Linien, die früher als Eisenlinien galten. Nach den neuesten Untersuchungen ist ein Teil der Linien dieser Gruppe aber dem Kohlenwasserstoff[1]), ein anderer Teil dem Ammonium und dem Wasser-

[1]) *MN* **76**, 640 (1916).

dampf[1]) zuzuschreiben. Auf diese Weise finden die meisten Linien dieser Gruppe ihre Erklärung.

g: eine einfache kräftige Kalziumlinie im Violett.

h: die vierte Wasserstofflinie H_δ.

H, K: zwei sehr starke Kalziumlinien im äußersten Violett.

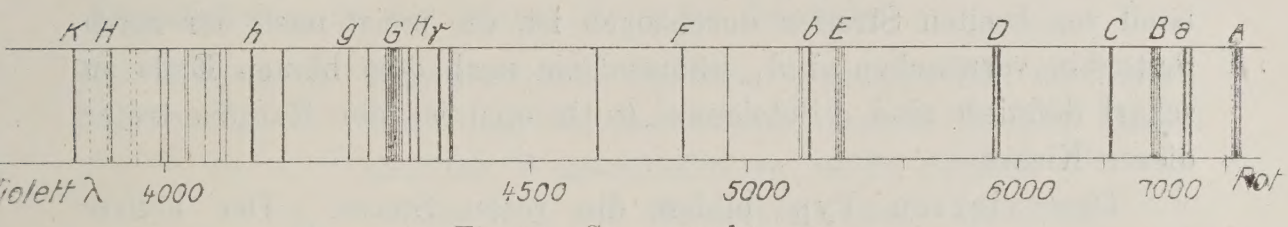

Fig. 11. Sonnenspektrum.

Wellenlänge der *Fraunhofer*schen Linien in Å.-E.[2])

A, B	erste Linie der Gruppe	7594, 6867	
C		6563	
D_1		5896	
D_2		5890	
E		5270	
b_1		5184	
b_2		5173	
b_3		5169	
b_4		5168	
F		4861	
G		4308	
h		4102	
H		3969	
K		3934	

Die Spektralklassen der Gestirne.

Einteilung nach *Secchi*. Der erste, der das Spektroskop auf die Fixsterne richtete und auf die Verschiedenheit ihrer Spektren untereinander aufmerksam machte, war *Fraunhofer*[3]), aber erst einige Zeit nach ihm begann die systematische Untersuchung von Fixsternspektren, und *Secchi*[4]) war der erste, der eine Einteilung nach Typen vornahm. Sein Apparat hatte nur geringes Zerstreuungsvermögen, und daher mußten ihm feinere Unterschiede entgehen. Er stellte vier Typen auf, die heute noch zur bequemen, allerdings nur rohen Charakterisierung im Gebrauch sind:

Den ersten Typ bilden die weißen Sterne, in deren Spektrum die vier Wasserstofflinien besonders gut markiert sind und bei denen das blaue Ende stark ausgeprägt ist. Der Sirius ist der Hauptvertreter dieser Klasse.

[1]) London *R S Proc.* **94**, 470 (1918).

[2]) *H. A. Rowland*, Astronomy und Astrophysics **12**, 321 (1893).

[3]) Denkschr. d. K. Akad. d. Wiss. **5**, 193ff. (1817).

[4]) *CR* **57** (1863), **63** u. folg. bis **66** (1866—68).

Zum zweiten Typ gehören die gelblichen Sterne, deren Spektrum dem unserer Sonne ähnlich ist, das also von vielen feinen Linien durchzogen ist. Sehr stark treten H und K hervor. Als Vertreter dieser Klasse sind vor allem Capella, Pollux und Arkturus zu nennen.

Zum dritten Typ gehören die rötlichen Sterne, deren Farbenband von breiten Streifen durchzogen ist, die meist nach der roten Seite hin verwaschen sind, während sie nach dem blauen Ende zu scharf definiert sind. Beteigeuze (α Orionis) ist der Hauptvertreter dieser Klasse.

Den vierten Typ bilden die roten Sterne. Der hellste Repräsentant ist fünfter Größe (19 Piscium). In den Spektren dieser Klasse fehlt Blau fast völlig, meist treten nur noch Gelb, Grün und Orange hervor.

Einteilung nach *Vogel*. *H. C. Vogel*[1]) hat eine andere Klassifikation eingeführt, die dazu bestimmt war, in ihren Grundzügen das Entwicklungsstadium der Sterne zu charakterisieren. Er nimmt an, daß das Anfangsstadium eines jeden Sterns die höchste Weißglut darstellt. Ein glühender Kern ist von einer außerordentlich heißen Atmosphäre, die in der Hauptsache aus Wasserstoff und Helium, den leichtesten Gasen, besteht, umgeben. Daher ist bei den Sternen der I. *Vogel*schen Klasse, die das früheste Stadium der Entwicklung darstellt, das violette und blaue Ende des Spektrums außerordentlich hell, und es lassen sich im ganzen nur einige feine Linien von Metallen erkennen. Kühlt sich ein solcher Stern ab, so verringert sich die Mächtigkeit der äußeren Umhüllung. Daher treten zunächst die Helium-, dann aber die Wasserstofflinien zurück und die Metalle werden auffälliger. So gelangt man zum II. *Vogel*schen Spektraltypus. Da wir unter den Sternen Individuen aller möglichen Entwicklungsstufen antreffen, so zeigen sich auch alle Übergangsstufen zunächst vom I. zum II. Spektraltyp. Hierin liegt gewissermaßen ein Beweis für die Richtigkeit der Abkühlungstheorie.

Bei weiterer Abkühlung bilden sich in den Atmosphären der Sterne chemische Verbindungen, deren Bestehen bei den hohen Temperaturen des Anfangsstadiums unmöglich ist. Die stärkere Abkühlung hat zur Folge, daß das Helligkeitsmaximum sich mehr und mehr nach dem roten Ende des Spektrums verschiebt. Das

[1]) *AN* 84, 113 (1874).

Blau tritt stark zurück und in den Spektren der III. Klasse treten dunkle Bänder auf.

Soweit ist die Einteilung von *Vogel* derjenigen von *Secchi* sehr ähnlich, *Vogel* hat aber seine Klassifizierung durch Einführung von Unterabteilungen noch ganz wesentlich ausgebaut, wie es die schnellen Fortschritte der Forschung auf diesem Gebiete verlangten. Seine Klassifizierung in der letzten Form ist folgende:

Klasse I. Kontinuierliche Spektra, besonders hell im Violett und Blau, durchsetzt von dunklen Linien, hauptsächlich Wasserstofflinien (weiße Sterne).

I a_1. Es sind nur Wasserstofflinien vorhanden.

I a_2. Daneben andere Metallinien schwach angedeutet (Kalzium, Magnesium, Natrium, aber nicht Helium).

I a_3. Die Kalziumlinie erreicht oder übertrifft an Intensität die Wasserstofflinien. Auch andere Metalle kräftig. Helium fehlt.

I b. Wie I a_2 oder I a_3, aber mit Linien des Heliums.

I c_1. Spektra mit hellen Wasserstofflinien.

I c_2. Außer den hellen Wasserstofflinien erscheinen noch die Linien des Kalziums, Heliums und anderer Metalle hell.

Klasse II. Kontinuierliche Spektra, in denen die Helligkeit des Violetts und Blaus gegen Grün, Gelb und Rot stark nachgelassen hat. Die Metallinien treten sehr ausgeprägt hervor (gelbliche Sterne).

II a. Wasserstoff und zahlreiche Metallinien kräftig (Sonne, Capella).

II b. Außer dunklen Linien und schwachen Bändern treten mehrere helle Linien auf (*Wolf-Rayet*-Sterne).

Klasse III. Kontinuierliche Spektra, in denen Violett und Blau nur noch schwach erscheinen. Das Spektrum ist von dunklen Bändern durchsetzt (rötliche Sterne).

III a. Die dunklen Bänder sind nach dem Violett am dunkelsten und scharf begrenzt, nach dem Rot hin verwaschen (Rigel, α Herculis).

III b. Die Intensitätsverteilung in den breiten, dunklen Bändern ist umgekehrt wie bei III a.

Die Klassifizierung von *Vogel* schließt sich nur in der Aneinanderreihung der Hauptklassen genau dem Entwicklungsgang der Gestirne an. Eine strenge allgemeine Einteilung wäre nur möglich, wenn die Konstitution aller Fixsterne dieselbe wäre. In diesem Falle würde die Angabe der Lage des Energiemaximums im Spektrum genügen. Aber so einfach liegen die Verhältnisse nicht. Jedenfalls kommt in der Anordnung der Hauptklassen das Abkühlungsprinzip voll zum Ausdruck, da die Sterne der Klasse I die heißesten, die der Klasse III die kühlsten sind. Wir haben also in der *Vogel*schen Klassifikation eine Einteilung, die in der Natur selbst begründet ist.

Bei der Aneinanderreihung der Unterabteilungen ist dieser Gesichtspunkt verlassen worden. So sind die Sterne mit Heliumlinien der Klasse Ic nach dem Stadium der Entwicklung denen der Klassen Ia und Ib voranzustellen. Die Klasse IIb, die der sog. *Wolf-Rayet*-Sterne, nimmt eine eigenartige Sonderstellung ein. Wegen ihrer hellen Wasserstofflinien müßte ihr der Entwicklungsstufe nach ein Platz in der Klasse I angewiesen werden, etwa zwischen Ic und Ia, während sie, wahrscheinlich wegen ihrer dunklen Linien, zur Klasse II gezählt wird. Die Abteilungen der Klassen IIIa und b, sind in ihrer Entwicklung zu koordinieren, nicht zu subordinieren.

Einteilung nach *Pickering-Cannon*. Die *Vogel*sche Klassifikation hat gewiß den großen Vorzug, daß ihr ein in der Natur begründetes Prinzip zugrunde liegt; aber in der Praxis tritt sehr häufig der Fall ein, daß man Sterne bald der einen, bald der anderen Klasse zurechnen könnte, weil ihr Spektrum gleichzeitig die Merkmale von verschiedenen Klassen trägt. Außerdem finden, wie es ja bei jeder Einteilung vorkommen muß, die den natürlichen Entwicklungsgang berücksichtigt, alle möglichen Übergänge von einer Klasse zur anderen statt. Darunter leidet vor allem die genaue Definition. Von diesem Nachteil ist die (zweite) *Pickering*sche Klassifikation freier, bei der sich die verschiedenen Grade der Abstufungen durch Zahlen ausdrücken lassen.

Diese Einteilung von *E. C. Pickering*[1]) ist hauptsächlich für die Auswertung photographischer Platten bestimmt und gelangte zuerst bei der Aufstellung des *Draper*-Katalogs[2]) zur Verwendung, der die

[1]) *HA* 28, 146ff. (1897).
[2]) *HA* 27 (1890).

Spektren von 10351 Sternen enthält. Die Klassifizierung ist außerordentlich detailliert, ihr liegen die *Secchi*schen Typen zugrunde, wobei wieder das Vorhandensein und die Stärke des Auftretens von einzelnen Liniengruppen für die Einreihung in die Abteilungen den Ausschlag geben.

Diese Liniengruppen sind folgende:

1. Die Wasserstofflinien.
   (α) die H-Linien, die bekannten Linien des Serienspektrums (erste Nebenserie), bezeichnet mit H_α, H_β, H_γ ...
   (β) die zweite H-Serie, die nur im Spektrum einiger Sterne auftritt. (Nach den neuesten physikalischen Forschungen gehört die 2. Nebenserie dem Helium an, s. oben.)
2. Die Orionlinien. Die Linien einer Reihe von Sternen, die hauptsächlich im Orion vorkommen. Sie gehören vor allem dem Helium, auch dem Sauerstoff, Stickstoff und Silizium an. Außerdem zeigen sich noch einige kräftige Linien unbekannten Ursprungs (γ).
3. Die Kalziumlinien, die den *Fraunhofer*schen Bezeichnungen H und K entsprechen (δ).
4. Die Sonnenlinien.
   (ε) die Metallinien, dem Spektrum einiger Metalle eigentümlich.
   (ζ) die Gruppe bei G.
5. Einige für den 3. *Secchi*schen Typus charakteristische Absorptionsbänder mit den scharfen Kanten bei λ 4762, 4954 und 5168, dem Titanoxyd zugehörig (η).

Der Kürze halber werden im folgenden bei der Beschreibung der einzelnen Klassen diese Liniengruppen durch die in Klammer gesetzten griechischen Buchstaben angegeben.

Die einzelnen Klassen der *Pickering-Cannon*schen Einteilung werden mit den großen Buchstaben des lateinischen Alphabets benannt; bei M und O finden sich durch beigefügte kleine Buchstaben unterschiedene Unterklassen. Übergänge von einer Klasse zur folgenden werden durch die betreffenden Buchstaben beider Klassen mit einer dazwischen gestellten Zahl bezeichnet. Die Zahlen laufen von 0 bis 9 und geben die Stufe des Übergangs an, z. B. bedeutet F 1 G ein Spektrum, welches von F in G übergeht, der Klasse F aber noch äußerst ähnlich ist, F 5 G ein solches, das etwa in der Mitte zwischen beiden Klassen liegt, und F 9 G schließlich ein

solches, das schon beinahe alle Eigenschaften von G hat. Der zweite Buchstabe wird häufig weggelassen, da die Übergänge nur in dem Sinn der Entwicklung der Sterne von B über A, F, G, K nach M stattfinden. Die Zahl 0 bedeutet die vollständige Übereinstimmung mit den Eigenschaften der betr. Klasse, ein beigefügtes p dagegen, daß der Stern noch ganz besondere Eigentümlichkeiten zeigt.

Ihrer Entwicklungsgeschichte nach erscheinen zuerst die O-Sterne, die in ihrem Spektrum verschiedene helle Banden meist unbekannten Ursprungs enthalten. Diese Klasse schließt die sog. *Wolf-Rayet*-Sterne ein, dann folgen nacheinander die B-, A-, F-, G-, K-, M-Sterne.

Beschreibung der Spektralklassen. (*Cannon.*)

Klasse O:

Oa, Ob, Oc	Kontinuierlicher Untergrund, auf dem nur helle Linien und Bänder stehen. Zwei breite charakteristische helle Bänder (λ 4633 und λ 4688), die namentlich in Oc auffallen. Gruppen α und β hell.
Od	Alle Linien dunkel, nur die beiden charakteristischen Bänder hell. α, β und die K-Linie dunkel vorhanden.
Oe	Dunkle Linien zahlreicher als in Od. Es treten schwach die Heliumlinien hinzu.
Oe5	Übergang zur Klasse B. Weder helle Linien noch helle Bänder vorhanden, daher fehlen auch die beiden für die O-Klasse charakteristischen Bänder. Zweite Nebenserie des Wasserstoffs wie in Oe. Heliumlinien γ wie in B0, K-Linie scharf.

Klasse B. Orion- oder Heliumsterne:

B0, B1...	Alle Linien dunkel. Zurücktreten und zuletzt Verschwinden von β. Starke Zunahme von α und γ. K-Linie.
B8, B9	Gruppe γ mit ε untermischt.

Klasse A. Siriussterne:

Gruppe α stark ausgeprägt, γ völlig verschwunden. (Nur in A0 finden sich noch Spuren der

Gruppe γ, so in α Lyrae und den später beschriebenen c-Sternen.)

Beim Übergang zur Klasse F tritt zuerst ε, später δ auf. Gruppe α nimmt anfangs kaum, später schneller ab.

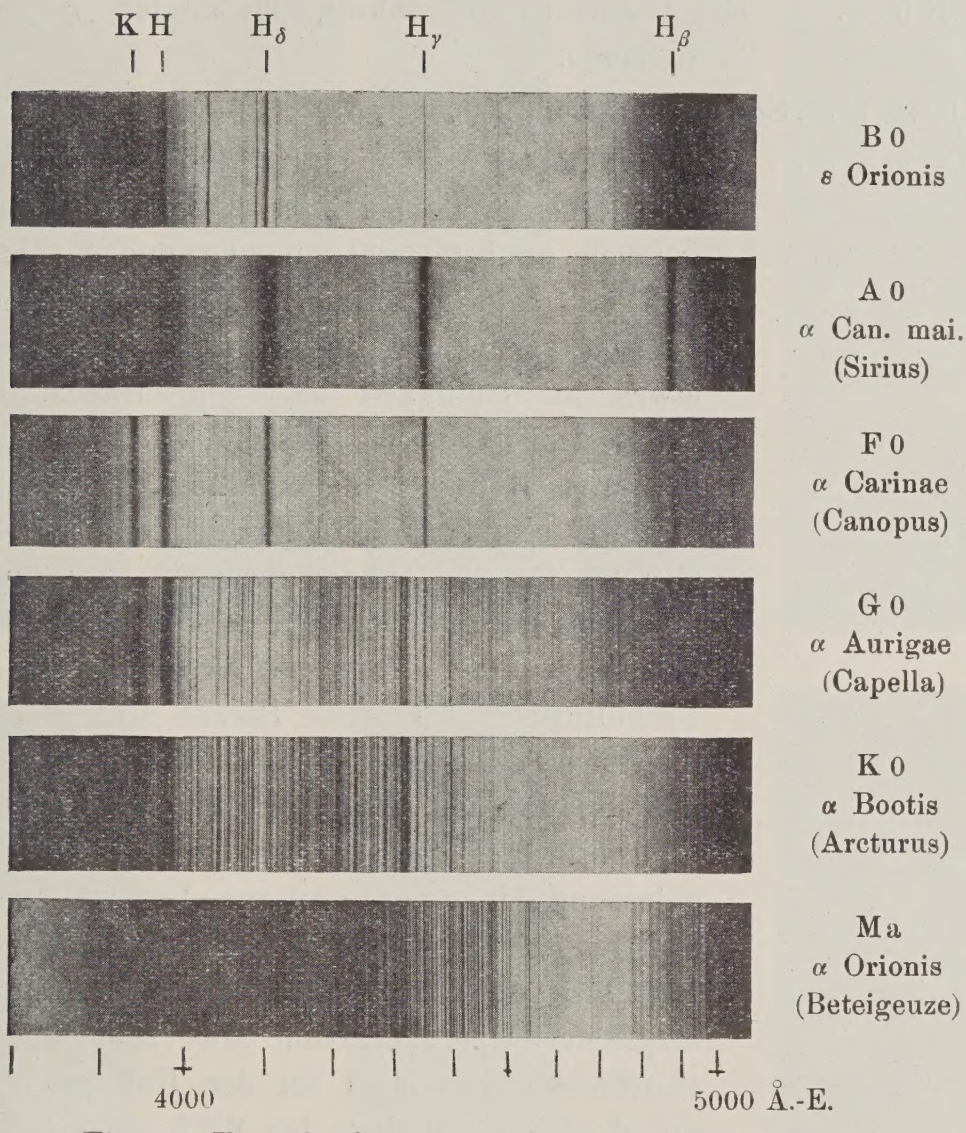

Fig. 12. Typische Sternensprektren der Klassifikation von *Pickering* und *Cannon*.

Klasse F:

Gruppe α nimmt weiter ab, δ stark ausgeprägt.

F2.., F5.., F8 Gruppe ζ tritt zuerst unbestimmt, dann schärfer hervor.

Klasse G. Sonnensterne:

Gruppen δ und ζ sind am meisten ausgeprägt, wogegen α und ε fast gleich sind, aber zurücktreten.

Klasse K. Vorgeschrittene Sonnensterne:

Gruppen δ und ζ, ferner Linie g treten stark hervor. Gruppe α viel schwächer. Das ultraviolette Ende des kontinuierlichen Spektrums von G ab läßt an Intensität stark nach.

K 5 . . . Es beginnen die Absorptionsbänder η zu erscheinen.

Klasse M. Sterne mit Bandenspektren:

Ma, Mb, Mc Die Banden η treten stärker hervor, außerdem noch eine Bande bei λ 5445. Die Sonnenlinien nehmen an Intensität ab. Gruppe δ sehr auffallend. Das kontinuierliche Spektrum nimmt jenseits von G bei den späteren Stufen wieder etwas an Helligkeit zu. Die Intensität der Wasserstofflinien ist verschieden je nach der absoluten Helligkeit der Sterne.

Md Die Sterne dieser Abteilung bilden eine besondere Gruppe für sich und haben die Eigentümlichkeit, daß die Liniengruppe α, vor allem H_γ hell erscheint. Dies deutet auf besondere physische Verhältnisse. Alle diese Sterne sind stark veränderlich, sie gehören fast sämtlich zu den langperiodischen Variabeln, z. B. o Ceti. Der Charakter des übrigen Spektrums hat die Veranlassung zu einer weiteren Unterteilung der Md-Gruppe in 11 Stufen Md 1, Md 1.5, Md 2 ... Md 10 gegeben, bei denen im Untergrund ein langsamer Übergang vom Ma- zum Mc-Typus stattfindet. Bei Md 1 ist der Untergrund dem der Ma-Sterne ähnlich, bei Md 6 gleicht er dem Mb-Typus und bei der Md 10-Klasse kommt der Untergrund dem der Mc-Klasse sehr nahe (siehe Fig. 13 und 14).

Klasse N. Vierter *Secchi*scher Typus:

Die scharfen Kanten der Bänder, die dem Kohlenwasserstoff und dem Cyan angehören, liegen umgekehrt wie bei M nach dem roten Ende des Spektrums zu. Außerdem viele Metallinien. Wasserstofflinien zuweilen hell. Im blauen Teil

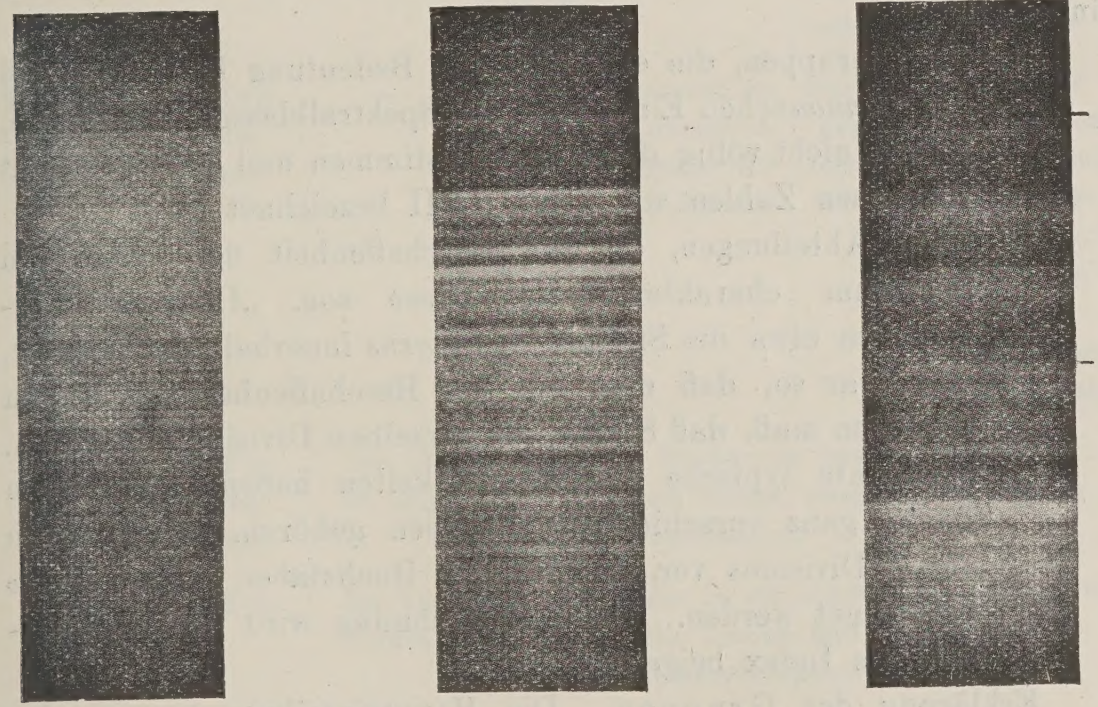
Ma
α Orionis
H_δ
H_γ
H_β
Mb
α Herculis
Mc
R Doradus

Fig. 13.

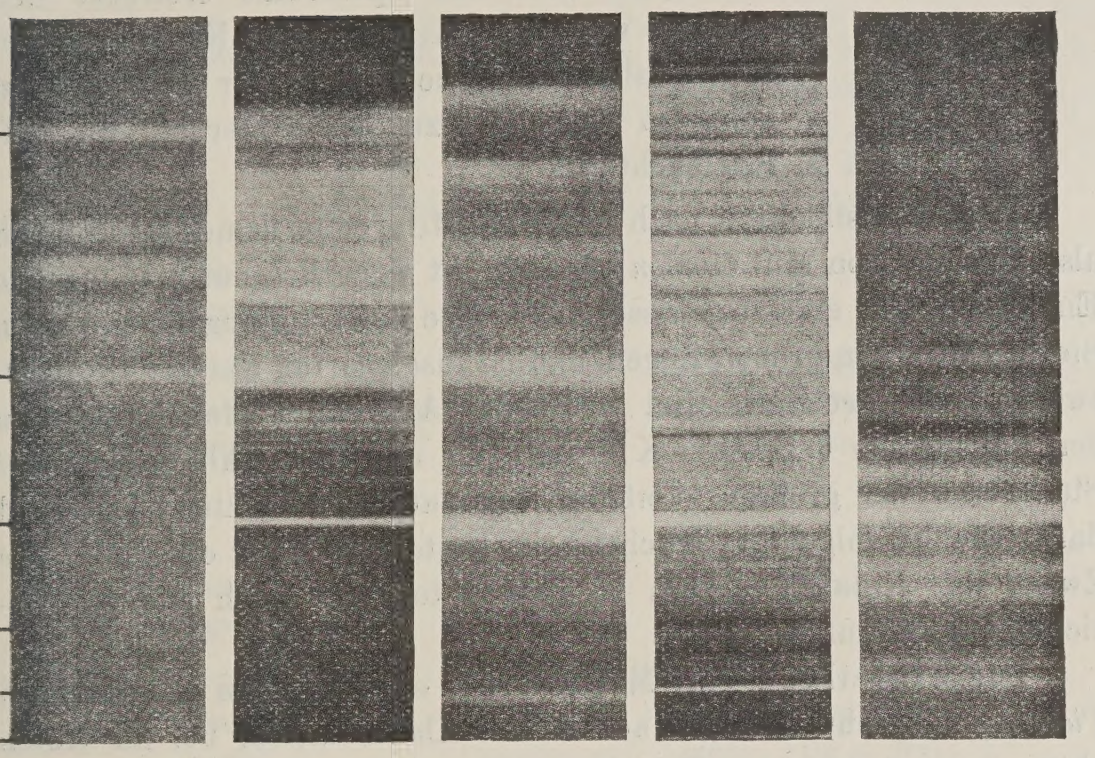
Md 1
R Lyncis
Md 4
S Carinae
Md 6
R Carinae
Md 9
o Ceti
Md 10
R Hydrae
H_η H_ζ H_ε H_δ H_γ H_β

Fig. 14.

ist das Spektrum wie abgeschnitten, daher photographisch sehr schwach.

Klasse R: Das violette Ende des Spektrums erstreckt sich meist so weit, wie das der Klasse K. Starke Absorptionsbänder. Die Farbe der R-Sterne ist gelb, im Gegensatz zu den N-Sternen, die tiefrot leuchten.

Diese Klassifikation, nach *Pickering*s Mitarbeiterin meistens einfach als diejenige von Miß *Cannon* benannt, ist eigentlich nur eine formale Einteilung. Sie ersetzt gewissermaßen eine Beschreibung der einzelnen Sternspektren in groben Zügen und ist insofern für Katalogisierungszwecke sehr geeignet. Bei passender Anordnung der Klassen in der Reihenfolge O B A F G K M stellt sie den Entwicklungsgang der Sterne von der größten Weißglut bis zum abgekühlteren Zustand dar. Die im folgenden beschriebene Einteilung dient ebenfalls dem Zweck der Katalogisierung, ist jedoch teilweise nach anderen Gesichtspunkten aufgestellt.

Die Einteilung von Miß *Maury*[1]), einer anderen Mitarbeiterin *Pickering*s, beruht ebenfalls auf *Secchi*s Klassifikation, bei ihr treten aber zwei getrennte Gesichtspunkte auf. Die Klassifikation findet statt:

1. nach Gruppen, die etwa dieselbe Bedeutung haben wie bei der *Cannon*schen Einteilung die Spektralklassen und Typen, jedoch nicht völlig damit übereinstimmen und außerdem mit römischen Zahlen von I bis XXII bezeichnet sind;
2. nach Abteilungen, die die Beschaffenheit der Linien im Spektrum charakterisieren. Diese sog. „Divisions" bezeichnen etwa die Stellung des Sterns innerhalb der Gruppe, und zwar so, daß man aus der Beschaffenheit der Linien schließen muß, daß Sterne, die derselben Division angehören, bestimmte typische Eigentümlichkeiten haben, auch wenn sie zu ganz verschiedenen Gruppen gehören. Es kommen nur 5 Divisions vor, die mit den Buchstaben *a, b, c, ab, ac* bezeichnet werden. Diese Bezeichnung wird der Gruppenzahl als Index beigefügt.

Erklärung der Gruppen. Die Haupteinteilung ist aus der folgenden Übersicht zu erkennen, in der die besonderen Kennzeichen nach Liniengruppen angegeben sind:

---

[1]) *HC* 28, 14 f. (1897).

Gruppennummer	Spektraltypus	Orionlinien	Wasserstofflinien	Sonnenlinien	Kalziumlinien	Sonstige Linien u. Bänder
I—V	Oriontyp	zahlreich, kräftig, nach V zu abnehmend	mäßig intensiv, nach I hin zunehmend	fehlend (außer $\lambda = 4144$ u. 4181)	H-Linie fehlt außer bei Abt. *c* K-Linie schwach	—
VI	Übergangstyp	—	—	—	—	—
VII—XI	1. Typ nach *Secchi*	im allgemeinen fehlend	besonders intensiv, in X und XI abnehmend	nach dem zweiten *Secchi*schen Typ hin abnehmend		
XII	Übergangstyp	—	—	—		
XIII–XVI	2. Typ nach *Secchi*	—	nicht stark ausgeprägt u. schwächer werdend	sehr zahlreich und kräftig	als Banden kräftig u. graduell zunehmend	
XVII–XX	3. Typ nach *Secchi*	—	schwach, in XX hell	zuerst zunehmend, später abnehmend	stark ausgeprägt, leicht abnehmend	anstelle der Linien treten auf der Seite nach dem Rot hin verwaschene Bänder auf
XXI	4. Typ nach *Secchi*	die blauen Teile des Spektrums treten ganz zurück, es zeigen sich nur noch starke, ausgedehnte Absorptionsbanden				
XXII	5. Typ	das Spektrum geht mehr in ein schwaches kontinuierliches über, worin helle Linien und Banden hervortreten. (Gasnebelspektrum.)				

Außerdem werden noch zwei Arten zusammengesetzter Spektra unterschieden, von denen die 1. Art wahrscheinlich von Doppelsternen mit verschiedenem Spektralcharakter herrührt, die 2. jedoch den Oriontyp mit hellen Linien neben dunklen darstellt.

L bezeichnet die Anwesenheit heller Linien vom Oriontypus, P starke Abweichungen vom normalen Spektralcharakter, C zusammengesetzte Spektren, deren Komponenten verschiedenen Klassen angehören.

Erklärung der Parallelserien. Der Index *a* bedeutet, daß das Spektrum normale Beschaffenheit hat. Die Linien haben normale Stärke und Breite und alle, außer denen des Wasserstoffs und des Kalziums sind scharf.

Der Index *b* deutet an, daß alle Linien zwar normale Intensität haben, jedoch etwas verschwommen und verbreitert erscheinen. Infolge dieser Verbreiterung sind die schwächeren Linien weniger leicht erkennbar und verschwinden unter Umständen ganz. Bei dieser Erscheinung handelt es sich nicht etwa um die Änderung des Spektraltypus, sondern man muß schließen, daß das Licht unter veränderten physikalischen Bedingungen ausgesandt wird. (*Doppler*-scher Effekt infolge Rotation oder schneller Bewegung eines Begleiters. Hohe Temperatur der absorbierenden Gasschicht.)

Index *c*. Das Hauptkennzeichen ist, daß die Wasserstofflinien schmal und scharf definiert sind. Ebenso verhalten sich die Orionlinien. Die Kalziumlinien (mit Ausnahme einer Gruppe) treten viel stärker hervor als bei *a* und *b*. Von den Metallinien sind einige ungewöhnlich intensiv und zeigen gegen die entsprechenden Linien im Sonnenspektrum ein ganz abweichendes Verhalten.

Überhaupt sind die Sterne der Division *c* durch das starke und kräftige Hervortreten ihrer Linien besonders ausgezeichnet. Dies deutet darauf hin, daß sie sich in ihrer Konstitution von den Sternen der Abteilung *a* und *b* wesentlich unterscheiden. Dieser Unterschied, an dem auch die Sterne der Zwischenabteilung *ac* teilnehmen, ist in mancher Beziehung von großer Wichtigkeit, namentlich für stellarstatistische Untersuchungen: Die *c*- und *ac*-Sterne sind stark nach der Milchstraße hin konzentriert, haben geringe Eigenbewegung, kleine Radialgeschwindigkeit und große absolute Helligkeit.

Die Zwischenabteilungen *ab* und *ac* haben mehr oder weniger die Charakteristika der durch die betreffenden Buchstaben bezeichneten Hauptabteilungen.

Es ist noch nötig, von der Schwierigkeit, Sternspektren nach photographischen Aufnahmen einzuteilen und zu katalogisieren, einen Begriff zu geben: Zunächst hängt dabei alles von der Art des Aufnahmeapparates ab, die Lichtstärke und die Dispersion spielen eine große Rolle. Ferner können die Umstände, unter denen man die

Spektralaufnahmen macht, das Aussehen des Spektrums wesentlich beeinflussen. Die Unruhe der Luft kann die Schärfe der Linien stark beeinträchtigen. Die Expositionszeit ist ein wesentlicher Faktor, da nicht alle Teile des Farbenbands gleichmäßig herauskommen können, weil die Platten für jede Wellenlänge eine andere Empfindlichkeit haben. Zuerst erscheinen bei gewöhnlichen Platten die kürzeren Wellenlängen im Ultraviolett und das Band dehnt sich mit der Belichtungsdauer erst allmählich nach dem Gelb hin aus. Daher kommt es, daß bei normaler Belichtung für Blau die ultravioletten Teile überexponiert, die gelben Partien dagegen stark unterexponiert erscheinen. Dadurch gehen im überexponierten Teil die feinen Linien gänzlich verloren, breitere und verwaschene dagegen können sich durchaus scharf und dünn abbilden. Außerdem sind hellere Sterne überexponiert, wenn schwächere richtig belichtet sind. Die gelben und noch mehr die roten Sterne bedürfen einer längeren Expositionsdauer als die weißen. Die Sterne der *Vogel*schen Klasse III b, die alle unter der 5. Größe liegen, müssen demnach ganz besonders behandelt werden.

Bei der Bestimmung der Spektralklassen auf photographischem Wege sind also recht große Schwierigkeiten zu überwinden und erst durch längere Übung und Erfahrung ist es möglich, zu einer sicheren Beurteilung der Sternspektren zu gelangen.

Vergleichung der verschiedenen Klassifikationen. Zur Vergleichung der verschiedenen Spektraleinteilungen diene folgende Übersicht, bei der zu bemerken ist, daß die einzelnen Klassen in den verschiedenen Systemen sich nicht so genau entsprechen, daß ihre Beziehung zueinander immer eindeutig ist. Es ist daher wohl möglich, daß Sterne, die in dem einen System derselben Klasse angehören, in einem anderen System verschiedenen Abteilungen zugeordnet sind.

Secchi	*Vogel*	*Cannon*	*Maury*
(V)	II b	O a—O e	XXII
		O e 5	I
	I b	B	II—VI
I	I a	A	VII—X
		F	XI—XIII
II	II a	G	XIV
		K	XV—XVI
III	III a	Ma, Mb, Mc	XVII—XIX
		M d	XX
IV	III b	N	XXI
		R	

Einteilung nach *Lockyer*. Während alle vorhergehenden Spektraleinteilungen eine Abkühlungsskala der Sterne geben (ohne daß dies immer von Anfang an bei ihrer Aufstellung beabsichtigt war), legt *Lockyer* bei seiner Klassifikation einen ganz anderen Entwicklungsgang für die Weltkörper zugrunde. Nach ihm ist das Anfangsstadium eine Meteoritenwolke, die sich allmählich konzentriert. Durch die Konzentration tritt eine Wärmeentwicklung ein. Die Konzentration dauert während des ganzen Entwicklungsvorgangs an, daher auch die Wärmeentwicklung, nicht dagegen die Temperaturzunahme, da sie von der Ausstrahlung des Systems in den Weltraum abhängt. Es läßt sich nach dem Temperaturverlauf in der Entwicklung eines Sterns ein aufsteigender und ein absteigender Ast unterscheiden. Im Spektrum sind diese beiden Entwicklungsstadien durch das Vorherrschen gewisser Linien zu erkennen. Die Sterne des aufsteigenden Astes zeigen gegenüber denen des absteigenden das Vorherrschen der sog. Funkenlinien, d. h. solcher Linien, die hohe Temperatur und große Energie ihrer Erregung verraten, wie sie durch Funkenspektra erzeugt werden. *Lockyer* bezeichnet solche Linien mit dem Beinamen Protolinien. Die Protometallinien sind bei den Sternen auf dem aufsteigenden Ast kräftig ausgeprägt, die Wasserstofflinien (H_α, H_β) dagegen verhältnismäßig schmal. Auf dem absteigenden Ast treten die Linien der Bogenspektra mehr hervor, so daß die Wasserstofflinien kräftiger erscheinen und die Protometallinien schmal sind. Die heißesten Sterne bilden den Höhepunkt der Entwicklung. Vergleicht man diese Einteilung mit der *Cannon*schen, so zeigt sich, daß auf beiden Ästen alle Typen von B bis M vorkommen und nur der Typus N allein ans Ende des absteigenden Astes gerückt ist. Ob dies berechtigt ist, ist noch nicht entschieden, ebensowenig, ob sich die Einteilung der Sterne nach dem angegebenen Prinzip immer streng durchführen läßt. Im folgenden ist die *Lockyer*sche Einteilung[1]), deren Klassen nach den Hauptvertretern benannt sind, angeführt.

Bei jeder Klasse ist ihr Hauptvertreter, sein Spektrum nach der *Cannon*schen Einteilung und der Buchstabe *a*, *b* oder *c* der *Maury*schen Division hinzugefügt. Man erkennt u. a. sofort, daß in der Hauptsache die Division *c* dem aufsteigenden, *a* dagegen dem absteigenden Ast zukommt.

---

[1]) *N. Lockyer*, Catalogue of 470 of the brighter Stars, London 1902.

Aufsteigender Ast		Absteigender Ast
	Höchste Temperatur	
10	Argonian Stars (ζ Puppis, γ Argus O a p)	
9	Alnitamian (ε Orionis B 0, *a*)	
	(Protohydrogeniumsterne)	
8 Crucian (β Crucis B 1, *c*?)	(Heliumsterne)	Achernian (α Eridani B 5, *b*)
7 Taurian (ζ Tauri B 3, —)		Algolian (β Persei B 8, *a*)
6 Rigelian (β Orion B 8, *c*)		Markabian (α Pegasi A 0, *b*)
5 Cygnian (α Cygni A 2, *c*)	(Protometallische Sterne)	—
4 —		Sirian (α Can. mai. A 0, *a*)
3 Polarian (α Urs min. F 8, *ac*)	(Metallsterne)	Procyonian (α Can. min. F 5, *a*)
2 Aldebarian (α Tauri K 5, *a*)		Arcturian (α Bootis K 0, —)
1 Antarian (α Scorpii M a p)		Piscian (19 Piscium, N)
0 Nebel		Dunkle Sterne
	Tiefste Temperatur	

Die Lockyer-Hertzsprung-Russellsche Theorie.

Es ist interessant zu bemerken, wie sich diese vor etwa zwei Jahrzehnten aufgestellte Hypothese *Lockyer*s für den Entwicklungsgang der Sterne, allerdings mit einigen Abänderungen, in ihren Grundzügen bestätigt hat. Die neuesten Untersuchungen hierüber gründen sich auf die Beobachtungen der Spektraltypen und die Berechnung der absoluten Helligkeiten der Sterne. Die Untersuchungen von *E. Hertzsprung* und namentlich von *H. N. Russell* haben gezeigt, daß es unter den stark gefärbten Sternen nur solche von großer und solche von geringer absoluter Helligkeit gibt, während die Mittelsorten fehlen. Andere Erfahrungen haben nun gelehrt, daß sich alle Sterne in bezug auf ihre Masse innerhalb einer bestimmten Grenze halten, und daß Massen, die größer als der vierzigfache Betrag der Sonnenmasse sind, nicht

mehr vorkommen. Auch *A. S. Eddington*[1]) hat dies auf theoretischem Wege plausibel gemacht. Die rötlichen Sterne müssen sich demnach in zwei scharf getrennte Gruppen scheiden je nach ihrem Volumen. Da bei den roten Sternen vom gleichen Spektraltypus die Temperatur und daher auch die Leuchtkraft für die Einheit der Oberfläche ungefähr gleich sein werden, so werden diejenigen mit großer absoluter Helligkeit auch große Oberflächen haben müssen, damit sie soviel Licht ausstrahlen können. Sie sind also von großem Volumen, und werden deshalb Riesensterne genannt. Umgekehrt werden diejenigen mit geringer absoluter Helligkeit geringe Oberflächenausdehnung haben, also relativ klein sein. Sie heißen Zwerge. Infolgedessen werden die Riesen spezifisch bedeutend weniger dicht sein als die Zwerge. Bei den gelben Sternen, deren Temperatur höher ist, liegen die Verhältnisse ebenso, nur sind die Unterschiede nicht so stark ausgeprägt und die beiden Gruppen sind weniger scharf getrennt.

Das Vorhandensein von Riesen und Zwergen läßt sich mit der alten Theorie, nach der alle Sterne dieselbe Entwicklung von höchster Weißglut durch langsame Abkühlung zur Rotglut durchlaufen, nicht mehr vereinigen. Wie wäre es denkbar, daß aus demselben Stadium eine Reihe von Sternen sich zu Riesen, eine andere zu Zwergen entwickelte? Der neue Erklärungsversuch für den Entwicklungsgang der Sterne, der mit den Namen *Lockyer*, *Hertzsprung* und *Russell* verknüpft ist, nimmt für alle Sterne einen einheitlichen Entwicklungsgang an; es wird darin folgende Ansicht vertreten:

Das Anfangsstadium eines Fixsterns ist ein Riesenstern der Spektralklasse M, ein ausgedehnter Gasball von geringer Dichte und verhältnismäßig niederer Temperatur. Durch Kontraktion wird seine Dichte größer und seine Temperatur höher. Zunächst entsteht ein Riesen-K-Stern daraus und unter fortschreitender Erhöhung von Dichte und Temperatur geht er weiter in einen G-, dann in einen F-, einen A- und schließlich in einen B-Stern (unter Umständen sogar in einen O-Stern) über. Dieser Zustand ist der Höhepunkt seiner Entwicklung. Von hier ab nimmt zwar seine Dichte weiter zu, seine Temperatur und die Helligkeit seiner Oberfläche dagegen verringern sich. Der Stern durchläuft jetzt nochmals dieselben Spektralklassen, aber in umgekehrter Folge. Der Unterschied gegen

[1]) *MN* 77, 16 u. 596 (1917).

den gleichen Glühzustand in seiner aufsteigenden Entwicklung zeigt sich also im Volumen, der Dichte und der Oberflächenhelligkeit und er wird um so größer sein, je tiefer die Temperatur liegt, die den beiden Entwicklungsstadien entsprechen, d. h. je weiter sie vom Spektraltypus B entfernt stehen. Die Beobachtungen bestätigen dies vollkommen. Die Riesensterne stehen also auf dem aufsteigenden, die Zwergsterne auf dem absteigenden Ast ihrer Entwicklung. Die Sonne ist ein Zwergstern vom G-Typus mit der für eine Gaskugel enorm hohen mittleren Dichte von 1.4 (Wasser = 1). Sie befindet sich also schon auf dem absteigenden Ast.

Die Unterbringung der Klassen O, N und R in dieser Entwicklungsreihe ist schwierig. Wahrscheinlich bildet der O-Zustand den Gipfel der Entwicklung, der aber nur von Sternen mit sehr großen Massen erreicht werden kann, während diejenigen mit geringerer Masse schon vorher umkehren. Die N-Sterne sind wahrscheinlich Riesen und gehören daher an den Anfang der Entwicklung, nicht ans Ende, wo sie *Lockyer* zuerst untergebracht hat. Über die Stellung der R-Sterne läßt sich noch nichts mit Bestimmtheit sagen. Neuerdings wird die Ansicht vertreten, daß sich die N- und R-Sterne von denen des M- und K-Typus durch die chemische Beschaffenheit ihrer Atmosphären unterscheiden. Sie würden demnach einen Nebenzweig der K–M-Reihe bilden.

Das Dopplersche Prinzip.

Durch die Spektralanalyse sind wir imstande, sowohl über die chemischen Elemente, die auf den Gestirnen vorkommen, als auch teilweise über den Zustand Aufschluß zu erhalten, in dem sich die leuchtenden Körper befinden. So ist uns zunächst, wie wir vorhin sahen, ein Weg gezeigt, die Gestirne nach ihren Spektren zu klassifizieren. Durch die Wellennatur des Lichtes gelangen wir aber auch noch zu einer anderen, ebenso wichtigen Fähigkeit, nämlich die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit der sich die Lichtquellen uns nähern oder von uns entfernen.

Zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit V einer Welle, der Schwingungsdauer einer mit regelmäßiger Periode wiederkehrenden Oszillation t, der Schwingungszahl n und der Wellenlänge λ bestehen die Beziehungen:

$$t = 1/n \quad \text{und} \quad n = V/\lambda. \tag{8}$$

Nehmen wir nun an, daß von einem Punkt, der seinen Ort nicht ändert, nach allen Richtungen mit gleichförmiger Geschwindigkeit

Wellen ausgehen, so liegen die Wellenberge, die zur selben Zeit ausgesandt worden sind, auf einer Kugelfläche, die den Ausgangspunkt der Wellen zum Mittelpunkt hat. Auf einer Wasseroberfläche pflanzen sich die Wellen, die durch die Störung des Wasserspiegels beim Auftreffen eines Gegenstandes verursacht werden, nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit fort. Die Kreise, die sich um das Zentrum der Erregung ausbreiten, bieten ein vorzügliches Mittel zur Veranschaulichung des Wesens der Fortpflanzung von Wellenbewegungen aller Art. Die Schwingungsdauer können wir aus der Anzahl der Wellenberge, die innerhalb einer bestimmten Zeit, z. B. einer Sekunde, an einem entfernten Punkte ankommen, ermitteln. Die Wellenlänge ist gleich dem Abstand zweier aufeinander folgender Wellenberge, wobei gleichmäßige Oszillationen im Erregungspunkt vorausgesetzt sind.

Wir wollen nun betrachten, wie sich die Wahrnehmungen, die wir machen, ändern, wenn das Erregungszentrum oder der Beobachter oder beide zugleich ihren Ort nicht mehr beibehalten, sondern sich dauernd aufeinander zu oder voneinander weg bewegen.

1. Fall: Der Beobachter bewegt sich auf die Wellenquelle zu mit der Geschwindigkeit a. Es werden ihn dann nicht nur in jeder Sekunde n Wellen treffen, wie es der Fall wäre, wenn er unbewegt wäre, sondern er begegnet auch noch den Wellen, die auf der Strecke a unterwegs sind. Da die Länge λ der Wellen nach obiger Formel V/n ist, so sind $a/(V{:}n)$ Wellen in der Strecke a enthalten, die der Beobachter bei seiner Bewegung nach der Quelle hin mehr empfindet. Er zählt also anstatt n jetzt $n+a/(V{:}n)$ Schwingungen. Würde er sich mit derselben Geschwindigkeit a von der Quelle entfernen, so würde er $a/(V{:}n)$ weniger Wellen empfangen. Bezeichnen wir die Anzahl der Schwingungen, die er jetzt bei seiner Bewegung empfängt, mit n', so gilt allgemein:

$$n' = n(1 \pm a/V), \tag{9 a}$$

wo das obere Vorzeichen im Fall der Annäherung, das untere im Fall der Entfernung gilt.

2. Fall: Die Oszillationsquelle bewegt sich auf den ruhenden Beobachter mit der Geschwindigkeit b zu. Während im vorigen Fall die Wellenlänge objektiv ungeändert blieb, und nur der Beobachter infolge seiner Bewegung und seiner Zählung zu einer veränderten Auffassung der Schwingungszahl und damit auch der Wellenlänge kommt, wird in dem zweiten Fall die Wellenlänge

tatsächlich geändert. Wir müssen also feststellen, wie weit zwei aufeinander folgende Wellenberge, deren Ausgangspunkt mit der Geschwindigkeit b in der Sekunde fortschreitet, in der Richtung der Verschiebung voneinander entfernt sind. Die Schwingungsdauer der Quelle sei $t = 1/n$, und in dieser Zeit hat sich die Quelle um $b(1/n)$ fortbewegt. In dem Augenblick, in dem die neue Welle ausgesandt wird, hat sich also das Erregungszentrum der vorhergehenden Welle in der Richtung der Bewegung um b/n genähert. Die beiden aufeinander folgenden Wellenberge sind also gegen sonst (im Fall der unbewegten Quelle) einander näher gerückt, und die Welle ist um b/n verkürzt. In der entgegengesetzten Richtung der Bewegung dagegen hat sich der Abstand zwischen den beiden Wellenbergen um den gleichen Betrag vergrößert. Die vorauf-gehende Welle hat aber in der Zeit $1/n$ den Weg V/n zurückgelegt, so daß die Wellenlänge λ'' jetzt wird:

$$\lambda'' = (V/n) \mp (b/n) = V/n'', \tag{9 b}$$

worin n'' die Schwingungszahl ist, die der ruhende Beobachter empfindet, und das obere Vorzeichen wieder für den Fall der Annäherung, das untere für den umgekehrten Fall gilt. Lösen wir die Gleichung nach n'' auf, so wird die Schwingungszahl jetzt:

$$n'' = n/(1 \mp b/V). \tag{9 c}$$

3. Fall: Sowohl Beobachter als auch Erregungszentrum sind bewegt. Dieser Fall ist leicht aus den beiden vorhergehenden abzuleiten, indem wir die Schwingungszahl n'' nach dem Fall 1 für einen bewegten Beobachter umrechnen. Nennen wir diese Zahl für die Bewegung von Beobachter und Quelle N, so erhalten wir:

$$N = n(1 \pm a/V)/(1 \mp b/V) = n(V \pm a)/(V \mp b), \tag{9}$$

wo das obere Zeichen immer für die Annäherung gilt.

Diese Formeln gelten für alle Wellenbewegungen, solange nicht durch die Geschwindigkeiten des Erregers oder des Empfängers irgendwelche Änderungen in der Quelle oder dem Empfangsapparat selbst oder in deren unmittelbarer Umgebung eintreten. So könnte z. B. die Bewegung der Schwingungsquelle in dem Medium, das die Wellen fortträgt, einen Einfluß auf das Erregungszentrum haben. Insofern kann die Änderung der Schwingungszahl nach obiger Formel, die unter dem Namen des *Doppler*schen Prinzips[1]) bekannt

[1]) *Chr. Doppler*, Über d. farbige Licht. Prag 1842 (*Ostwald*s Klassiker Nr. 161).

ist, nicht als streng bewiesen gelten. Das Prinzip ist durch Versuche mit Schall- und Lichtquellen vielfach geprüft worden, wobei sich stets seine Richtigkeit innerhalb der Meßgenauigkeit ergeben hat. Für die Astronomie ist es von größter Wichtigkeit, da es die Geschwindigkeit der Gestirne im Visionsradius zu bestimmen gestattet.

Die beiden Formeln im Fall 1 und 2 unterscheiden sich, wie man leicht erkennt, nur um Glieder zweiter Ordnung von a/V bzw. b/V. Im allgemeinen sind a und b im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit ($V = 300000$ km/sec) sehr klein, so daß man diese Glieder bei der bis jetzt erreichten Meßgenauigkeit vernachlässigen kann. Man darf sich deshalb auf die Formel beschränken:

$$N = n(1 + v/V), \tag{10}$$

worin v die Relativgeschwindigkeit zwischen Erde und Stern bedeutet. Man findet dann für die Änderung der Schwingungszahl und der Wellenlänge:

$$\Delta n = \pm n v/V \quad \text{und} \quad \Delta\lambda = \mp \lambda v/V. \tag{11}$$

Die Bewegung eines Sterns im Visionsradius relativ zur Erde bewirkt also eine Änderung der Wellenlänge seines Lichtes, und dies gibt sich im Spektroskop durch eine Verschiebung der Linien gegen die einer ruhenden Vergleichslichtquelle zu erkennen. Eine Annäherung wird eine Verschiebung nach dem violetten, eine Entfernung eine solche nach dem roten Ende bewirken. Nimmt man eine sehr schnelle Bewegung von 300 km/sec im Visionsradius an, so ergibt sich eine Verschiebung von $^1/_{1000}$ der Wellenlänge, ein sehr geringer Betrag, der sich nur durch die Anwendung großer Dispersion messen läßt.

Der Spektrograph. Zur Aufnahme der Sternspektren dient ein Apparat, der im Prinzip einem Spektroskop sehr ähnlich ist, bei dem aber das Auge des Beobachters durch eine photographische Platte ersetzt ist. Ein solcher Spektrograph ist in Fig. 15 schematisch dargestellt. Das Strahlenbündel des Sterns gelangt aus dem Fernrohr, dessen Okularende mit F bezeichnet ist, auf den Spalt S, der sowohl im Brennpunkt C des Fernrohr- als auch dem des Kollimatorobjektivs steht. Nachdem die Strahlen durch C parallel gerichtet sind, durchsetzen sie die beiden Prismen P, wodurch eine Zerlegung nach Wellenlängen eintritt: Die Strahlen von gleicher Wellenlänge laufen parallel miteinander weiter, während diejenigen

ungleicher Wellenlänge verschieden stark abgelenkt werden. Sie gelangen dann in eine photographische Kamera, deren Objektiv bei *K*, deren Trockenplatte in *T* steht. Dort erhält man auf der Platte das Spektrum des Sterns. Um ein Vergleichsspektrum zu bekommen, bestrahlt man den Spalt mit einer irdischen Lichtquelle, die eine Reihe gut definierter Spektrallinien enthält, indem man die Stelle des Spaltes, die vorher von dem Sternenlicht beschienen war, verdeckt, damit keine Übereinanderlagerung der Bilder stattfindet.

Man hat auch versucht, für die Geschwindigkeitsbestimmungen Aufnahmen zu verwenden, die anstatt mit dem Spaltspektrographen

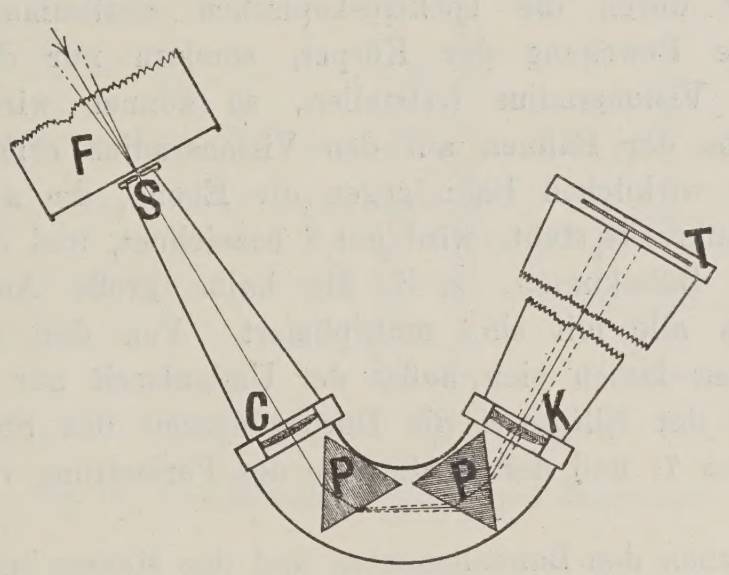

Fig. 15. Spektrograph (schematisch).

mit einem Prisma vor dem Objektiv des photographischen Fernrohrs, einem sog. Objektivprisma gemacht waren. Solche Aufnahmen sind zwar zur Klassifizierung sehr geignet, da gleichzeitig auf derselben Platte eine größere Anzahl von Sternen erscheint. Für die Bestimmung der Radialbewegung hat man aber damit bis jetzt keinen Erfolg gehabt.

Für das Studium der veränderlichen Sterne ist die Feststellung einer gleichförmigen Translationsbewegung im Visionsradius weniger von Bedeutung. Dagegen ist der Fall periodisch wechselnder Radialgeschwindigkeit von größter Wichtigkeit. Man ist dann im allgemeinen zur Annahme gezwungen, daß der Veränderliche ein Doppelsternsystem ist, bei dem die Komponenten so geringen Ab-

stand haben, daß eine Trennung beider selbst mit den besten optischen Mitteln unmöglich ist. Die schwächere Komponente ist häufig so hell, daß ihr Licht ebenfalls im Spektrographen sichtbar wird. Es treten dann im Spektrum zeitweise und periodisch Linienverdoppelungen ein. Wenn jedoch der Helligkeitsunterschied zwischen beiden Sternen mehr als zwei Größenklassen beträgt und beide im Spektraltypus nahezu übereinstimmen, so bleibt der schwächere Stern unsichtbar. Man kann aber aus den Linienverschiebungen die Bahn der helleren Komponente ableiten, die sich dann auf den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems bezieht, während man im anderen Fall, wenn beide Spektra erscheinen, die Bahnen beider Körper umeinander erhält.

Da wir durch die spektroskopischen Bestimmungen nicht die wirkliche Bewegung der Körper, sondern nur deren Komponente im Visionsradius feststellen, so können wir auch nur die Projektion der Bahnen auf den Visionsradius ermitteln. Die Neigung der wirklichen Bahn gegen die Ebene, die auf der Gesichtslinie senkreckt steht, wird mit i bezeichnet, und die linearen Größen der Bahnkurven, z. B. die halbe große Achse a, erscheinen uns alle mit $\sin i$ multipliziert. Von den eigentlichen Bahnelementen lassen sich außer der Umlaufszeit nur $a \sin i$, die Exzentrizität der Ellipse e, die Durchgangszeit des Sterns durch das Periastron T, und der Abstand ω des Periastrons vom Knoten berechnen.

Da zwischen den Bahnelementen und den Massen eines Systems bestimmte Beziehungen bestehen, so läßt sich noch die sog. Massenfunktion $m_2^3/(m_1 + m_2)^2$ ableiten, die aber mit $\sin^3 i$ multipliziert erscheint, da die Dimension der Masse lineare Größen enthält. (m_1 ist die Masse der sichtbaren, m_2 die der unsichtbaren Komponente.)

Aus den beobachteten Radialgeschwindigkeiten eines spektroskopischen Doppelsterns in Verbindung mit der Zeit erhält man die sog. Geschwindigkeitskurve ganz analog, wie die Lichtkurve aus den Helligkeitsbestimmungen. Im oberen Teil der Fig. 16 ist die Geschwindigkeitskurve eines solchen Sterns dargestellt, während der untere Teil die Projektion der Bahnellipse auf die Ebene zeigt, die den Visionsradius EF und die Knotenlinie AB enthält. Diese Knotenlinie ist die Schnittlinie der Bahnebene mit der zum Visionsradius senkrechten Ebene, die durch den Brennpunkt G der Ellipse geht. $P_1 P_2$ ist die große Achse und ihr Endpunkt P_1 heißt Periastron,

der andere Endpunkt P_2 dagegen Apastron. Der Winkel zwischen dem aufsteigenden Knoten A und dem Periastron im Sinne der Bewegung, nämlich AGP_1 wird der Abstand des Periastrons vom aufsteigenden Knoten genannt. Im aufsteigenden Knoten hat der Stern seine größte, im absteigenden seine geringste Geschwindigkeit im Sinne der Entfernung von uns. Die Zeiten der Knotendurchgänge sind also aus der Geschwindigkeitskurve ohne weiteres ersichtlich. In C und D ist die Bewegung in der Bahn parallel der Knotenlinie. Die Radialgeschwindigkeit ist daher in diesen Punkten gleich

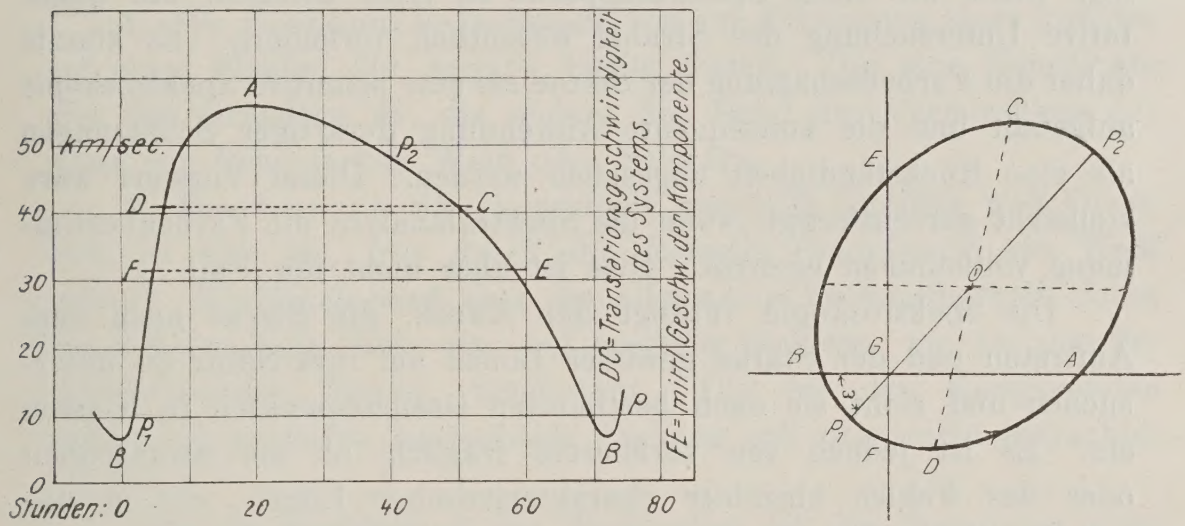

Fig. 16. Geschwindigkeitskurve und Bahnellipse.

der des Systemschwerpunktes. Die Geschwindigkeitsordinaten der Punkte C und D entsprechen also der Translationsgeschwindigkeit γ des Systems. Dagegen hat der Körper bei seinem Durchgang durch den Visionsradius in E und F seine mittlere Radialgeschwindigkeit zwischen dem Maximum in A und dem Minimum in B, wodurch in dem Geschwindigkeitsdiagramm leicht die Punkte zu erkennen sind, die E und F in der Bahn entsprechen. Auf diese Weise ist die Geschwindigkeitskurve nach den vier Quadranten durch die Punkte B, F, A, E und B geteilt. Die Strecke BF enthält das Periastron und muß daher am steilsten sein; umgekehrt ist es mit der Strecke AE, die das Apastron enthält.

Viertes Kapitel.

Die Farben der Sterne.

Die subjektiven Farbenschätzungen.

Eine wesentliche Rolle beim Beobachten der veränderlichen Sterne spielt die Färbung der Sterne.

Für das unbewaffnete Auge ist die Farbe das einzige, worin sich die Qualität eines Lichtstrahls äußert. Allerdings können wir, wenn wir einen Spektralapparat zu Hilfe nehmen, die qualitative Untersuchung des Strahls wesentlich verfeinern. Es könnte daher die Farbenschätzung der Sterne als eine primitive Spektroskopie aufgefaßt und die konsequente Anwendung derartiger Schätzungen als eine Rückständigkeit angesehen werden. Dieser Vorwurf wäre vielleicht gerechtfertigt, wenn die Spektralanalyse die Farbenbestimmung vollkommen ersetzte. Dies ist aber nicht der Fall.

Die Spektroskopie verfolgt den Zweck, die Sterne nach dem Auftreten und der Stärke gewisser Linien auf ihre Natur zu untersuchen und reiht sie nach bestimmten Gesichtspunkten in Klassen ein. Es ist jedoch von vornherein fraglich, ob die Anwesenheit oder das Fehlen einzelner charakteristischer Linien, die in den meisten Fällen die Gesamtintensität nur in geringem Maße verändern, auf die Farbe bestimmend wirken, die doch wohl wesentlich von dem kontinuierlichen Spektrum und dessen Intensität abhängt. Nur wenn die Absorptionslinien sehr zahlreich sind, sprechen die Absorptionswirkungen mit. Zur schärfsten Bestimmung der Färbung, die als Summe der Eindrücke aufgefaßt werden kann, die die einzelnen Teile des Spektrums auf das Auge hervorbringen, müßten wir die Intensität des Lichtes für möglichst viele Wellenlängen bestimmen, d. h. das Licht spektralphotometrisch untersuchen. Die Spektralphotometrie ist aber bis jetzt, wenigstens für den visuellen Teil des Spektrums, nur bei den allerhellsten Gestirnen zur Anwendung gekommen; bei weniger leuchtenden Objekten scheitern solche Untersuchungen an der Lichtschwäche. Die Farbenschätzungen können jedoch bis zu sehr schwachen Sternen ausgedehnt werden. Daß zwischen Färbung und Spektraltypus ein ziemlich enger Zusammenhang besteht, wie wir später sehen werden, ist in erster Linie dadurch zu erklären ist, daß beide aufs engste mit der Temperatur verknüpft sind und die Sterne sich in ihrer chemischen

Zusammensetzung nur wenig voneinander unterscheiden. Die Farbenschätzungen liefern daher stets eine wertvolle Ergänzung der anderen astrophysikalischen Beobachtungen.

Die Farbenskalen.

Die Farbe eines Gegenstandes läßt sich nach Tönung und Sättigung beurteilen. Die Tönung bildet den qualitativen, die Sättigung den quantitativen Bestandteil, wenn man den Grad der Sättigung als eine stärkere oder geringere Vermischung des Grundtons mit den uneigentlichen Farben Weiß oder Schwarz ansieht.

Man unterscheidet zwei Arten von Skalen:

1. Die Flächenskala bedarf, wie zur Festlegung eines Punktes auf einer Fläche, der Angabe zweier Daten. Die eine Koordinate gibt den Grundton an, die andere den Grad der Vermischung mit einer der Nebenfarben Weiß oder Schwarz.

2. Die lineare Skala schließt ebenfalls Qualität und Quantität in sich ein, was durch die formelle Einordnung von Weiß gelingt. Hierdurch wird aber die allgemeine Verwendbarkeit, deren die Flächenskala fähig ist, auf spezielle Gebiete, wie auf das der einzelstehenden Sterne, beschränkt. Die bei den Komponenten einiger Doppelsterne beobachtete Färbung soll hier nicht betrachtet werden.

Für die Feststellung der Sternfarben ist die Benutzung einer linearen Skala deshalb möglich, weil man es nur mit einer begrenzten Auswahl von Farbenkombinationen zu tun hat. Es treten nur immer Vermischungen von Farben auf, die im Spektrum benachbart liegen. Die Farben der Sterne lassen sich nämlich in eine sog. Abkühlungsskala einordnen.

Wenn man einen Körper erhitzt, so fängt er bei ungefähr 600^0 an, farbiges Licht auszusenden. Zuerst erscheint er tiefrot, bei Erhöhung seiner Temperatur treten immer mehr die Strahlen der nach Violett hin benachbarten Bezirke im Spektrum hinzu, und gleichzeitig verschiebt sich das Maximum der Strahlungsintensität in demselben Sinne. Bei der Vermischung erscheinen uns diese Farben in einem allmählichen Übergang von Rot nach Gelb bis zum reinen Weiß. Bei der Abkühlung kehrt sich die Reihenfolge der Farben um. Deshalb wird die von Weiß durch Gelb nach Rot verlaufende Skala eine Abkühlungsskala genannt.

Die Abkühlungsskala liegt wohl allen Skalen zur Bestimmung der Sternfarben zugrunde und ihre Unterschiede bestehen allein in

der Bezeichnung. Es sind zwei Arten von Bezeichnungen angewandt worden: die Wortbezeichnung und diejenige durch Zahlen.

Im folgenden ist die *Osthoff*sche Skala mit der Farbenbezeichnung gegeben. Die Farbenbeschreibung soll nur einen ungefähren Anhalt geben. Die beste Beschreibung einer Farbenskala gibt immer ein mit ihr beobachteter Katalog:

Osthoff	Gewöhnliche Farbenbezeichnung
0^c	weiß
1	gelblichweiß
2	weißgelb (weiß und gelb zu gleichen Teilen)
3	hell- oder blaßgelb
4	reingelb
5	dunkelgelb
6	rötlichgelb (gelb überwiegt)
7	rotgelb (gelb und rot zu gleichen Teilen, orange)
8	gelblichrot (rot überwiegt)
9	rot mit geringer Spur gelb
10	hellrot
(11)	mittelrot
(12)	dunkelrot

Dem neuesten Verzeichnis der Sternfarben von *H. Osthoff*[1]) liegt eine neunstufige Skala zugrunde. Sie unterscheidet sich von der älteren zehnstufigen nur dadurch, daß bereits 9^c = Rot gesetzt ist. Diese Änderung ist ohne wesentliche Bedeutung, da die Schlußstufen ganz selten zur Anwendung gelangt sind.

Zur Verwandlung der von anderen Beobachtern benutzten Farbenskalen in die *Osthoff*sche dient folgende Tafel:

Stufe d. Beob.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Osthoff										
Chandler	0^c.0	1^c.3	2^c.9	5^c.0	6^c.9	8^c.1	8^c.7	9^c.3	9^c.8	10^c.3	—
Innes	0.2	2.0	3.7	5.0	6.1	7.1	8.0	8.8	9.4	10.0	10.3
Krüger	0.0	0.5	1.2	2.2	3.7	5.5	6.9	7.7	8.3	9.0	10.0
Nijland	0.0	1.3	2.7	4.0	5.1	6.2	7.0	7.8	8.6	9.3	10.0
Pračka	0.0	1.5	3.2	4.7	6.0	7.0	8.0	8.8	9.5	(10.2)	—
Yendell	0.0	1.1	2.8	4.7	6.4	8.0	9.4	(10.5)	(11.0)	—	—

Die *Schmidt*sche Skala fällt praktisch mit der *Osthoff*schen zusammen.

[1]) Publ. d. Spec. Vat. VIII (1916).

Die Potsdamer Skala ist in Buchstaben ausgedrückt. Die Hauptfarben sind W = Weiß, G = Gelb, R = Rot.

— bedeutet eine geringe Verschiebung der Tönung nach Weiß.

\+ „ „ „ „ „ „ „ Rot.

Vergleichung zwischen Potsdam und *Osthoff*:

Potsdam:	W	W+	GW−	GW	GW+	WG−	WG	WG+	G−
Osthoff:	2.5	2.8	3.2	3.6	4.1	4.6	5.2	5.6	6.0

Potsdam:	G	G+	RG−	RG	RG+	GR−	GR	GR+	R−	R
Osthoff:	6.4	6.6	6.8	7.0	7.3	7.8	8.3	8.8	9.3	10.0

Man ersieht aus diesen Zusammenstellungen, wie ungleichförmig die Skalen sind, und daß gleichen Stufendifferenzen durchaus nicht gleiche Tönungsdifferenzen entsprechen. Jedenfalls ist die Potsdamer Skala in sich nicht gleichförmig: bei den weißen und den rötlichgelben Sternen ist sie weitläufiger, bei den gelblichweißen und den weißlichgelben dagegen enger als die *Osthoff*sche, die als sehr gleichförmig angesehen werden muß, wie andere Untersuchungen ergeben haben.

Der Farbenindex.

Wenn man eine photographische Aufnahme des bekannten Sternbildes des Orion betrachtet, so ist man zuerst überrascht, weil die Konstellation ganz verändert erscheint, da der Stern Beteigeuze, den wir als Stern 1^m zu sehen gewöhnt sind, auf der Platte schwächer als die drei Gürtelsterne ist. Dies rührt daher, daß α Orionis stark rötliches Licht ausstrahlt, das bekanntlich beim Photographieren sehr wenig wirksam ist. Da also getönte Sterne auf der photographischen Platte schwächer erscheinen als weiße, obwohl wir beide Arten mit dem Auge gleich hell sehen, so haben wir ein Mittel gefunden, die Tönung der Sterne aus dem Unterschied ihrer visuellen und ihrer aktinischen Helligkeit zu ermitteln.

Wir definieren nun:

Der Farbenindex eines Sterns ist die Differenz zwischen seiner photographischen und seiner visuellen Größe in dem Sinne $m_{ph} - m_{vis}$. Dabei muß vorausgesetzt werden, daß die Skalen, mit denen wir die visuelle und die photographische Größe messen, sowohl in bezug auf das Einheitsintervall, als auch auf den Nullpunkt übereinstimmen. Hierin liegt die Hauptschwierigkeit für die Ableitung der Farbenindizes.

Schon bei der Vergleichung von Helligkeitsbestimmungen mit dem Auge treten für verschiedene Beobachter Unterschiede auf, die

einen deutlichen Zusammenhang mit der Tönung der Sterne verraten. Diese Abweichungen rühren davon her, daß die Augen verschiedener Beobachter für verschiedene Färbungen ungleiche Empfindlichkeit haben. Wir müssen bei der Beurteilung von Abweichungen zwischen zwei Arten von Messungen wohl unterscheiden, nämlich ob sie sich auf Objekte gleicher Farbe — genauer gesagt: gleicher Intensitätsverteilung im Spektrum — oder auf Objekte verschiedener Färbung beziehen. Im ersten Fall, bei der Messung von genau gleichartigen Objekten, bei denen also die Intensitäten jeder einzelnen Wellenlänge im gleichen Verhältnis zueinander stehen, müßte das Ergebnis der Helligkeitsbestimmung ganz unabhängig von der Farbenempfindlichkeit des sensitiven Organs sein. Es müßten sich also die gleichen Helligkeitsdifferenzen ergeben unabhängig davon, ob sie im roten, gelben, grünen oder blauen Teil des Spektrums bestimmt werden. (Es tritt aber noch die Komplikation hinzu, daß beim Auge — und ähnlich, aber in geringerem Grade bei der photographischen Platte — die Farbenempfindlichkeit infolge des *Purkinje*schen Phänomens von der Lichtstärke abhängig ist. Ein solcher Einfluß ließe sich nur vermeiden, wenn man bei der Messung alle Objekte künstlich auf eine bestimmte Normalhelligkeit abblendet.) Trotzdem zeigt sich aber oft bei den Größenangaben verschiedener Beobachter für gleichartige Objekte im Skalenintervall ein Einfluß der Helligkeit, der unter der Bezeichnung der Helligkeitsgleichung berücksichtigt werden muß und als Unterschied im Skalenwert der verschiedenen photometrischen Systeme anzusehen ist.[1])

Im zweiten Fall handelt es sich um die Bestimmung der Intensitätsverhältnisse von Objekten verschiedener Farbe. Da verschiedene Augen für verschiedene Färbung nicht die gleiche Empfindlichkeit haben, so werden die Größenangaben der einzelnen Beobachter eine Abhängigkeit von der Tönung der gemessenen Objekte zeigen. Solche Abweichungen in den photometrischen Systemen untereinander sind unter dem Namen Farbengleichung bekannt und haben ihren Grund in dem Unterschied der Helligkeitsauffassung in verschiedenen Spektralgebieten.[2])

Auf Grund der Definition für den Farbenindex als Differenz zwischen den Größenangaben zweier verschieden empfindender Appa-

---

[1]) Vgl. auch im 9. Kap. unter Physiol. Fehlerquellen 4.

[2]) Vgl. auch im 9. Kap. unter Physiol. Fehlerquellen 5.

rate, des Auges und der photographischen Platte, kommen wir jetzt zu der Ansicht, daß der Farbenindex nichts anderes ist als eine besonders große Farbengleichung zwischen zwei bestimmten photometrischen Systemen, die aber in jedem Spektralbezirk gleiches Skalenintervall haben.

Die Definition für den Nullpunkt des Farbenindex ist nicht so einfach, da sie auf die Feststellung gleicher Helligkeit bei Objekten von verschiedener Farbe hinausläuft. (Für die Gesamtstrahlung eines scharf abgegrenzten Spektralbezirks ist diese Feststellung nur mit Hilfe bolometrischer Methoden ausführbar.) Auf Grund des *Planck*schen Strahlungsgesetzes kann zwar eine Definition für einen absoluten Farbenindex gegeben werden, der sich dadurch auszeichnet, daß er für den absolut schwarzen Körper von unendlich hoher Temperatur null wird. In der Praxis wird man jedoch die Übereinstimmung der Farbenindizes dadurch erzielen, daß man festsetzt, daß er für die Sterne vom Spektraltypus A 0 in allen Systemen gleich null sein soll. Für die Mitten oder die Schwerpunkte der Wellenlängengebiete, auf die sich die Größenangaben beziehen, aus deren Differenz die Indizes abgeleitet werden, kämen die Festsetzungen $\lambda_{vis} = 5700$ Å.-E. und $\lambda_{phot.} = 4250$ Å.-E. in Betracht.

Die effektive Wellenlänge ($\lambda_{eff.}$).

Ein anderer Weg zur Erlangung von Farbenäquivalenten führt auf die effektive Wellenlänge. Hierunter versteht man diejenige Wellenlänge im Spektrum eines Sterns, die bei einer gewissen Bildstärke den stärksten Eindruck auf der photographischen Platte hervorbringt.

Wenn im Brennpunkt eines Objektivs ein Stern nicht kreisförmig, sondern durch irgendeine Ursache in ein kleines Spektrum ausgezogen erscheint, so wird ein Beobachter bei der Positionsbestimmung eine ganz bestimmte Stelle in diesem Spektrum für den Punkt halten, der dem Ort des Sterns auf der Platte entspricht. Die Wellenlänge, die dieser Stelle nach ihrer Lage in dem Spektrum zukommt, ist die effektive. Bei photographischen Bildern, die infolge von Farbenzerstreuung längliche Gestalt haben, findet man die dieser Wellenlänge entsprechende Stelle, wenn man mit dem Mikrometerfaden in der Richtung der Längsausdehnung des Sternscheibchens fortschreitet, bis die geschwärzte Fläche halbiert wird. In Fällen, in denen das kleine Spektrum aus zwei getrennten Kernen

zu bestehen scheint, sucht man die Lage ihres gemeinsamen Schwerpunktes zu ermitteln.[1])

Solche längliche Bilder, aus denen man die $\lambda_{\text{eff.}}$ ermitteln kann, erhält man durch Einschalten eines Paralleldrahtgitters[2]) in den Strahlengang vor dem Objektiv eines photographischen Fernrohrs. Sind die Stäbe des Gitters nur in einer Richtung angeordnet, so erscheinen senkrecht zu dieser Richtung auf der Platte symmetrisch zum Hauptbild schwache Nebenbilder, die Beugungsspektra erster, zweiter usw. Ordnung. Durch Ausmessen des Abstandes der Schwerpunkte der nur wenig länglich erscheinenden Spektra erster Ordnung — diejenigen höherer Ordnung sind meistens zu schwach — läßt sich die $\lambda_{\text{eff.}}$ des Sterns bestimmen. Der Winkelabstand α irgendeiner Wellenlänge λ vom unabgelenkten Zentralbild des Sterns ist durch die Formel bestimmt:

$$\sin \alpha = n \lambda / d, \tag{12}$$

wenn n die Ordnungszahl des Spektrums und d die sog. Gitterkonstante, d. h. den Abstand zwischen den Mitten zweier benachbarter Gitterstäbe bedeuten. Diese Formel gilt nur beim senkrechten Auftreffen des Sternenlichts auf die Ebene des Gitters. Bei schrägem Auffallen ist sie folgendermaßen zu erweitern:

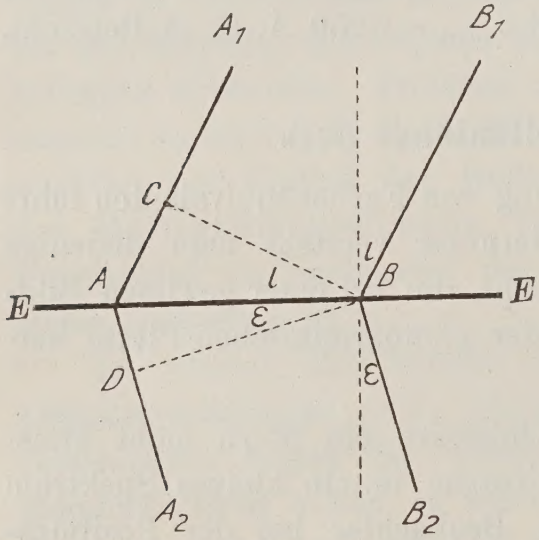

Fig. 17. Zur Ableitung der eff. W.

In Fig. 17 sei EE die Ebene des Gitters. $A_1 A$ und $B_1 B$ stellen zwei vom Stern kommende Strahlen dar, die in der Ebene der Zeichnung liegen und mit der Gitternormalen den Winkel ι bilden. Die Zeichnungsebene liegt senkrecht zu den Gitterstäben und enthält die optische Achse des Aufnahmeobjektivs. Die Geraden $A A_2$ und $B B_2$ seien gebeugte Strahlen, die auf der anderen Seite des Gitters mit der Normalen den Winkel ε bilden. In der Brennebene des Fernrohrs vereinigen sie sich zu einem Bild. Da sie mit einem Gangunterschied von derselben Lichtquelle kommen, wird sich ihre Helligkeit nicht einfach addieren, sondern es werden

[1]) *B. Lindblad,* Arkiv för Mat., Astr. och Fysik Bd. 13, Nr. 26 (1918).

[2]) Siehe hierüber im 6. Kap. unter Blenden b.

Interferenzerscheinungen eintreten: nur für diejenigen Stellen in der Brennebene wird die Lichtstärke gleich der Summe der Helligkeiten der beiden dort ankommenden Strahlen sein, für die der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist. Nur an diesen Stellen der Platte zeigen die Beugungsbilder maximale Schwärzung, während sie an den anderen Punkten mit zunehmender Entfernung von diesen Stellen abnimmt und dort, wo der Wegunterschied der beiden Strahlen $^1/_2\,\lambda$, $^3/_2\,\lambda$ usw. beträgt, auf null sinkt.

Wir berechnen zunächst den Gangunterschied für die Punkte tiefster Schwärzung, um dann aus dem Abstand dieser Punkte vom ungebeugten Zentralbild umgekehrt die Wellenlänge bestimmen zu können. Wir erhalten für die Wegdifferenz:

$$CA + AD = d(\sin\iota + \sin\varepsilon) = 2d\sin\tfrac{1}{2}(\iota+\varepsilon)\cos\tfrac{1}{2}(\iota-\varepsilon) = n\lambda\,.$$

Hierin bedeutet $d = AB$ die Gitterkonstante und n die Ordnungszahl des Beugungsspektrums.

Setzen wir:

$$(\iota+\varepsilon) = \sigma \quad \text{und} \quad \tfrac{1}{2}(\iota-\varepsilon) = \iota - \tfrac{1}{2}\sigma\,,$$

so bekommen wir aus der obigen Gleichung für die Wellenlänge:

$$\lambda = [2d\sin\tfrac{1}{2}\sigma\cos(\iota - \tfrac{1}{2}\sigma)]/n\,. \tag{13}$$

Wir behandeln diese Formel weiter, betrachten aber der Einfachheit halber nur noch das Spektrum erster Ordnung, wodurch der Faktor $1/n = 1$ wird.

Wir erhalten dann nach einer Transformation der Winkelfunktionen:

$$\lambda = d\sin\sigma - 2d\sin\sigma\sin^2\tfrac{1}{2}\iota + 2d\sin\iota\sin^2\tfrac{1}{2}\sigma\,.$$

Wegen der Kleinheit von σ (ungefähr = 1′) wird der letzte Posten verschwindend gering und kann vernachlässigt werden:

$$\lambda = d\sin\sigma(1 - 2\sin^2\tfrac{1}{2}\iota)\,.$$

Bezeichnet man mit f die Brennweite und mit s den Abstand der beiden Beugungsbilder erster Ordnung, den wir durch die Messung unmittelbar bestimmen, so wird:

$$s/\sin 2\sigma = f/\cos(\iota+\sigma)\cos(\iota-\sigma) = f/\cos^2\iota\,.$$

Daher:

$$\sin 2\sigma = s\cos^2\iota/f$$

und

$$\sin\sigma = s\cos^2\iota/2f \cos\sigma = s\cos^2\iota/2f,$$

wenn wir zuletzt $\cos\sigma = 1$ setzen, was wegen der geringen Größe von σ erlaubt ist.

Wir erhalten also schließlich für die Wellenlänge:

$$\lambda = \tfrac{1}{2}(d \cdot s/f)(1 - 2\sin^2\tfrac{1}{2}\iota)^3. \qquad (14\,b)$$

Diese Formel gilt nur, wenn die Strahlen in der Ebene der Zeichung oder dazu parallel verlaufen. Wir untersuchen jetzt den Fall, daß der Strahl in einer dazu senkrechten Ebene verläuft, die wieder die optische Achse enthält, mit ihr aber den Winkel ι' bildet. Es ist unmittelbar einzusehen, daß, wenn f' die Entfernung des Zentralbildes des Sterns vom Hauptpunkt des Objektivs und f, wie vorhin die Brennweite bedeuten, die linearen Dimensionen auf der Platte, also auch der Abstand der beiden Spektren erster Ordnung im Verhältnis $f':f$ vergrößert erscheinen und daß wir mit dem umgekehrten Verhältnis $f:f'$ multiplizieren müssen, um aus den gemessenen Abständen s die richtige Wellenlänge zu erhalten. Wir haben also die rechte Seite unserer Formel noch mit $f:f' = \cos\iota'$ zu multiplizieren und erhalten, wenn wir $\cos\iota' = (1 - 2\sin^2\frac{1}{2}\iota')$ setzen, damit wir die notwendigen Verbesserungen in eine Tabelle mit den Argumenten ι und s bringen können:

$$\lambda = \tfrac{1}{2}(d \cdot s/f)(1 - 2\sin^2\tfrac{1}{2}\iota')(1 - 2\sin^2\tfrac{1}{2}\iota)^3. \qquad (14)$$

Für beide Glieder legt man sich gewöhnliche Korrektionstäfelchen an, die ein für allemal für das benutzte Objektiv gültig sind.

Die Distanz s kann bei zweckmäßiger Wahl des Gitters mit einer Genauigkeit bestimmt werden, die einem m. F. von $\pm$ 20 Å.-E. in $\lambda_{\text{eff.}}$ entspricht.

Häufig verwendet man solche Gitter, bei denen die lichten Zwischenräume gleich der Stabbreite sind. Bei dieser Anordnung verschwinden die Spektren gerader Ordnung, während die Beugungsbildung ungerader Ordnung ihre Maximalintensität haben. Da in diesem Fall die Gitterspektren 1. Ordnung etwa $2^1/_2{}^{\text{m}}$ schwächer als die Brennpunktsbilder bei freiem Objektiv sind, so ist es möglich, auch noch für ziemlich schwacheSterne die $\lambda_{\text{eff.}}$ zu beobachten. Für die Änderung, die die Lage der Schwerpunkte der geschwärzten Flächen, die durch die kleinen Spektren erzeugt werden, mit zunehmender Stärke der Bilder, also mit wachsender Expositionszeit erfahren,

müssen empirische Korrektionen angebracht werden. Es handelt sich dabei um Beträge, die bis zu 50 A.-E. ansteigen können. Man ermittelt sie, indem man auf ein und derselben Platte bei dem gleichen Stern den Abstand der Bildmittelpunkte für verschiedene Expositionsdauern bestimmt. Die Angabe der $\lambda_{\text{eff.}}$ bezieht man dann auf eine festgesetzte Bildstärke. Aber auch dann noch weichen die Bestimmungen verschiedener Beobachter systematisch voneinander ab. Dies ist hauptsächlich in der Verschiedenheit der Achromasie der photographischen Objektive begründet. Nicht alle Aufnahmeapparate sind nämlich für die Bestimmung der $\lambda_{\text{eff.}}$ geeignet, ein Umstand, der stets eine gewissenhafte Untersuchung erfordert, bevor man an die Aufgabe herantritt. Die wechselnde Absorption des Lichtes in der Atmosphäre für verschiedene Wellenlängen spielt bei der Bestimmung der $\lambda_{\text{eff.}}$ ebenfalls eine Rolle und muß daher berücksichtigt werden.[1])

Die Minimalwellenlänge ($\lambda_{\text{min.}}$).

Die kleinen Beugungsbilder, die wir mit den vorhin beschriebenen Gitteraufnahmen erhalten, geben uns noch einen weiteren Aufschluß über die Qualität des Sternlichts durch die sog. Minimalwellenlänge $\lambda_{\text{min.}}$ Hierunter versteht man die kürzeste Wellenlänge im Spektrum eines Sterns, die bei einer Aufnahme auf einer photographischen Platte noch eine Wirkung hervorbringt. Bei den von den Gittern erzeugten Beugungsbildern liegen die kurzen Wellen auf den dem Zentralbild zugewandten Seiten. Man kann also $\lambda_{\text{min.}}$ aus der kürzesten Distanz $s_{\text{min.}}$ der Begrenzungslinien der beiden Beugungsbilder erster Ordnung bestimmen und zwar in analoger Weise nach Formel (14):

$$\lambda_{\text{min.}} = \tfrac{1}{2}(d \cdot s_{\text{min.}}/f)(1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\iota')(1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2}\iota)^3. \qquad (14\,\text{a})$$

Um zu Werten von $\lambda_{\text{min.}}$ zu gelangen, die sich miteinander vergleichen lassen, hat man, wie bei der Bestimmung von $\lambda_{\text{eff.}}$, auf gleiche Bildstärke zu reduzieren und ebenso auf den Wechsel der Plattenempfindlichkeit, die Absorption in der Atmosphäre und andere Aufnahmebedingungen Rücksicht zu nehmen.

---

[1]) Eingehendere Beschreibungen der Methode findet man u. a. an folgenden Stellen: *AN* **182**, 289 (1909) [nebst Literaturverzeichnis]; Publ. d. *APO* Potsdam Bd. **22**, 1 (1911); Arkiv för Matematik, Astronomie och Fysik Bd. **13**, Nr. 26 (1918).

Die effektive Temperatur.

Bei der Untersuchung aller Strahlungserscheinungen spielt der *Kirchhoff*sche Satz über das Verhältnis des Emissionsvermögens E zum Absorptionsvermögen A eines Körpers für eine gewisse Wellenlänge eine große Rolle. Die einfache mathematische Formulierung dieses Satzes lautet:

$$E/A = e, \tag{15}$$

worin e das Emissionsvermögen eines Körpers, der alle auf ihn fallende Strahlungsenergie absorbiert, oder, wie man ihn kurz nennt, des absolut schwarzen Körpers ist. Das Verhältnis von E zu A ist also danach stets dem Emissionsvermögen e des abs. schwarzen Körpers bei derselben Temperatur gleich, und dieses e ist nur abhängig von der Temperatur T des Körpers und der Wellenlänge λ der betrachteten Strahlung:

$$e = f(\lambda, T). \tag{15 a}$$

Die Funktion f wird die *Kirchhoff*sche Funktion genannt. Sie läßt sich im Laboratorium bestimmen, indem man die Strahlungsintensität des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen in verschiedenen Wellenlängengebieten ermittelt. Wenn die Abhängigkeit der Strahlungsintensität J von T und λ bekannt ist, so kann man umgekehrt aus der Bestimmung von J für ein bestimmtes λ die Temperatur des schwarzen Strahlers ableiten. Auf dieser Überlegung beruht die Bestimmung der Temperatur von Fixsternen. Zwar ist es nicht möglich, die wirkliche Temperatur ihrer strahlenden Oberfläche zu ermitteln, da die Berechnung der Temperatur eines nicht absolut schwarzen Körpers aus den Strahlungsmessungen die Kenntnis des Absorptionsvermögens voraussetzt, das selbst wieder von der Temperatur und der Beschaffenheit des Strahlers abhängt und deshalb unbekannt ist. Man beschränkt sich daher darauf, einen unteren Grenzwert der Sterntemperatur anzugeben, indem man $A = 1$ annimmt, die Strahlung des Sterns also gleich der eines abs. schwarzen Körpers ansieht. Dieser untere Grenzwert wird die effektive Temperatur genannt.

Zusammenhang zwischen Spektraltypus und Farbenäquivalenten.

Obgleich der Spektraltypus hauptsächlich durch die Linien, die Farbenäquivalente dagegen durch die Intensitätsverteilung in dem

kontinuierlichen Untergrund bestimmt sind, so besteht doch ein enger Zusammenhang zwischen allen diesen Daten, die die qualitativen Eigenschaften des Sternlichts ausdrücken. Eine solche Beziehung läßt sich durch die Vergleichung von Katalogangaben über Spektren, Farben, Farbenindizes und $\lambda_{\text{eff.}}$ ermitteln und ihre Existenz wird uns erklärlich, wenn wir annehmen, daß alle Objekte, auf die wir die Untersuchung erstrecken, nahezu denselben Entwicklungsgang durchmachen. Der Zusammenhang braucht jedoch nicht eindeutig zu sein, d. h. einem bestimmten Spektraltyp braucht nicht ein einziges $\lambda_{\text{eff.}}$ oder ein einziger Farbenindex zu entsprechen. Wenn wir die *Russell*sche Hypothese über den Entwicklungsgang eines Sterns annehmen, so kommt außer im Höhepunkt des Entwicklungsstadiums jeder Spektraltypus zweimal im Leben eines Weltkörpers vor, und zwar im Riesen- und im Zwergstadium. Wir werden also mit Recht erwarten, daß der Zusammenhang zwischen unseren astrophysikalischen Daten zwar nicht vieldeutig, wohl aber zweideutig sein wird, und daß die absolute Größe der Sterne das unterscheidende Merkmal bildet. Der Unterschied in den beiden Beziehungen zwischen Spektraltypus einerseits und Farbenäquivalent andererseits wird, wie wir erwarten müssen, an der Stelle der Spektralreihe am größten sein, an der die Lücke zwischen Riesen und Zwergen am weitesten klafft, also bei den K- und M-Sternen. Wenn sich unsere Erwartungen in diesen Beziehungen bestätigen — nach den neuesten Untersuchungen scheint dies der Fall zu sein — und wir den Zusammenhang zwischen Spektralcharakter und eff. Wellenlänge in seiner Abhängigkeit von der absoluten Helligkeit kennen, so gewinnen wir ein sehr wichtiges Mittel, aus Spektrum und eff. Wellenlänge die abs. Helligkeit für jeden Stern zu berechnen.

Spektrum (*Cannon*)	Farbe (*Osthoff*)	Farbenindex (Gött.-Ptsd.)	$\lambda_{\text{eff.}}$ (*Lindblad*)	$\lambda_{\text{min.}}$ (*Lindblad*)	$T_{\text{eff.}}$ (absolut)
Oe 5	—	$-0^{\text{m}}.22$	412 $\mu\mu$	—	15000°
B	2°.2	−0.32	411	373 $\mu\mu$	8—11000
A	2.9	0.00	415	374	10500
F	4.1	+0.30	419	375	7000
G	5.2	+0.72	423 (421)	378 (375)	5900
K	6.0	+1.10	432 (427)	386 (379)	4100
M	6.8	+1.62	443 (431)	388 (382)	3100

(Die eingeklammerten Werte bei $\lambda_{\text{eff.}}$ und $\lambda_{\text{min.}}$ gelten für die Zwergsterne.)

Aus der obigen Tafel ist der Zusammenhang zwischen Spektraltypus, Temperatur und Farbenäquivalenten zu erkennen. Sie soll nur eine beiläufige Übersicht über den Verlauf der einzelnen Elemente geben.

Es zeigt sich also, daß zwischen $T_{\text{eff.}}$ und der Farbe bzw. den Farbenäquivalenten ein paralleler Gang besteht. Zwischen dem Spektraltypus und $T_{\text{eff.}}$ scheint jedoch, wie andere Untersuchungen gezeigt haben, keine eindeutige Beziehung zu existieren, so daß man aus dem Linienspektralcharakter eines Sterns keinen zuverlässigen Schluß auf seine eff. Temperatur und die damit zusammenhängenden Größen ziehen darf.

Zweiter Abschnitt.

Praktische Photometrie.

Fünftes Kapitel.

Die Helligkeitsbestimmungen ohne Meßinstrumente.

Das Auge.

Von allen photometrischen Werkzeugen ist das Auge am wichtigsten, weil es immer als Vermittler zwischen der äußeren Lichterscheinung und unseren Sinnen auftritt. Es soll daher an erster Stelle beschrieben werden, jedoch muß auf die Erklärung der optischen Einrichtung verzichtet werden, denn es kommt hier bloß der lichtempfindende Teil, die Netzhaut, in Betracht.

Die Netzhaut (Retina), setzt sich teils aus den gewöhnlichen Bestandteilen des Nervensystems, Nervenfasern, Ganglienkörpern, Kernen, teils aus besonderen, dem Auge eigentümlichen Organen, den Stäbchen (bacilli) und den Zäpfchen (coni) zusammen. Diese eigentlich lichtempfindenden Teile liegen merkwürdigerweise auf der Außenfläche der Retina, so daß das Licht erst durch die übrigen Schichten hindurchgehen muß, um zu ihnen zu gelangen.

Die Zapfen stehen zwischen den Stäbchen zerstreut, ihre Verteilungsdichte nimmt von der Peripherie aus nach der Stelle, wo die Achse des Augapfels die Retina trifft, zu. An dieser Stelle, dem wegen seiner Farbe so genannten gelben Fleck, fehlen die Stäbchen gänzlich. In der Mitte des gelben Flecks befindet sich die Netzhautgrube (Fovea centralis), die Stelle des direkten Sehens. Derjenige Punkt des Gesichtsfeldes, den wir direkt beobachten oder fixieren, wird jedesmal in der Sehgrube abgebildet. Nur in der unmittelbaren Umgebung der Augenachse erreicht die optische Abbildung auf der Netzhaut ihre volle Schärfe, je weiter wir uns von ihr entfernen, desto verwaschener wird das Bild.

A. König[1]) und nach ihm *J. Kries*[2]) haben gezeigt, daß die beiden empfindenden Elemente, die Zapfen und die Stäbchen, vollständig verschiedene Eigenschaften haben: die Stäbchen sind lichtempfindlicher als die Zapfen, aber vollkommen unempfindlich für die Farben Ein schwaches Licht wird von den Stäbchen zuerst bemerkt, aber es erscheint farblos, grau. Darauf beruht die Methode, mit Hilfe des indirekten Sehens schwache Objekte am Himmel zu finden, indem man nicht den Blick auf die Stelle richtet, wo man das Objekt anzutreffen hofft, sondern etwas seitwärts davon, so daß sein Bild auf die Seitenteile der Retina trifft. Oft verliert man dann den Gegenstand wieder, wenn man ihn fixiert, das Bild also in die Fovea bringt, ein Zeichen, daß diese Stelle der Netzhaut für die schwächsten Lichteindrücke nicht empfindlich genug ist. Das farblose, verschwommene Bild, das man beim indirekten Sehen empfindet, bekommt dadurch etwas Unstetes. (Das Gespenstersehen beruht auch auf dieser Erscheinung: bei sonst vollkommener Dunkelheit schwache Lichteindrücke von der Seite, die sofort beim Hinschauen verschwinden.)

Im gelben Fleck fehlen die Stäbchen vollständig, er ist nur mit Zapfen besetzt. Sie vermitteln uns die Farbenempfindung, die also deshalb in der Fovea am kräftigsten ist. Da außerdem, wie schon erwähnt, das optische Bild dort am schärfsten ist, so stellen wir beim genauen Betrachten eines Gegenstandes den Augapfel derart, daß das Bild auf die Sehgrube trifft.

Die Lichtempfindlichkeit der Retina ist also von Punkt zu Punkt verschieden. Daraus ergibt sich für das Vergleichen von Helligkeiten die wichtige Forderung, das Licht des zu vergleichenden Gegenstandes stets in der Fovea aufzufangen, d. h. ihn immer genau zu fixieren. Es ist also durchaus zu verwerfen, zwei Sterne so miteinander zu vergleichen, daß man, ohne den Augapfel zu bewegen, ihren Helligkeitsunterschied abschätzt, während sie sich gleichzeitig im Gesichtsfeld befinden, vielmehr muß man beide abwechselnd scharf fixieren und, indem man den Eindruck des einen im Gedächtnis behält, sich ein Urteil über das Größenverhältnis beider bilden. Die andere Methode führt zu falschen Resultaten, wie man

---

[1]) *A. König*, Berl. Ber. 1894, S. 577.

[2]) *J. v. Kries*, Über den Einfluß der Adaption . . . und über die Funktion der Stäbchen. Ber. d. naturf. Ges. zu Freiburg i. B. IX 2, S. 61 (1894). Siehe auch: *Nagel*, Handbuch der Physiologie (1904), Bd. III, 2. Hälfte, S. 168 ff.

sich leicht an zwei Sternen überzeugen kann, deren Helligkeit gleich ist.

Die Übermittlung der Farbenempfindung in unserem Auge geschieht nach der Theorie von *Th. Young* durch drei verschiedene Arten von Nervenfasern, von denen jede für einen bestimmten Spektralbereich am empfindlichsten ist. Die eine Art ist besonders für Rot, die zweite für Grün, die dritte für Violett empfindlich, während jede auch noch von dem übrigen Teil des Spektrums erregt wird. Diese drei Farben reichen aus, um aus ihnen alle Farbennuancen durch verschiedene Zusammenstellung hervorzubringen, sie werden daher Grundfarben genannt. Man könnte gerade so gut drei andere Farben als Grundfarben wählen, aber die Beobachtungen, die man an Farbenblinden gemacht hat, machen es im höchsten Grade wahrscheinlich, daß es sich bei der Lichtempfindung gerade um diese drei Farben handelt.

Bei dem größten Teil aller Farbenblinden besteht nur partielle Farbenblindheit, bei der also bloß die rot- oder die grünempfindenden Nerven gelähmt sind. Oft handelt es sich auch nur um starke Verminderung der Fähigkeit, Rot oder Grün zu empfinden, was natürlich zu einer abweichenden Auffassung der vom normalen Auge aufgestellten Farbenskala führen muß.

Schließlich noch einige Winke inbezug auf das Beobachten: Ein scharfes Auge, das alle Einzelheiten deutlich erkennt, tut es nicht allein, auch wenn es für schwache Lichteindrücke sehr empfindlich ist. Vor allem kommt es auf das Talent an, sich des Gesehenen bewußt zu werden, ein Talent, das wohl geübt, aber ohne natürliche Anlage wohl schwerlich erworben werden kann.

Nicht jedes weitsichtige Auge ist scharf. „Im Gegenteil findet es sich häufig, daß kurzsichtige Augen weit schärfer sind", sagt *Argelander*[1]) in seiner Aufforderung an Freunde der Astronomie. Wer daher an Kurzsichtigkeit leidet, bediene sich, wenn er sonst ohne Instrument beobachten will, einer passenden Brille, die er sich von einem Augenarzt verschreiben läßt, nicht von einem Brillenhändler, denn oft sind auch noch andere Fehler des Sehapparates zu korrigieren. Es ist kaum zu glauben, wie sehr in dieser Beziehung gesündigt wird. Ist es Mangel an Vertrauen zum Augenarzt oder scheut man sich, das Honorar für die Untersuchung des wertvollsten und edelsten Organs auszugeben?

---

[1]) *Auff.* S. 127.

Bei der Beobachtung mit einem Feldstecher oder einem Fernrohr soll man stets den Akkommodationsfehler (Kurz- oder Übersichtigkeit) durch Änderung der Okularstellung korrigieren, und nicht gleichzeitig mit der Brille beobachten, da durch sie oft störende Reflexe erzeugt werden.

Schätzungen nach der Gedächtnisskala.

Der Weg, die Helligkeit durch absolutes Schätzen nach einer dem Gedächtnis eingeprägten Skala zu bestimmen, kommt für veränderliche Sterne kaum in Betracht, da er zu ungenaue Werte liefert. Er ist daher fast nur bei Katalogisierungsarbeiten angewandt worden, vor allem in den großen Durchmusterungswerken. Daß diese Methode für solche Zwecke jedoch eine verhältnismäßig hohe Genauigkeit liefern kann, zeigen die Beobachtungen von *Fr. Küstner*[1]) am Meridiankreis in Bonn, wo solche Schätzungen unter Verwendung von Gitterblenden neben den Positionsbestimmungen gemacht wurden.

Die Vergleichungsmethoden.

Für die Helligkeitsbestimmung veränderlicher Sterne ohne photometrische Apparate kommen nur solche Methoden in Betracht, bei denen Vergleichungen mit Sternen von nahezu derselben Größe vorgenommen werden. Im allgemeinen schließt man den Veränderlichen dabei an zwei Vergleichsterne an, von denen der eine heller, der andere schwächer als er selbst ist. Die Methoden der Bestimmung unterscheiden sich durch die Maßeinheit, die der Messung zugrunde liegt. Die Methoden der Stufenschätzung wählen als Einheit die Stufe, ein durchaus subjektives Maß, da sie vom Beobachter abhängt und definiert ist durch den kleinsten Helligkeitsunterschied, den er zwischen zwei Sternen noch wahrnehmen kann. Die Bruchmethoden wählen ein objektives Maß und legen direkt oder indirekt die Differenz in der Helligkeit der beiden Vergleichsterne als Einheit zugrunde. Bei den Stufenschätzungsmethoden lassen sich wieder zwei Arten unterscheiden: die absolute Methode und die Differenzmethode. Auch die Bruchmethoden kann man in zwei verschiedene Modi einteilen, je nachdem das Einheitsintervall für alle Helligkeitsdifferenzen konstant gehalten wird oder nicht.

---

[1]) Veröff. d. Stw. Bonn **10**, 47 ff. (1908).

Im folgenden werden der Veränderliche stets mit V, die Vergleichsterne mit a, b, c ... bezeichnet. Die Buchstaben m und n bedeuten Zahlen, welche die Helligkeitsdifferenzen in Stufen oder in Teilen eines bestimmten Intervalls angeben.

A. 1. Wählt man eine bestimmte Einheit, die Stufe, in der man angibt, um wieviel V schwächer als a und heller als b erscheint, so hat man zwei Helligkeitsbestimmungen von V, die nur durch diese Einheit miteinander verknüpft sind. Man erhält die Gleichungen für V:

$$V = a - m \quad \text{und} \quad V = b + n.$$

Die Zahlen m und n sind also unabhängig voneinander. (Absolute Methode, *Herschel*, *Argelander*.)

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich

$$V = \tfrac{1}{2}(a + b) - \tfrac{1}{2}(m - n).$$

2. Wenn man nun m und n nicht mehr einzeln abschätzt, sondern nur die Differenz beider $(m - n)$, so gelangt man zur Differenzmethode. Man muß sich den Vorgang beim Beobachten aber nicht so denken, daß man zuerst m und n einzeln für sich bestimmt und dann die Differenz ableitet, sondern es wird weder m noch n, vielmehr nur die Differenz $(m-n)$ beobachtet. (Differenzmethode, *Argelander*.)

B. Verläßt man die im vorigen benutzte Einheit (Stufe) und nimmt statt dessen den Unterschied von a und b, also $(a - b)$ zum Maßstab, so braucht man nur noch $a - V$ abzuschätzen und in der neuen Einheit auszudrücken. Man gibt also bei der Schätzung das Verhältnis $a - V$ oder m zu $(a - b)$ an.

3. Gibt man m unmittelbar in Zehnteln photometrischer Größenklassen an, so schätzt man nach der Bruchmethode von *Pogson*. Das Einheitsintervall, nämlich $0^m.1$ leitet man aus der Helligkeitsdifferenz zwischen a und b ab, die dem Beobachter während der Schätzung bekannt sein muß.

4. Setzt man das Intervall $(a - b) = 10$, so hat man die Dezimalmethode von *Pickering*. m erscheint dann in Zehnteln dieses Intervalls $(a - b)$.

a) Die Stufenschätzungsmethoden.

1. Die absolute Methode der Stufenschätzung ist eigentlich schon von *J. Herschel* angewandt worden. *Argelander*, nach dem sie meistens benannt ist, hat das Verdienst, anstatt der Symbole, mit

denen *Herschel* die Helligkeitsdifferenzen bezeichnete, Zahlen eingeführt zu haben, wodurch er den Wert der Methode ungeheuer steigerte.

Das Maß der Helligkeitsdifferenz bildet bei dieser Vergleichungsmethode die Stufe; darunter ist der kleinste Helligkeitsunterschied zwischen zwei Sternen zu verstehen, den unser Auge noch wahrnehmen kann. Diese Stufe entspricht etwa dem zehnten Teil desjenigen Unterschieds in der Helligkeit, um den zwei aufeinanderfolgende Größenklassen voneinander entfernt sind. *Argelander*[1]) definiert den Begriff der Stufenzahlen in folgender Weise:

„Erscheinen mir beide Sterne, deren Helligkeitsdifferenz ermittelt werden soll, immer gleich hell, oder möchte ich bald den einen, bald den andern ein wenig heller schätzen, so nenne ich sie gleich hell, und bezeichne dies dadurch, daß ich ihre Zeichen unmittelbar nebeneinander setze, wobei es gleichgültig ist, welches Zeichen voransteht. Sind also die beiden Sterne *a* und *b* verglichen, so schreibe ich entweder *a b* oder *b a*.“ (Konsequenterweise würde man *a* 0 *b* oder *b* 0 *a* schreiben.)

„Kommen mir auf den ersten Anblick zwar beide Sterne gleich hell vor, erkenne ich aber bei aufmerksamer Betrachtung und wiederholtem Übergange von *a* zu *b* und *b* zu *a* entweder immer, oder doch nur mit sehr seltenen Ausnahmen *a* als eben bemerkbar heller, so nenne ich *a* eine Stufe heller als *b*, und bezeichne dies durch *a* 1 *b*, ist hingegen *b* der hellere, durch *b* 1 *a*, so daß immer der hellere vor, der schwächere hinter der Zahl steht.

Erscheint der eine Stern stets und unzweifelhaft heller als der andere, so wird dieser Unterschied für zwei Stufen angenommen, und durch *a* 2 *b* bezeichnet, wenn *a*, hingegen mit *b* 2 *a*, wenn *b* der hellere ist.

Eine auf den ersten Anblick ins Auge fallende Verschiedenheit gilt für drei Stufen und wird mit *a* 3 *b* bzw. *b* 3 *a* bezeichnet.

Endlich bedeutet *a* 4 *b* eine noch auffallendere Verschiedenheit zugunsten von *a*.“

Noch größere Helligkeitsunterschiede zu messen und mehr Stufen anzuwenden, hält *Argelander* für nachteilig, denn er sagt weiter, daß selbst die vierte Stufe, besonders bei seinen früheren Beobachtungen, zuweilen schon zu weit ausgedehnt wurde, doch lasse sich diese zu starke Ausdehnung bei einiger Vorsicht wohl vermeiden.

---

[1]) *Auff.* S. 198 ff.

Durch diese Vorschriften sind die Helligkeitsunterschiede von 1, 2, 3, 4 Stufen definiert. Da von einer weiteren Ausdehnung auf mehr als fünf Stufen ausdrücklich abgeraten wird, im Mittel bei allen Beobachtern der Wert einer Stufe ungefähr $0^m.1$ entspricht, so sieht man sich genötigt, bei der Auswahl der Vergleichsterne auf dieses zulässige Intervall Rücksicht zu nehmen. Dies ist namentlich bei helleren Sternen nicht immer leicht und darin liegt ein Nachteil dieser und der Differenzmethode, den die Bruchmethoden nicht haben.

Der Wert einer Stufe wird von Beobachter zu Beobachter wechseln, auch bei dem gleichen Beobachter wird er geringe Schwankungen zeigen. Da, wie wir später sehen werden, der Stufenwert aus der Helligkeitsdifferenz der Vergleichsterne abgeleitet wird, so sind Änderungen im Stufenwert immer feststellbar. Trotzdem soll die Unveränderlichkeit für den Wert einer Stufe angestrebt werden. *Herschel* und *Argelander* haben daher empfohlen, eine Liste von Sternen aufzustellen, deren Helligkeitsunterschiede dem von 1, 2, 3 und 4 Stufen entsprechen und diese vor Beginn der eigentlichen Beobachtungsreihe an jedem Abend einmal durchzubeobachten, um das Auge an den Wert der Intervalle zu gewöhnen.

2. Die Differenzmethode unterscheidet sich von der absoluten dadurch, daß nicht mehr die wirklichen Helligkeitsunterschiede zwischen dem Veränderlichen und den Vergleichsternen angegeben werden, sondern das arithmetische Verhältnis, d. h. die Differenz dieser Unterschiede im Gegensatz zu den Bruchmethoden bei denen das geometrische Verhältnis bestimmt wird. Als Maß hierfür dient wieder die Stufe; dadurch hat die Differenzmethode mit der absoluten eine gewisse Verwandtschaft. Wie bei der absoluten Methode die Schätzungen geringer Helligkeitsunterschiede am genauesten ausfallen, so ist dies auch bei der Differenzmethode der Fall, wenn die Differenz $(m - n)$ am kleinsten ist. Dies besagt, daß der Veränderliche an Helligkeit nicht allzuviel vom Mittel zwischen den Vergleichsternen entfernt sein soll. Sind außerdem die Vergleichsterne nicht gar zu sehr an Helligkeit verschieden, so ist die Methode einer sehr hohen Genauigkeit fähig.

Die Schreibweise, die von *Argelander* eingeführt ist, der diese Methode zuerst anwandte, wird am einfachsten aus folgendem klar: Die beiden Vergleichsterne *a* und *b* sind in Klammern eingeschlossen. *V* und die Stufenzahl stehen vor den Vergleichsternen, wenn *V*

heller, dagegen dahinter, wenn V schwächer als das Mittel zwischen a und b ist. Es wird aber, wohl bemerkt, nicht gegen das Mittel geschätzt. Die Zahl bezeichnet die Differenz $(m - n)$ oder $(n - m)$.

Es bedeutet z. B.

$$V\,2\,(a\,b),$$

daß $n - m = 2$ ist. V ist danach um eine Stufe heller als das Mittel zwischen a und b. In der früheren Bezeichnung nach der absoluten Methode wäre dies gleichbedeutend mit $a\,m\,V\,n\,b$, wobei $n - m = 2$ ist. Ebenso bedeutet $(a\,b)\,1\,V$ den Helligkeitsabstand vom Mittel um $^1/_2$ Stufe, aber in der Richtung vom Mittel nach b hin, gleichbedeutend mit $a\,m\,V\,n\,b$; $m - n = 1$. In der Klammer steht immer links der hellere, rechts der schwächere Stern, also $a > b$, wie bisher stets angenommen wurde.

Man könnte es für einen Nachteil der vorhin geschilderten Methoden ansehen, daß man sich ein bestimmtes Helligkeitsintervall, die Stufe, einprägen und im Gedächtnis möglichst konstant erhalten muß. Um den Stufenwert immer unter Kontrolle zu halten, wählt man fast stets bei jeder Schätzung zwei Vergleichsterne, von denen der eine heller, der andere schwächer als der zu bestimmende Stern ist. In der Praxis hat es sich gezeigt, daß der Wert der Stufe bei geübten Beobachtern ziemlich wenig veränderlich ist, so daß man mit einem mittleren Stufenwert, der für eine große Reihe von Abenden Gültigkeit hat (wenigstens solange es sich um die Vergleichung desselben veränderlichen Sterns handelt), auskommt.

b) Die Bruchmethoden.

Die Bruchmethoden vermeiden es, dem Gedächtnis das Festhalten eines konstanten Intervalls für längere Zeit zuzumuten, dafür nehmen sie ein größeres, aber von Fall zu Fall veränderliches Intervall, das sich der Beobachter nicht zu merken braucht, sondern das er am Himmel vor sich hat. Er gibt dann an, wieviel Bruchteile dieses Intervalls die zu bestimmende Helligkeitsdifferenz zwischen Vergleichstern und verglichenem Stern beträgt. Daher der Name Bruchmethode.

Man unterscheidet zwei verschiedene Arten dieser Methoden, die nach ihren Erfindern benannt sind:

3. Bei der *Pogson*schen Methode[1]) sind die Vergleichsterne so ausgewählt, daß ihr Unterschied einem bestimmten Intervall ent-

[1]) U. a. *HC* 112 (1906).

spricht und zwar möglichst einer ganzen oder halben Größenklasse. Dieses Intervall muß aber dem Beobachter vorher bekannt sein. Er hat dann den zu bestimmenden Stern hineinzuschätzen. Ist z. B. das bekannte Intervall $^5/_{10}$ Größenklassen, so hat er zu der Größenangabe des helleren 2 oder 3 Zehntel hinzuzufügen, wenn der Stern nahe der Mitte zwischen beiden liegt, 1 oder 4 Zehntel dagegen, je nachdem er nur wenig von dem helleren oder dem schwächeren von beiden abweicht.

Die Schreibweisen für diese Beobachtungen sind nicht einheitlich; im allgemeinen werden die Zehntelgrößen in ganzen Zahlen dem Vergleichstern beigefügt, so daß man zu seiner Größenklasse nur den durch 10 dividierten Betrag der Schätzung zu addieren braucht, um die Helligkeit des Veränderlichen zu erhalten. Z. B.: $V = a + 4$ bedeutet, daß V um $0^m.4$ schwächer als a gesehen wurde. Wäre der Betrag der *Argelander*schen Stufe zufällig gleich $0^m.1$, so wäre in der Schreibweise der Stufenschätzung $a\,4\,V$ dafür notiert worden.

4. Die allgemeine Bruchmethode nach *Pickering*[1]) unterscheidet sich von der vorigen durch größere Freiheit, da die Größe des Intervalls dem Beobachter überhaupt nicht bekannt zu sein braucht. Er teilt vielmehr den Unterschied zwischen den beiden Vergleichsternen in eine beliebige Anzahl, meistens in 10 Teile, und gibt an, an welche Stelle des Intervalls seiner Schätzung nach die Helligkeit des Veränderlichen fällt. Bei der Dezimalteilung des Intervalls, die jetzt fast allgemein üblich ist, schreibt man die Beobachtung in der Weise, daß man die Anzahl der Zehntel zwischen die Bezeichnungen für die beiden Vergleichsterne (vom helleren aus gezählt) setzt. Es bedeutet z. B. $a\,4\,b$, daß der Veränderliche um $^4/_{10}$ des ganzen Helligkeitsunterschiedes zwischen den Sternen a und b schwächer als a geschätzt ist. (In der *Argelander*schen Schreibweise wäre dies durch $a\,4\,V\,6\,b$ auszudrücken.)

Die Genauigkeit solcher Schätzungen wird natürlich auch hier wieder um so größer sein, je geringer der Größenunterschied zwischen a und b ist. *Pickering* hat für diese Differenz als äußerste Grenze 1^m für zulässig erklärt.[2])

Vergleichung der Schätzungsmethoden. Von diesen Methoden der Helligkeitsbestimmungen hat jede ihre Vorzüge, aber

---

[1]) U. a. Proc. Amer. Acad. **16**, Nr. XIII (1881).

[2]) Plan 12 (1882).

auch ihre Nachteile. Die *Pogson*sche arbeitet am schnellsten und ist deshalb für größere Katalogisierungsarbeiten am geeignetsten. Sie setzt aber sehr große Geschicklichkeit voraus, und ganz feine Größenunterschiede wird man mit ihr wohl nicht feststellen können. Vor allem dürfte das konstante Festhalten des Intervalls von $^1/_{10}{}^m$ sehr schwierig sein, obwohl das Normalintervall stets zur Hand ist. Unter diesem Nachteil leidet ja auch die *Argelander*sche Methode, und bei ihr hat man das Normalintervall nicht einmal vor Augen. Die Erfahrung hat aber gezeigt, daß das Festhalten von 3 oder 4 Stufen, namentlich wenn man sie sich nach seiner Vorschrift fest einprägt, sehr leicht und sicher ist; größere Intervalle sind jedoch, wie gesagt, ganz zu vermeiden.

Die *Pickering*sche Methode ist ja von jedem konstanten Intervall frei und hat vor den beiden anderen noch den Vorzug, daß die Vergleichsterne sich um viel weitere Größenintervalle unterscheiden dürfen. Sie hat aber den Nachteil, daß das Bezugsintervall fortwährend seine Größe wechselt, wodurch die Genauigkeit der Schätzung sicher nicht gewinnt, ferner daß die Möglichkeit einer wechselseitigen Kontrolle der Vergleichsterne auf Konstanz der Helligkeit — ein großer Vorzug der *Argelander*schen Methode — hier wegfällt und schließlich daß, wenn zwischen Vergleichstern und Veränderlichem Gleichheit, also das Intervall $^0/_{10}$ festgestellt ist, die Heranziehung anderer Vergleichsterne bei der Bruchmethode gar keinen Zweck mehr hat. Allerdings ist wohl auch in diesem Fall die Größe des Veränderlichen am genauesten bestimmt.

Der geschickte Beobachter wird immer die Vorzüge der einen Methode gegen die der anderen abzuwägen verstehen und in den einzelnen Fällen diejenige Art des Beobachtens anwenden, die ihm die besten Resultate zu verbürgen scheint.

Vorsichtsmaßregeln und Winke für den Beobachter.

Zur Erzielung der höchsten Genauigkeit sind gewisse Maßregeln von großer Wichtigkeit, die die Umstände bei der Messung und die Wahl des Instruments betreffen.

a) Art und Umstände betreffende Vorsichtsmaßregeln. Man beachte zunächst, daß das Auge erst nach $^3/_4$stündigem Verweilen im Dunkeln seine volle Empfindlichkeit erlangt. Daher vermeide man jede Störung durch Licht im Innern oder in der Nähe des Beobachtungsraums. Das Notieren der Beobachtungen besorge man am besten ganz ohne Beleuchtung. Es gibt einfache Vorrichtungen, die

das Ineinandergeraten der Zeilen beim Schreiben im Dunkeln verhindern. Ist zum Lesen der Karten Licht unbedingt erforderlich, dann muß es möglichst schwach sein. Wenn man das Licht nicht mehr braucht, lasse man vor der nächsten Messung einige Minuten verstreichen, damit sich das Auge wieder ausruht. Auch nach jeder Schätzung mache man eine kleine Pause, während der man die Augen schließt oder ins Dunkle sieht.

Nach dem Notieren suche man die Zahlen schnell zu vergessen, mache noch Aufzeichnungen über besondere Umstände bei der Messung, wie über störende Einflüsse durch Licht, nahe Sterne, Mond, Wolken, Unruhe und Funkeln der Sternbilder. Man vermeide die Nähe des Horizonts, ferner unbequeme Stellungen. Die Disposition des Beobachters ist von großem Einfluß auf die Resultate. Hierzu zählt u. a. auch die Voreingenommenheit, die streng zu meiden ist.

Man vergesse nie, Datum, Zeit und Name des Objekts und das Instrument aufzuschreiben.

Beim Schätzen der Farben sei man besonders vorsichtig. Am besten umhüllt man den Kopf mit einem Tuch, um die allgemeine Helligkeit des Himmels oder den Glanz der Metallteile des Instruments nicht zu sehen. Man fixiere den Stern so lange, bis man über seine Färbung ein ganz sicheres Urteil gewonnen hat; im allgemeinen dauert dies 2—3 Minuten.

b) Die Wahl des Instruments betreffend. Die Objekte dürfen dem Auge weder zu hell, noch zu schwach erscheinen. Deshalb ist es falsch, zu lichtstarke Instrumente für hellere Sterne zu benutzen. Für die Sterne bis zu 4^m genügt das bloße Auge, bei schwächeren nehme man ein Opernglas, und erst bei solchen unter 6^m ein Fernrohr. Man gehe aber nicht bis zur Sichtbarkeitsgrenze hinab: für Helligkeitsschätzungen muß der Stern mindestens 2^m, für Farbenschätzungen 3^m über der Sichtbarkeitsgrenze liegen.

Man stelle stets die Bilder in den Fokus ein. Extrafokale Bilder sind schwächer und die ungleiche Wirkung des *Purkinje*-phänomens kann dann leicht zur Geltung kommen.

Wechselt man bei einer Beobachtungsreihe das Instrument oder auch nur die Vergrößerung, so beobachte man mehrere Tage hintereinander mit beiden Apparaten, um die Möglichkeit zu haben, die Messungen aufeinander zu beziehen.

c) Das Auge betreffend. Bevor man überhaupt Messungen unternimmt, prüfe man sein Auge erst, ob es zum Beobachten geeignet ist. Brechungsfehler, wie Kurz- und Übersichtigkeit, lassen

sich durch Brillen korrigieren und sind dann unschädlich. Anders steht es mit Anomalien der Farbenempfindung, sie können das Auge für diese Art der Beobachtung unbrauchbar machen.

Natürlich muß man sich, bevor man an die regelmäßige Schätzung veränderlicher Sterne geht, einüben, damit die Beurteilung der Helligkeit mit Sicherheit und einem nicht zu großen Stufenintervall geschieht. Man bedient sich hierzu mit Vorteil der bekannten Sterne des großen und des kleinen Bären, die in der folgenden Tafel mit ihren Helligkeiten nach der *PD* und der *HP* und den Farben nach *Osthoff* angegeben sind. Für die Beobachtungen im Opernglas oder im Fernrohr sind noch die beiden schwächeren Polsterne hinzugefügt. Da alle diese Sterne zirkumpolar sind, können sie das ganze Jahr hindurch beobachtet werden.

Ursa maior.				Ursa minor.			
Stern *Bayer*	Größe *PD*	Größe *HP*	Farbe *Osthoff*	Stern *Bayer*	Größe *PD*	Größe *HP*	Farbe *Osthoff*
α	$2^m.04$	$2^m.0$	$4^c.9$	α	$2^m.31$	$2^m.1$	$3^c.9$
β	2.63	2.4	1.6	β	2.26	2.2	6.2
γ	2.68	2.5	1.7	γ	3.34	3.1	2.3
δ	3.52	3.4	2.7	δ	4.68	4.4	2.5
ε	2.16	1.7	1.6	ε	4.48	4.4	5.8
ζ	2.38	2.4	1.8	ζ	4.52	4.3	2.3
η	2.26	1.9	1.4	η	5.08	5.0	3.5
51H. Cephei	5.18		G +	λ	6.47		G −

J. G. Hagen [1]) gibt zur Erlernung der Stufenschätzung den Rat, diese Sterne nach ihrem Helligkeitseindruck in eine Reihe einzuordnen. Jene Paare, bei denen dies auf den ersten Blick gelingt, sind nach der *Argelander*schen Anweisung wenigstens um drei Stufen verschieden, die dagegen, die erst nach längerem Anschauen mit Sicherheit geordnet werden können, um zwei Stufen. Bei einigen Paaren wird die Reihenfolge sich nur mit Wahrscheinlichkeit herstellen lassen; diese unterscheiden sich dann nur um eine Stufe. Ihren Ausgangspunkt hat die Stufenreihe in dem Intervall von zwei Stufen, das am genauesten definiert ist. Nach *J. Herschel* kann es auch so aufgefaßt werden, daß man sich einen Stern denkt, der sich seiner Helligkeit nach noch gerade zwischen dieses Sternpaar einordnen läßt und sich von jedem der beiden

[1]) Die veränd. Sterne S. 261 (1914).

Sterne noch eben unterscheidet. Das kleinste Intervall von einer Stufe erlernt man dann allmählich durch Halbieren der Doppelstufe und dasjenige von drei Stufen durch Addition von 2 + 1 Stufen.

Ableitung der Helligkeit aus den Beobachtungen.

Wir nehmen an, der Veränderliche V sei nach der *Argelander*schen Methode mit den beiden Sternen a und c verglichen. Wenn m und n die beobachteten Helligkeitsdifferenzen gegen diese Sterne sind, so lautet die Aufzeichung im Beobachtungsbuch:

$$a\, m\, V\, n\, c\,.$$

Wenn die Stufenintervalle sämtlich gleich sind, so besagt diese Notierung, daß V inbezug auf seine Helligkeit in dem Intervall a - c um m/n dieses Intervalls von a in der Richtung nach c hin liegt. In dieser Ausdrucksweise ist das Prinzip der Bruchmethode angedeutet, um die es sich auch tatsächlich handeln würde, wenn bei der Beobachtung nur auf die Abschätzung des Verhältnisses von m zu n Wert gelegt worden wäre. Bei der *Argelander*schen Methode ist dies aber nicht der Fall, sondern die beiden Helligkeitsintervalle $a - V$ und $V - c$ sind ganz unabhängig voneinander, nur mit demselben Maßstab gemessen.

Wir nehmen nun an, wir hätten eine Stufenskala, deren Intervall dieselbe Einheit der Stufe zugrunde liegt, wie unseren Vergleichungen von a und c mit V. (Wie wir zu einer solchen Stufenskala gelangen, wird später gezeigt.) In dieser Skala sind uns die Helligkeiten von a und c bekannt. Dann ergeben sich für die Helligkeit des Sterns die einfachen Beziehungen gemäß der obigen Aufzeichnung:

$$\left.\begin{aligned} V &= a + m \\ \text{und} \qquad V &= c - n \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

und durch Summierung:

$$\left.\begin{aligned} V &= \tfrac{1}{2}(a + c) + \tfrac{1}{2}(m - n), \\ \text{entsprechend für 3 Sterne:} \\ V &= \tfrac{1}{3}(a + b + c) + \tfrac{1}{3}(m + n - p), \end{aligned}\right\} \quad (16a)$$

wobei alles in unseren (mittleren) Stufen ausgedrückt ist und die Vorzeichen im zweiten Posten im Sinne der Helligkeitsdifferenz angesetzt werden müssen. Diese Formel wird die erste *Schönfeld*sche Formel genannt.[1])

[1]) Sitzber. d. kais. Akad. d. Wiss. Math.-nat. Kl. 42, S. 154 (1861).

Man wird nun die Rechnung nicht in der Form ausführen, wie sie die Formel (16a) darstellt, sondern man wird die Helligkeiten nach (16) einzeln aus jedem Vergleichstern ableiten und daraus das Mittel nehmen, um zu sehen, wie diese Größen untereinander stimmen. Die Übereinstimmung hängt nämlich, wie leicht einzusehen ist, von dem Stufenwert ab: stimmt der Stufenwert, der der Messung zugrunde gelegt ist, mit dem mittleren Stufenwert, auf dem die Vergleichsternskala beruht, überein, dann müssen auch die Helligkeiten der V aus den einzelnen Vergleichsternen nach Gl. (16) untereinander denselben Wert ergeben. Dies ist aber meistens nicht der Fall, der Stufenwert bei der einzelnen Messung am Abend wird von dem mittleren Stufenwert im allgemeinen etwas abweichen. Eine solche Abweichung ist für das Resultat belanglos, wenn die Summe der Stufenintervalle, um die die Vergleichsterne heller als V waren, gleich derjenigen der Intervalle ist, um die V heller als die Vergleichsterne war. Wenn V nicht mehr symmetrisch inbezug auf die Helligkeit der Vergleichsterne liegt, so können durch die Abweichung des wirklichen Stufenwertes vom mittleren merkliche Fehler entstehen.

Angenommen, wir hätten geschätzt: $a\,3\;V\,1\;c$, und die Vergleichsternskala enthielte $a = 5.0$ St., $c = 9.0$ St. Wir erhalten dann nach obiger Formel aus beiden Sternen $V = 8.0$ St. Nehmen wir jetzt aber an, unser Stufenwert sei an jenem Abend nur $^2/_3$ von dem mittleren gewesen, so daß unsere Schätzung also lautete:

$$a\,4.5\;V\,1.5\;c,$$

so ergibt jetzt unsere Formel:

$$V = \tfrac{1}{2}[(5.0 + 4.5) + (9.0 — 1.5)]\text{ St.} = \tfrac{1}{2}[9.5 + 7.5] = 8.5\text{ St.},$$

also $^1/_2$ Stufe mehr als vorhin, obwohl das Verhältnis von m zu n dasselbe geblieben ist. (Die Posten sind, wie sofort erkannt wird, gegen die Reihenfolge in (16a) umgruppiert.)

Eine zweite Formel zur Berechnung der Helligkeit, die von *Oudemans* zuerst aufgestellt wurde, aber allgemein die zweite *Schönfeld*sche genannt wird, weil sie an der gleichen Stelle[1]) wie die erste aufgeführt wird, berücksichtigt den bei der Beobachtung gültigen Stufenwert, der aus der Helligkeitsdifferenz berechnet wird. Dieser Wert:

$$S = (c - a)/(m + n) \qquad (16b)$$

[1]) Sitzber. d. kais. Akad. d. Wiss. Math.-nat. Kl. 42, S. 154 (1861).

wird der „Stufenwert des Abends“ genannt, womit aber nicht ausgedrückt sein soll, daß er für den ganzen Abend und für alle anderen Vergleichungen bei den an demselben Abend beobachteten Veränderlichen gilt.

Die Helligkeit des Variablen wird dann:

$$V = a + m\frac{c-a}{m+n} = c - n\frac{c-a}{m+n} = a + mS = c - nS. \quad (16c)$$

Bei der Anwendung dieser Formel ist man von jeder Änderung des Stufenwerts unabhängig und nur die Fehler, mit denen die Stufenzahlen m und n behaftet sind, gehen sowohl in den Stufenwert des Abends, als natürlich auch in das Endresultat ein.

Der Vorzug der ersten *Schönfeld*schen Formel besteht darin, daß bei ihr ein Unterschied in der Helligkeitsauffassung eines der Vergleichsterne am wenigsten zur Geltung kommt, da man ja die mittlere Helligkeit der Vergleichsterne zum Ausgangspunkt der Rechnung macht. Ist dagegen die fehlerhafte Auffassung bei jedem der verglichenen Sterne dieselbe, so wird der Fehler in der Stufenweite durch die zweite Formel vollständig getilgt.

Anstatt einer Vergleichsternskala in Stufen kann man auch eine photometrisch gewonnene in Größenklassen anwenden, doch ist zunächst eine Stufenskala, die man aus den eigenen Beobachtungen ableitet, vorzuziehen, weil sie dieselben individuellen Eigentümlichkeiten hat, wie die Schätzungen selbst.

Wollte man unter Berücksichtigung der beiden vorhin angegebenen Fehlerquellen den wahrscheinlichsten Wert von V bestimmen, so müßte man das numerische Verhältnis der Größen beider Sterne kennen. Dies ist aber nur durch Messungen mit photometrischen Apparaten möglich. *Argelander* hat vorgeschlagen, aus den Werten, die man mit den beiden *Schönfeld*schen Formeln errechnet, das arithmetische Mittel zu nehmen.[1])

Wenn der Veränderliche bei derselben Schätzung mit mehr als zwei Sternen verglichen ist, so läßt sich der Stufenwert des Abends am einfachsten aus der größten Helligkeitsdifferenz zwischen zwei Vergleichsternen ermitteln, wobei man die Annahme macht — die aber meistens nicht zutrifft —, daß die Stufenweite über das ganze Intervall gleich groß sei. Mit diesem Stufenwert werden dann die Schätzungen im Anschluß an die Vergleichsterne reduziert und die Einzelwerte der Helligkeit von V zum Mittel vereinigt.

---

[1]) *Auff.* S. 232.

Da sich kleine Helligkeitsdifferenzen sicherer schätzen lassen als große, und auch im allgemeinen bei kleinen die Stufenweite geringer ist als bei großen Intervallen, so ist der arithmetische Mittelwert aus den Resultaten der Einzelschätzungen nicht ganz einwandfrei. Deshalb hat man den Einzelwerten Gewichte p gegeben, und zwar solche, die im umgekehrten Verhältnis zu dem Stufenunterschied stehen, der ihnen zugrunde liegt. Danach müßte jede berechnete Helligkeit $V_i = a_i + m_i$ ein dem Werte von $1/m_i$ proportionales Gewicht erhalten, und man hätte statt des einfachen Mittels den Mittelwert mit Rücksicht auf die Gewichte zu bilden. (Der Index i bedeutet, daß der Buchstabe, zu dem er gehört, für jeden Stern besonders zu nehmen ist.)

Man hätte also anstatt des einfachen Mittels:

$$V = \frac{1}{r} \sum_i (a_i \pm m_i) = \frac{1}{r}(a + b + c + \ldots) + \frac{1}{r}(m \mp n \mp p \mp \ldots)$$

für die r Sterne, mit denen der Veränderliche verglichen ist, das Gewichtsmittel zu nehmen:

$$V = \frac{1}{\sum_i p_i} \sum_i (a_i + m_i) p_i \,.$$

Die Gewichte p sind aber durchaus unsicher, da sowohl die Stufen selbst ungenau sind, als auch die Annahme über das Maß von p willkürlich ist.

Die Reduktion der Schätzungen nach der Differenzmethode gestaltet sich ganz ähnlich, da ihr ja auch Stufen zugrunde liegen.

Das Reduktionsverfahren der Bruchmethoden ist ohne weiteres klar, da es sich aus den vorigen Erörterungen von selbst ergibt.

Beispiel:

Es sei beobachtet:

1920 April 1, 12^h MEZ. $a\,3\;V,\; b\,1\;V\,2\;c$.

Aus der (später abgeleiteten) Skala der Vergleichsterne entnimmt man für die Sterne a, b und c folgende Helligkeitswerte:

$a = 20.2$ St., $b = 18.2$ St., $c = 14.8$ St.

Die erste *Schönfeld*sche Formel (16) ergibt:

aus a:	$V =$	$20.2 - 3.0 = 17.2$ St.
b:		$18.2 - 1.0 = 17.2$ „
c:		$14.8 + 2.0 = 16.8$ „
Mittel:	$V =$	17.1 St.

Bei Anwendung der zweiten Formel (16 b) berechnet man zunächst aus dem größten Helligkeitsintervall den Stufenwert des Abends:

$$S = (20.2 - 14.8)/(3 + 2) = 1.08.$$

Der Stufenwert ist also 1.08, statt 1.00, und die Schätzung müßte lauten:

$$a\ 3.24\ V, \qquad b\ 1.08\ V\ 2.16\ c.$$

Daraus erhält man nach (16 c):

aus a und c: $V = 17.0$ St.
„ b: 17.1 „
Mittel $V = 17.05$ St.

Nach *Argelanders* Vorschlag hätte man also das Mittel aus den Werten: 17.1 und 17.05 = 17.08 zu nehmen. Die Helligkeit von V ist also 17.1 St. in der zugrunde liegenden Skala.

Wenn man nach der ersten Formel mit Gewichten rechnete, so hätte man anzusetzen:

$$V_1 = 17.2 \text{ St. mit } p_1 = \tfrac{1}{3},$$

$$V_2 = 17.2 \text{ St. mit } p_2 = 1 \text{ und } V_3 = 16.8 \text{ St. mit } p_3 = \tfrac{1}{2}.$$

$$\sum(p) = 1\tfrac{1}{6}. \quad \sum(a_i + m_i)p_i = (\tfrac{1}{3} \cdot 17.2) = (1 \cdot 17.2) + (\tfrac{1}{2} \cdot 16.8) = 31.3 \text{ St.}$$

$$V = 31.3 : 1\tfrac{1}{6} = 17.1 \text{ St.}$$

Bei der Rechnung wird man nie mehr als eine Dezimalstelle hinter dem Komma mitnehmen, da die zweite Dezimale schon vollständig illusorisch ist. Man vergegenwärtige sich, daß bei einem durchschnittlichen Stufenwert von $0^m.1$ das Zehntel der Stufe einem Helligkeitsintervall von $0^m.01$ entspricht, eine Größe, die die besten visuell-photometrischen Messungen bei Sternen nicht hergeben.

Sechstes Kapitel.

Die visuelle Photometrie.

Die photometrischen Prinzipien.

Bei den Apparaten, die dazu dienen, die Helligkeit zu messen, wie sie unser Auge empfindet, die also für visuelle Zwecke bestimmt sind, haben sich zwei Einrichtungen besonders bewährt, die das von einer Lichtquelle ins Okular gelangende Lichtquantum meßbar zu regulieren gestatten: das Polarisationsprisma und der Keil. Danach kann man diese Meßapparate einteilen in Polarisations- und Keilphotometer.

Das Prinzip aller dieser Photometer besteht darin, das Licht zweier Objekte miteinander zu vergleichen, indem man entweder die Strahlen der einen Lichtquelle so weit abschwächt, daß unser Auge die Intensität beider als gleich empfindet, oder indem man mit der Dämpfungsvorrichtung einen solchen Grad der Abblendung zu erreichen sucht, daß das Auge gerade keinen Lichteindruck mehr von dem zu messenden Objekt wahrnimmt. Die letzte Art der Helligkeitsbestimmung ist den sog. Auslöschphotometern eigen.

Außer dem Polarisationsprisma und dem Keil sind noch eine Menge anderer Vorrichtungen angewandt worden, um das Licht meßbar zu regulieren. Vor allem wären Einrichtungen zu nennen, die das Licht auf Flächen von verschiedener Größe ausbreiten, und Blenden, die einen Teil des Lichtes abfangen. Es sollen hier nur diejenigen Instrumente beschrieben werden, die zur Beobachtung der veränderlichen Sterne Anwendung gefunden haben.

Die Blenden.

a) Die Gitterblende besteht aus einem feinmaschigen Netz dünner Metalldrähte, die in einer oder mehreren Richtungen parallel zueinander über einen Rahmen gespannt sind. Wenn die Maschen das ganze Objektiv überdecken, so werden die Brennpunktsbilder für alle Strahlenarten um den gleichen Betrag abgeblendet. Wenn die Drähte in gleichen Abständen voneinander liegen, so ist das abgeblendete Bild eines Sterns dem unabgeblendeten durchaus ähnlich. Außer dem Brennpunktsbild entstehen, wie wir im 4. Kapitel schon sahen, seitliche Beugungsbilder, die jedoch bei der Beobachtung kaum stören, wenn ihr Abstand vom Hauptbild groß genug ist. Der Winkelabstand der Beugungsbilder vom Hauptbild läßt sich nach der Formel (12) ermitteln.

Der Faktor, mit dem man die Intensität des auffallenden Lichtes multiplizieren muß, um die des abgeblendeten zu erhalten, läßt sich entweder aus der Dicke der Drähte und der Maschenweite berechnen, oder auch rein photometrisch bestimmen. Die Abblendungskonstante, der sog. Abblendungsfaktor, wird am praktischsten in Größenklassen angegeben. Er wird von der beobachteten Größe subtrahiert, um die Größe des unabgeblendeten Sterns zu erhalten.

Der Abblendungsbetrag ist für punktförmige Lichtquellen ein anderer als für diffuses Licht von Flächen.

b) Das Paralleldrahtgitter. Sehr häufig kommen beim Photometrieren sog. Paralleldrahtgitter zur Verwendung. Sie unterscheiden sich von gewöhnlichen Gittern dadurch, daß die Gitterstäbe bloß in einer Richtung verlaufen, so daß die Beugungsbilder der Sterne nur in der dazu senkrechten Richtung erscheinen. Um bei ihnen die Helligkeit der verschiedenen Bilder theoretisch zu ermitteln, bezeichnen wir mit a die Weite der Zwischenräume zwischen zwei Stäben, mit d die Stabdicke, so daß $a+d$ die Gitterkonstante wird. Dann ergibt sich die Intensität H_0 des abgeblendeten Zentralbildes in Bruchteilen derjenigen H des Bildes bei freier Öffnung:

$$H_0/H = a^2/(a+d)^2. \tag{19}$$

Die Helligkeit der Beugungsbilder erhält man, wenn man die Amplitude eines Lichtstrahls, wie sie durch ein einzelnes Gitterelement erzeugt wird, betrachtet. Sie ergibt sich für ein Spektrum n-ter Ordnung im Verhältnis zum Zentralbild:

$$H_n/H_0 = [(a+d)/a\,n\,\pi]^2 \sin^2[a\,n\,\pi/(a+d)]. \tag{19a}$$

Für den besonderen Fall: $a = d$ wird

$$H_n/H_0 = (2/n\,\pi)^2 \sin^2 \tfrac{1}{2} n\,\pi. \tag{19b}$$

Daraus geht hervor, daß die Gitterspektren gerader Ordnung verschwinden, während diejenigen ungerader Ordnung ihr Intensitätsmaximum erreichen. Berechnet man für diesen Fall das Verhältnis der Intensität H_n des Beugungsbildes zu der des unabgeblendeten Zentralbildes H, so ergeben die beiden Formeln (19) und (19a):

$$H_n/H = (1/n^2\,\pi^2) \sin^2[a\,n\,\pi/(a+d)]. \tag{19c}$$

Für die Beugungsspektren 1. Ordnung wird dann die objektive Helligkeit $H_n = \frac{1}{10}$, das Spektrum 2. Ordnung fehlt, und dasjenige 3. Ordnung hat nur noch $\frac{1}{90}$ der ursprünglichen Helligkeit des Sterns.

In Größenklassen ausgedrückt ergibt sich für ein Paralleldrahtgitter, bei dem $a = d$ ist:

die Differenz zwischen unabgeblendetem und abgeblendetem Zentralbild	$= 1^m.505$
die Differenz zwischen abgeblendetem Zentralbild und Spektrum 1. Ordnung	$= 0^m.981$
die Differenz zwischen unabgeblendetem Zentralbild und Spektrum 1. Ordnung	$= 2^m.486$
die Differenz zwischen unabgeblendetem Zentralbild und Spektrum 3. Ordnung	$= 4^m.897$

Diese Werte müssen bei jedem Gitter durch Beobachtungen kontrolliert werden, da sich die Bedingung $a = d$ nicht immer genau einhalten läßt und die Helligkeit der Beugungsbilder auch in geringem Maße von der Beschaffenheit der Stäbe abhängt.

c) Die Sektorenblende besteht aus einer kreisrunden Scheibe von geschwärztem Blech, in die Sektoren geschnitten sind, deren Öffnungen sich verstellen lassen. Durch eine solche Vorrichtung wird das Brennpunktsbild nach einer Richtung verzerrt. Um sein Aussehen nach allen Richtungen gleichförmig zu gestalten, läßt man die Blende schnell rotieren, so daß das Auge die rasch aufeinanderfolgenden Bilder nicht mehr getrennt sieht, sondern nur noch ein einziges rundes Bild wahrnimmt. Der Betrag der Lichtabschwächung ist für alle Wellenlängen derselbe und, solange der Öffnungswinkel des Sektors nicht zu klein ist, gleich dem Verhältnis dieses Winkels zum ganzen Umfang des Kreises. Bei kleinen Öffnungswinkeln spielt die Beugung eine merkliche Rolle und ist schwer zu berücksichtigen.

d) Die Ringblende. Ein weiteres Mittel zur Abschwächung des Lichtes in optischen Apparaten ist die Ringblende, die den Öffnungswinkel des vom Objektiv kommenden Strahlenkegels verkleinert. Hierdurch wird das Aussehen des Brennpunktsbildes merklich verändert, da die Beugungserscheinungen wesentlich beeinflußt werden, und unter Umständen der Fokus etwas wechselt. Der Abblendungsfaktor kann zwar aus dem Verhältnis der abgeblendeten zur nicht abgeblendeten Öffnung berechnet werden, jedoch stimmt dieser Faktor nicht genau. Da die Lichtstrahlen bei ihrem Durchgang durch das Objektiv ungleich absorbiert werden, je nach der Dicke der Glasschicht, die sie zu durchlaufen haben, so werden die Mittelpartien des Objektivs, da sie im Glas dicker sind, weniger helle Bilder liefern als die Randpartien. Werden nun die Randpartien abgeblendet, so ist die Wirkung einer Randblende stärker, als man nach dem Betrag der abgeblendeten Flächen erwarten darf. Noch bedeutender kann dieser Unterschied zwischen den Abblendungsfaktoren werden, wenn man Bestimmungen in verschiedenen Bezirken des Spektrums macht, weil die Glassorten der Objektive die Strahlen verschiedener Wellenlänge ungleich stark absorbieren. Namentlich bei Untersuchungen mit sehr großen und deshalb dicken Objektiven kann dieser Einfluß beträchtlich sein. Es wäre also durchaus verfehlt, den Abblendungsfaktor, den man aus visuellen Beobachtungen bestimmt hat, ohne weiteres auf photographische zu

übertragen. Man wird deshalb Ringblenden nur in der Weise benutzen, daß sie während des ganzen Verlaufs der Messung das Objektiv bedecken, so daß ihre Wirkung bei allen Sternen gleichartig in alle Messungen eingeht.

Ringblenden, bei denen die Öffnung kontinuierlich verändert werden kann, sind unter dem Namen Irisblenden bekannt.

Nur die Abschwächung des Lichtes durch Gitter und Sektoren läßt sich rechnerisch verfolgen. Daher beruhen einige Photometer auf diesen Prinzipien.

Das Nicolsche Prisma.

Nach der Undulationstheorie kann man einen Lichtstrahl als ein System von äußerst schnellen Schwingungen ansehen. In Fig. 18 sei der Durchschnitt durch einen Lichtstrahl dargestellt, seine Fortpflanzungsrichtung sei senkrecht zur Ebene der Zeichnung. Der Einfachheit halber soll zunächst nur ein einziges Teilchen als schwingend angesehen werden. Dieses Teilchen bewegt sich in einer Ebene, die senkrecht zur Ebene der Zeichnung steht und deren Schnitt mit der Zeichenebene die Gerade RR_1 bildet. Der Punkt O sei die Mittellage. Die Verschiebung des Punktes von R nach R_1 können wir uns aus zwei Verschiebungen zusammengesetzt denken, die in zwei zueinander senkrechten Achsen liegen. Diese Komponenten seien SS_1 auf der X-Achse und TT_1 auf der Y-Achse. Nun haben wir es in einem Lichtstrahl nicht mit einer einzigen Schwingungsebene RR_1 zu tun, sondern mit unzählig vielen, die alle verschiedene Richtungen einnehmen, so daß sie den Punkt O gleichsam fächerförmig umgeben. Die Strahlen wollen wir uns aus je zwei solcher Komponenten SS_1 und TT_1 zusammengesetzt denken, die alle in der X- bzw. Y-Achse liegen sollen. Dann wollen wir uns alle gleichgerichteten Komponenten, also die auf der X-Achse liegenden Stücke rechts von O, ebenso diejenigen links von O, und gerade so diejenigen auf der Y-Achse, also die über O und schließlich die unter O, addiert denken, was ja bekanntlich durch einfaches Aneinandersetzen der einzelnen Strecken geschieht. Wir er-

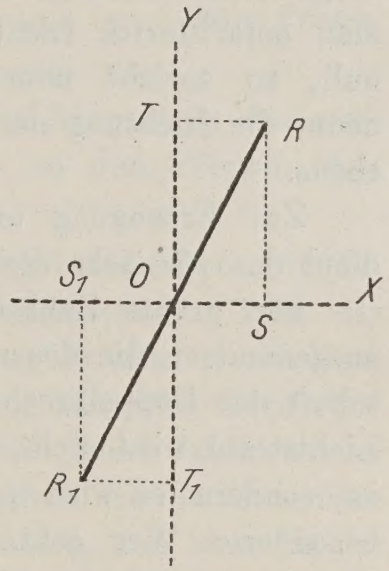

Fig. 18. Durchschnitt durch einen Lichtstrahl.

halten dadurch ein rechtwinkliges Kreuz, dessen Armlängen den Summen der Komponenten nach den beiden Richtungen entsprechen. Darin ist die Summe in der Richtung von OS gleich derjenigen in der Richtung von OS_1, und ebenso sind die den Richtungen OT und OT_1 entsprechenden Arme einander gleich. Dagegen sind die beiden senkrecht aufeinander stehenden Arme SS_1 und TT_1 nur dann gleich lang, wenn die Verteilung der Schwingungsebenen um den Punkt O völlig gleichmäßig ist. Es müssen also um den Punkt O herum nicht nur die Schwingungsebenen gleichmäßig verteilt sein, sondern es ist auch notwendig, daß die Amplituden der Schwingungen, die durch die Länge der Strecken OR und OR_1 ausgedrückt sein sollen, alle gleich groß sind. Sind die beiden Achsen SS_1 und TT_1 gleich lang, so hat man es mit sog. natürlichem Licht zu tun. Solches Licht wird von jeder Lichtquelle ausgesandt. Sind aber die beiden Achsen ungleich lang, so hat man polarisiertes Licht. Ist die Länge der einen Achse gleich null, so spricht man von vollständig polarisiertem Licht und nennt die Richtung der anderen Achse diejenige der Polarisationsebene.

Zur Erzeugung und zum Erkennen von polarisiertem Licht dient das *Nicol*sche Prisma. Seine Einrichtung ist kurz folgende:

Die größte Zahl der in der Natur vorkommenden Kristalle, ausgenommen die des regulären Systems, besitzt die optische Eigenschaft der Doppelbrechung, d. h. ein in den Kristall eindringender Lichtstrahl wird nicht einfach abgelenkt, wie es beim Glas der Fall ist, sondern er wird in zwei Teile zerlegt, von denen jeder seinen besonderen Weg geht. Das Merkwürdige dabei ist, daß für den einen der beiden Strahlen der Brechungsexponent keinen konstanten Wert hat, wie wir es sonst bei optischen Körpern gewöhnt sind, solange es sich um dasselbe Medium handelt, und wie es auch bei dem andern Strahl der Fall ist, sondern daß dieser Exponent von der Richtung abhängt, in der der Strahl den Kristall in bezug auf die Hauptachse durchläuft. Diesen Strahl nennt man daher den extraordinären, während der andere, der das gewöhnliche optische Verhalten zeigt, der ordinäre genannt wird. Beide Strahlen sind total polarisiert, und ihre Polarisationsebenen stehen zueinander senkrecht. Diese Eigentümlichkeit hat *Nicol* dazu benutzt, ein Prisma zu konstruieren, welches nur das polarisierte Licht, das in der einen Ebene schwingt, durchläßt. Er hat dazu den Kunstgriff gewählt, einen isländischen Kalkspat in einer gewissen Richtung

durchzuschneiden und ihn wieder mit einer Schicht von Kanadabalsam zusammen zu kitten. An der Trennungsfläche wird der ordinäre Strahl, der die größte Ablenkung zeigt, total reflektiert, weil er zu schräg auftrifft und der Brechungsexponent von Kanadabalsam geringer als der des Kalkspats ist; er gelangt seitwärts aus dem Prisma heraus. Fig. 19 stellt den Strahlengang dar. In das Prisma $ABCD$ tritt bei F der Lichtstrahl ein und wird dort in den ordinären O und den extraordinären E zerlegt. AD ist die verkittete Schnittfläche, an der der ordinäre Strahl O reflektiert wird, während der extraordinäre E ohne Ablenkung, nur mit geringer seitlicher Verschiebung, das Prisma verläßt.

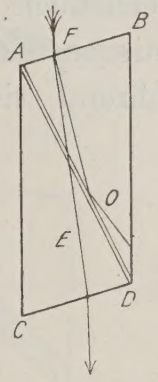

Fig. 19. *Nicol*sches Prisma.

Das *Nicol*sche Prisma ist der vollkommenste aller Polarisatoren, da das Licht in ihm bei seinem Durchgang keine störende Veränderung, wie Ablenkung oder Färbung erfährt. Die Intensität des austretenden Strahls ist allerdings wegen der Abspaltung des ordinären und der unvermeidlichen Reflexionen an den Flächen stets geschwächt.

Ein solches Prisma bestimmt also eine gewisse Ebene, in der das austretende Licht schwingt: die Polarisationsebene. Tritt das polarisierte Licht durch ein zweites *Nicol*sches Prisma, so wird von diesem, wenn seine Ebene die gleiche Richtung hat, alles Licht ohne weiteres hindurchgelassen. Steht seine Ebene jedoch senkrecht zu der des ersten, so wird kein Licht hindurchgehen. In den Zwischenstellungen wird das Licht teilweise durchgelassen, und zwar richtet sich die durchtretende Lichtintensität nach dem Winkel i, den die Polarisationsebenen der Prismen miteinander bilden. Bezeichnet man die Intensität des Lichtes nach Verlassen des ersten Nicols mit A, beim Austritt aus dem zweiten mit B, so hat man das Gesetz von *Malus*:

$$A : B = C \cos^2 i ,$$

worin C eine Konstante bedeutet, die den Lichtverlust durch Reflexion und Absorption bestimmt, aber von der Stellung des zweiten Prismas unabhängig ist.

Es ist einleuchtend, daß man auf Grund dieser Anordnung die Intensitäten zweier Lichtquellen miteinander meßbar vergleichen kann.

Das Rochonsche Prisma (Fig. 20).

Das erste der beiden *Nicol*schen Prismen, den sog. Polarisator, kann man auch durch ein *Rochon*sches Prisma ersetzen. Bei ihm sind zwei rechtwinklige Prismen aus Bergkristall mit gleichen brechenden Winkeln derart geschnitten, daß in dem einen ABC die optische Kristallachse senkrecht auf der Seitenfläche AB steht, während sie in dem anderen BCD mit der brechenden Kante parallel läuft. Beide Prismen sind mit ihren Hypothenusenflächen verkittet. Nach den Gesetzen der Doppelbrechung durchsetzt ein senkrecht auf die Fläche AB auffallender Strahl ef das erste Prisma ungebrochen und wird an der Trennungsfläche in g in zwei Strahlen zerlegt. Der ordentliche Strahl tritt parallel mit ef bei h aus, der außerordentliche dagegen wird nach k abgelenkt und tritt in der Richtung ml aus. Einer von diesen beiden Strahlen läßt sich durch eine Blende abfangen, während sich der andere durch einen Nicol, ähnlich wie in der vorhin beschriebenen Anordnung, meßbar abschwächen läßt. Dieses photometrische Prinzip hat *Pickering* bei seinen Photometern gewählt, während die Anordnung mit zwei *Nicol*schen Prismen von *Zöllner* verwendet wurde.

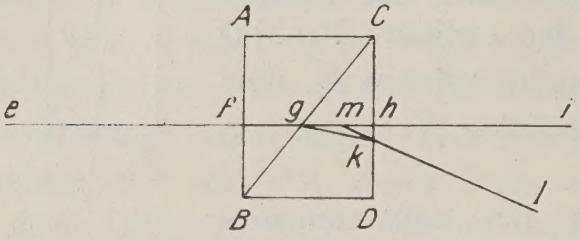

Fig. 20. *Rochon*sches Prisma.

Das Zöllnersche Photometer (Fig. 21).

Bei den meisten Polarisationsphotometern ist in der Hauptsache die Anordnung, die *Zöllner*[1]) zuerst vorgeschlagen hat, beibehalten worden, sie ist in Fig. 21 dargestellt. An das Fernrohr AB, das sich um eine horizontale Achse drehen läßt, ist senkrecht zur Absehenslinie ein Rohr angesetzt, das die drei *Nicol*schen Prismen h, i, k enthält, von denen sich i und k gegen das im Rohre festsitzende h drehen lassen. Die Drehung von i gegen h kann an einem geteilten Kreise M und diejenige von k gegen i am Kreise K abgelesen werden. Durch ein kleines Diaphragma, eine undurchsichtige Scheibe mit einer feinen Öffnung, gelangt das Licht einer Lampe L in das Rohr. Um diese Öffnung, die im Okular des Fern-

[1]) Grundzüge einer allg. Photometrie des Himmels. S. 13ff. (1861).

rohrs als künstlicher Vergleichstern gesehen werden soll, noch kleiner und sternförmiger erscheinen zu lassen, ist bei m eine Verkleinerungslinse eingefügt. Sehen wir zunächst von dem Prisma k ab, so gelangt der Strahl zuerst in den Nicol i, wo sein Licht vollständig polarisiert wird. Sind die Schnitte von h und i parallel, so gelangt

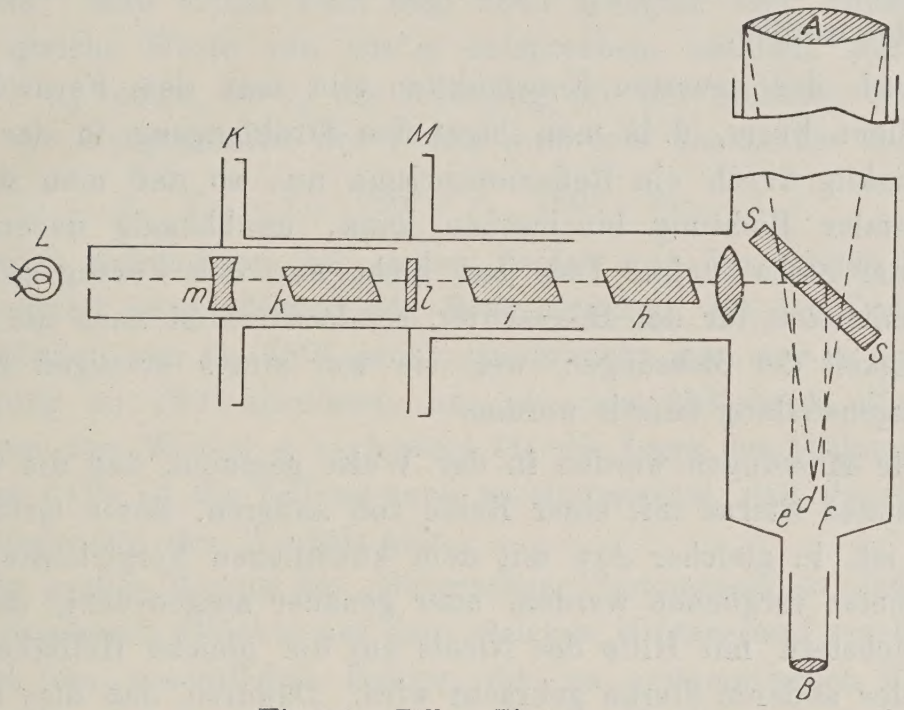

Fig. 21. *Zöllner*-Photometer.

das Licht weiter auf die als Spiegel dienende Glasplatte SS und wird von dort, da der Spiegel unter 45° gegen die Fernrohrachse geneigt ist, in das Okular B teilweise reflektiert. Durch die Glasplatte gelangen aber auch die Strahlen des Sterns, den man messen will, vom Objektiv bei A ins Okular bei B. Man erblickt also in dem Okular den wirklichen Stern d dicht neben dem künstlichen Vergleichstern e. In Wirklichkeit sieht man zwei Vergleichsterne e und f nebeneinander, da sowohl die Vorder-, als auch die Rückseite der Glasplatte reflektieren. Das von der Rückseite stammende Bild ist wegen der Absorption und der Unvollkommenheit der Reflexion etwas schwächer; man kann es beim Messen entweder unbeachtet lassen oder den zu messenden Stern an Helligkeit zwischen die beiden Vergleichsterne einschließen. Die Helligkeit der Vergleichsterne läßt sich regulieren, indem man den Nicol i gegen h dreht; der Betrag der Änderung wird aus der Drehung nach dem oben angeführten Gesetz von *Malus* berechnet. Bei dem ursprünglich von *Zöllner* konstruierten Apparat befindet

sich zwischen i und m noch der Nicol k und zwischen i und k eine Bergkristallplatte l. Diese Vorrichtung hat den Zweck, durch Drehung von k gegen das polarisierende Prisma i dem künstlichen Stern eine Färbung zu geben, die an einem besonderen Kolorimeterkreis K gemessen werden kann. Die Farben entsprechen aber denen der Sterne nur wenig, das Kolorimeter ist daher nur selten angewendet worden.

Nach der neuesten Konstruktion gibt man dem Fernrohr die gebrochene Form, d. h. man biegt den Strahlengang in der Mitte rechtwinklig durch ein Reflexionsprisma um, so daß man stets in horizontaler Richtung hineinsehen kann, unabhängig davon, wie hoch der Stern steht. Dies hat nicht nur den Vorzug größerer Bequemlichkeit für den Beobachter, sondern erhöht auch die innere Genauigkeit der Messungen, weil sie von einem etwaigen Einfluß der Augenstellung befreit werden.

Die Messungen werden in der Weise gemacht, daß die zu bestimmenden Sterne mit einer Reihe von anderen, deren Größe bekannt ist, in gleicher Art mit dem künstlichen Vergleichstern im Photometer verglichen werden, oder genauer ausgedrückt, daß der Vergleichstern mit Hilfe des Nicols auf die gleiche Helligkeit wie jeder der anderen Sterne gebracht wird. Dadurch, daß dies in vier verschiedenen Stellungen des Prismas möglich ist, da das Quadrat des Cosinus auf dem Umkreis von 360° viermal den gleichen Wert erhalten kann, werden nicht nur die Einflüsse des Indexfehlers und der Exzentrizität des Intensitätskreises, sondern auch noch die gewisser subjektiver Fehler zum Verschwinden gebracht. Um die Verschiedenheit der Netzhautempfindlichkeit unschädlich zu machen, stellt man den natürlichen Stern beim Messen abwechselnd rechts, links, oberhalb und unterhalb vom künstlichen Stern.

Die Ermittlung der Helligkeitsdifferenz gestaltet sich dann folgendermaßen:

Seien A und B die Intensitäten der beiden Sterne a und b, C diejenige des künstlichen Photometersterns, und φ mit den entsprechenden Indizes die Winkel gegen die Nullstellung des Nicols, um die gedreht werden muß, um gleiche Helligkeit zu erreichen, so hat man nach dem *Malus*schen Gesetz:

$$A : B = C\cos^2\varphi_a : C\cos^2\varphi_b = \varrho^{-(m_a - m_b)},$$

worin m die Helligkeit der beiden Sterne in Größenklassen be-

deutet. Man erhält also die Größendifferenz zweier Sterne:

$$m_a - m_b = -\frac{1}{0.4}(\log\cos^2\varphi_a - \log\cos^2\varphi_b). \qquad (20)$$

Es handelt sich nur noch darum, die Nullstellung des Prismas, d. h. die Stellung, bei der die Nicols parallel gerichtet stehen, zu ermitteln. Man erhält nach dem oben gesagten vier Ablesungen, denen gleiche Werte von $\cos^2\varphi$ entsprechen, nämlich, wenn wir $\varphi = \gamma - \gamma_0$ setzen, wo γ_0 die Ablesung bei der Stellung bedeutet, in der die Hauptschnitte der Nicols senkrecht zueinander stehen,

$$\gamma,\quad 2\gamma_0 - \gamma,\quad 180^0 + \gamma,\quad 180^0 + 2\gamma_0 - \gamma.$$

Durch Subtraktion der ersten beiden und der letzten beiden Werte erhält man jedesmal den Wert von 2φ. Ist der Kreis nach beiden Seiten von 0—180° geteilt, so braucht man nur φ oder die Ergänzung zu 180° abzulesen, um aus dem Mittelwert aller vier Lesungen den Winkel φ verbessert für die Lage des Nullpunkts zu erhalten. Oft ist die Teilung auch so eingerichtet, daß sie sogleich das Supplement des Winkels gibt.

Ein großer Vorzug des *Zöllner*schen Photometers ist, daß beide zu vergleichende Objekte auf dem gleichen Hintergrund erscheinen, wodurch ein wesentlicher Faktor, der zu systematischen Fehlern Anlaß geben könnte, eliminiert ist. Gegen die Schätzungsmethoden ist der Vorteil ebenfalls ganz bedeutend, vor allem, weil es beim Photometer nicht Differenzen abzuschätzen, sondern nur Gleichheit herzustellen gilt. Ferner läßt sich ein viel größeres Helligkeitsintervall überbrücken, es darf eigentlich zwischen den zu vergleichenden Sternen jede beliebige Größendifferenz bestehen und es stände nichts im Wege, unmittelbar Sterne 1^m mit solchen 9^m zu vergleichen. Es hat sich jedoch in der Praxis gezeigt, daß es nicht ratsam ist, den Messungsbereich auf ein Intervall von mehr als drei Größenklassen auszudehnen. Das verschiedene Aussehen der wirklichen und der künstlichen Sterne steckt in dieser Beziehung gewisse Grenzen. Am größten scheint die Gefahr bei sehr hellen Sternen zu sein, weil dann der Unterschied zwischen dem scharf begrenzten, etwas matten Scheibchen des künstlichen Sterns und dem strahlenförmigen, unruhigen Bilde des wirklichen die Beurteilung der Gleichheit am meisten erschwert. Auch nach der Richtung der schwächeren Sterne gibt es eine Grenze, die man mit Vorteil inne hält. Für jedes Instrument besteht daher ein bestimmtes Helligkeitsintervall, auf welches die Messungen beschränkt bleiben sollten,

wenn es auf die Erreichung der äußersten Genauigkeit und die Vermeidung von systematischen Fehlern ankommt. Nach der Ansicht von *Müller* und *Kempf*[1]) in Potsdam, die wohl infolge ihrer langjährigen Beobachtungsreihen die meisten Erfahrungen mit dem *Zöllner*schen Photometer besitzen, dürfte für Messungen von Sternen $2-4^m$ ein Objektiv von $30-40^{mm}$ Öffnung, für solche $4-6^m$ ein Objektiv von $60-70^{mm}$, für Sterne $6-8^m$ ein solches von $130-140^{mm}$ am geeignetsten sein.

Aber selbst wenn der künstliche Stern dem natürlichen im Aussehen stets gliche, wäre es aus einem anderen Grunde nicht ratsam, den Meßbereich allzusehr auszudehnen. In der Nähe der Parallelstellung der beiden Polarisationsebenen, die durch die Nicols bestimmt werden, entspricht einer großen Drehung eine geringe Helligkeitsänderung, so daß die Kreisablesung selbst auf ganze Grade im Verhältnis zu unserem Beurteilungsvermögen für Helligkeitsunterschiede eine übertriebene Genauigkeit darstellt. Andererseits ist wieder in der Nähe des Kreuzungspunktes der Polarisationsebenen die Helligkeitsänderung des künstlichen Sterns so stark, daß die Einstellungs- und Ablesungsgenauigkeit nicht ausreicht. Es ist deshalb vorteilhaft, den Intensitätskreis nur innerhalb eines beschränkten Intervalls von etwa $50-85^0$ zu benutzen.

Um sich die Berechnung der Größendifferenzen möglichst einfach zu machen, ist es vorteilhaft, Tafeln anzulegen. Dies geschieht am besten so, daß man alle Messungen und die entsprechenden Helligkeiten als Differenzen gegen die Größe darstellt, die der künstliche Stern bei einer gewissen Stellung des Prismas, etwa 85^0, hat. Wir haben dann für einen Stern a in Formel (20), wenn wir für φ_b diese Ausgangsstellung bei der Ablesung 85^0 wählen:

$$\begin{aligned} m_a - m_b &= 5\,(\log\cos\varphi_a - \log\cos 85^0) \\ &= 5\,[\log\cos\varphi_a - (8.9403-10)] \\ &= \Phi(a). \end{aligned}$$

Für einen anderen Stern c erhalten wir genau ebenso

$$m_c - m_b = \Phi(c)$$

und aus der Differenz beider Gleichungen

$$m_a - m_c = \Phi(a) - \Phi(c).$$

Hat man sich also eine Tafel der Φ-Funktionen berechnet, so kann man leicht damit aus den Winkelablesungen am Photometer

[1]) Publ. d. APO. Potsdam, Bd. 9, S. 14 (1894).

die Differenz in Größenklassen bilden. Eine solche Tafel ist von *P. Guthnick*[1]) entworfen, nur ist sie für eine Teilung des Kreises bestimmt, bei der der Nullpunkt an der Stelle liegt, wo die Intensität null ist und die Intensitäten zunehmen, wenn die Kreisablesungen wachsen. Bei dieser Anordnung, die vielfach angewandt ist, muß in den obigen Formeln der Komplementwinkel oder *sin* anstatt *cos* eingesetzt werden.

Die Photometer von Pickering.

Pickering[2]) hat eine ganze Reihe von Photometern konstruiert, bei denen er den Fehler, der in die Messungen durch eine Intensitätsveränderung der künstlichen Lichtquelle (die bei einiger Vorsicht völlig vermieden wird, wie die Praxis gezeigt hat) und den Unterschied im Aussehen der Vergleichsobjekte eingehen kann, dadurch beseitigt, daß er die Sterne unmittelbar miteinander vergleicht. Das Prinzip des Haupttypus seiner Photometer ist folgendes:

Der Lichtstrahl, der vom Okjektiv kommt, passiert, bevor er zum Okular gelangt, ein *Rochon*sches Prisma, so daß aus dem Bilde eines Sterns ein Doppelbild entsteht. Zwischen diesem und dem Auge ist ein *Nicol*sches Prisma angebracht, das mit dem Okular zugleich um die Achse des Fernrohrs gedreht werden kann. Diese Drehung läßt sich an einem Kreis ablesen. Betrachtet man mit diesem Instrument zwei Sterne, die gleichzeitig im Gesichtsfeld stehen, so wird durch das *Rochon*prisma von jedem von ihnen ein Doppelbild erzeugt. Jedes dieser Bilder setzt sich aus polarisiertem Licht zusammen und durch Drehung des Nikols wird das eine Bild heller, wenn das andere schwächer wird. Nun ist die Anordnung so getroffen, daß nur das ordinäre Bild des einen Sterns und das extraordinäre des anderen im Gesichtsfeld sind. Dann läßt sich durch die Drehung des *Nicol*schen Prismas erreichen, daß das Bild des einen Sterns heller wird, während gleichzeitig das des anderen sich abschwächt. Auf diese Weise kann man auch beide Bilder auf gleiche Helligkeit bringen.

Die Berechnung der Größenunterschiede gestaltet sich sehr einfach wie folgt: Seien A und B wieder die Intensitäten der beiden Sterne a und b, so hat man bei der Drehung um den Winkel φ aus der Nullage die Helligkeit des einen: $A\cos^2\varphi$, die des zweiten

---

[1]) Beob. Erg. d. Stw. Berlin, Nr. 14, S. 64 (1910).

[2]) *HA.* **11**, S. 1ff. (1879). (Dort finden sich verschiedene Formen.)

gleich $B \sin^2 \varphi$, weil die Polarisationsebene für das zweite Bild senkrecht zu der des ersten Bildes ist, eine Folge der Doppelbrechung in dem Quarzprisma.

Wenn nun so lange gedreht wird, bis die Helligkeit beider Bilder gleich ist, so hat man also

$$A \cos^2 \varphi = B \sin^2 \varphi ,$$

wo φ der Winkel ist, bei dem gleiche Helligkeit eintritt.

Daraus:

$$A/B = \operatorname{tg}^2 \varphi ,$$

woraus sich wieder in einfacher Weise die Größendifferenz $m_a - m_b$ ergibt:

$$m_a - m_b = \frac{1}{0.4} \log \operatorname{tang}^2 \varphi . \qquad (21)$$

Da es vier Stellungen des *Nicol*schen Prismas gibt, in denen Gleichheit der Bildhelligkeit eintritt, so kann man in gleicher Art, wie beim *Zöllner*schen Photometer den Nullpunkt der Prismenstellung eliminieren.

Das Instrument läßt sich an jedes Fernrohr anmontieren, hat aber den Nachteil, daß, wenn die Distanz der beiden zu vergleichenden Objekte groß ist, die Strahlenbüschel die Prismen schief durchlaufen, was zu sehr unangenehmen optischen Erscheinungen führt.

Die Meridianphotometer, die für die Beobachtung der Helligkeitskataloge der Harvardsternwarte gedient haben[1]), beruhen auf dem gleichen Prinzip, wie das vorhin beschriebene. Nur ist ihnen eine andere Anordnung gegeben worden, weil die Sterne zonenweise damit beobachtet wurden und ein Polstern als Vergleichstern dienen sollte. Da die zu vergleichenden Objekte großen Winkelabstand hatten, bestand der Apparat aus zwei Fernrohren, die in der Westostrichtung gelagert waren, und deren Strahlengang sich erst im Okular vereinigte. Vor jedem Objektiv war als Spiegel ein totalreflektierendes Prisma angebracht. Das eine Prisma warf das Licht des Polsterns in das erste Objektiv, das andere das Licht des Sterns, dessen Helligkeit bestimmt werden sollte, und der sich nahezu im Meridian befinden mußte, in das zweite Fernrohr. Die Stellung beider Reflexionsprismen ließ sich dementsprechend ändern. In der Nähe des Okulars, wo sich die Strahlengänge genügend nahe

[1]) *HA.* **14**, S. 1ff. (1884).

waren, passierte das Licht zunächst den Rochon und darauf den Nicol, durch dessen Drehung die Gleichheit in der Helligkeit genau in der gleichen Weise hergestellt wurde, wie bei dem vorhin beschriebenen Photometer von *Pickering*.

Auch diese Photometer haben den Vorteil, daß beide Sterne, der verglichene wie der Vergleichstern, auf demselben Grunde erscheinen, da sich beide Hintergründe, auf denen sie in Wirklichkeit stehen, im Okular miteinander vermischen. Daß als Vergleichstern kein künstlicher, sondern ein natürlicher Stern dient, muß als Vorzug vor dem *Zöllner*schen Photometer erscheinen. Allerdings muß man sich auf die Konstanz dieses Sterns, die auch von der Durchsichtigkeit der Luft in der Nähe des Pols abhängt, verlassen können.

Das Keilphotometer.

Das zweite photometrische Prinzip, das in die Praxis Eingang gefunden hat, ist der Keil aus geschwärztem Glas, der in den Strahlengang eingeschoben werden kann. Gewöhnlich enthält ein Keilphotometer zwei Keile, die so aufeinander liegen, daß der ganze Körper eine planparallele Platte bildet, damit keine Lichtablenkung stattfindet. Der eine dieser Keile ist aus Rauchglas hergestellt, welches die Eigenschaft haben muß, die Lichtstrahlen aller Wellenlängen gleichmäßig zu absorbieren. Mit diesem Glaskörper ist eine Skala fest verbunden, an der man ablesen kann, welche Stelle des Keils von dem Strahl durchsetzt wird. Hieraus ergibt sich die Dicke der absorbierenden Schicht und somit die Größe der Absorption.

In seiner einfachsten Form besteht das Keilphotometer aus einem flachen Metallkasten, in dem sich der Keil mittels Zahnstange und Trieb durch Drehen an einer Scheibe von außen in seiner Längsrichtung verschieben läßt. Der Kasten ist an zwei genau gegenüberstehenden Stellen durch kreisrunde Löcher offen gelassen. Die Ränder dieser Öffnungen tragen Gewinde, damit das Instrument an der einen Seite an das Okularende eines Fernrohrs angesetzt werden kann, während auf der gegenüberliegenden Seite das Beobachtungsokular aufgeschraubt wird. Der vom Fernrohrobjektiv kommende Strahlenkegel durchsetzt also den Kasten, und das Licht kann durch den Keil, der in die Öffnung vorgeschoben wird und dann den Strahlenkegel senkrecht durchschneidet, mehr oder weniger abgedunkelt werden. Die Stellung des Keils läßt sich an einem Maßstab ablesen.

Bei den älteren Keilphotometern hat man zur Bestimmung des Helligkeitsunterschiedes jeden Stern durch Vorschieben des Keils ausgelöscht und aus der Ablesung der Skala die Lichtmenge ermitteln können, die absorbiert wurde. Da jedoch der Moment des Verschwindens stark abhängig ist von dem Hintergrund, auf dem der Stern steht, und von der Adaption des Auges an die Dunkelheit, so hat man in neuerer Zeit eine Anordnung gewählt, die derjenigen des *Zöllner*schen Photometers sehr ähnlich ist, nur daß bei ihr zur Abschwächung des Lichts kein Polarisationsprisma, sondern der Keil dient.

Die Berechnung der Größenunterschiede aus der Verschiebung des Keils geschieht wie folgt:

In Fig. 22 stelle $MNOP$ den Durchschnitt durch den Doppelkeil dar, MNP sei der dunkle Keil mit dem Absorptionskoeffizienten k, MPO der helle mit dem Koeffizienten c. Das Licht zweier Sterne mit den Intensitäten A und B möge, wenn sie nacheinander im Photometer auf gleiche Helligkeit gebracht werden, den Keil an den beiden Stellen E bzw. F durchdringen, deren Distanz s durch die Differenz der Skalenablesungen festgestellt wird. $MN = 1$ sei die Länge des Keils, $NP = d$ seine Dicke. Die Bedeutung der Strecken a, b, e und f ergibt sich aus der Figur ohne weiteres.

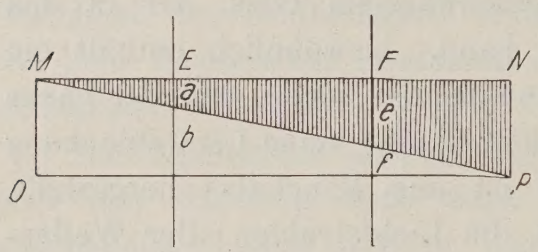

Fig. 22. Photometerkeil.

Bezeichnet man mit A' und B' die Lichtintensitäten von A und B nach dem Verlassen des Keils, so hat man zwischen den Intensitäten die Beziehungen:

$$A' = A\,k^a\,c^b \quad \text{und} \quad B' = B\,k^e\,c^f,$$

oder:

$$\log A' = \log A + a\log k + b\log c = \log A + a(\log k - \log c) + d\log c,$$

da

$$b = d - a$$

ist.

Also:

$$\log A' - \log A = a(\log k - \log c) + d\log c$$

und entsprechend für B:

$$\log B' - \log B = e(\log k - \log c) + d\log c,$$

wenn man in der letzten Gleichung $f = d - e$ setzt.

Da nun bei den Messungen A' und B' gleich gemacht worden sind, so folgt durch Subtraktion:

$$\log A - \log B = -(a - e)(\log k - \log c).$$

Setzt man jetzt:

$$a - e = (ME - MF)\,NP/NM = s\,d/l,$$

so erhält man als Differenz der Helligkeitslogarithmen:

$$\log A - \log B = -(\log k - \log c) \cdot s\,d/l\,.$$

Wird dies in Größenklassen ausgedrückt und nachher der konstante Faktor mit dem Buchstaben K bezeichnet, so erhält man:

$$m_a - m_b = \frac{1}{0.4}(\log k - \log c)\,ds/l = K \cdot s. \qquad (22)$$

Der Größenunterschied zweier Sterne ergibt sich also durch Multiplikation der Verschiebung s des Keils mit K, der sog. Keilkonstante.

Vor der Benutzung eines Keilphotometers ist immer eine genaue Prüfung des Keils notwendig, die sich aus der Kalibrierung, der Untersuchung des Absorptionsvermögens für verschiedene Farben und der Bestimmung der Keilkonstante zusammensetzt. Diese Untersuchungen wird man sowohl an künstlichen Lichtquellen, als auch an Sternen ausführen. Im Laboratorium ist als Beobachtungsobjekt der künstliche Stern des *Zöllner*schen Photometers vorzüglich geeignet, da sich seine Helligkeit durch Drehen der *Nicol*schen Prismen sicher meßbar ändern läßt, und man ihm mit der Kolorimetervorrichtung jede Färbung erteilen kann. Auch Gitterblenden mit bekanntem Abblendungsfaktor sind sehr brauchbar, weil man damit bequem die Keilkonstante für verschiedene Stellen des Keils erhält. Am Himmel stehen in einigen Sternhaufen, z. B. den Plejaden, der Praesepe und der Coma Berenices genügend Objekte von bekannter Helligkeit zur Verfügung. Für die Messungen selbst sollte man sich zum Prinzip machen, den Keil nur an solchen Stellen zu benutzen, die genau geprüft sind. Nur wenn er in bezug auf die Absorption in verschiedenen Wellenlängengebieten als gleichförmig erkannt ist, wird man ihn auch zur Messung verschieden gefärbter Sterne benutzen dürfen. Für die Überbrückung größerer Helligkeitsintervalle (mehr als 3^m) sind die Resultate der Kalibrierung maßgebend.

Vergleichung und Verbesserungen der Haupttypen.

Die besten visuell-photometrischen Messungen sind bisher mit dem *Zöllner*schen Photometer erreicht worden. Dies beweist die hohe Genauigkeit der PD. Bei richtiger Wahl der Größe des Fernrohrs läßt sich der künstliche Vergleichstern den zu bestimmenden Objekten im Aussehen stets genügend ähnlich machen.

Die Meridianphotometer haben den Nachteil, daß man stets mit zwei verschiedenen Objektiven beobachtet und u. U. in ganz verschiedenen Gegenden am Himmel, d. h. unter verschiedenen Luftverhältnissen, Sterne miteinander vergleicht. Die Doppelbrechung des Lichts für jeden Strahlengang bringt nicht nur einen Lichtverlust, sondern auch eine Verschlechterung der Bilder mit sich. Im *Zöllner*schen Photometer spielt der Lichtverlust gar keine Rolle, da er nur den künstlichen Stern betrifft. Eine Bildverschlechterung ist bei ihm weniger zu befürchten, da die Strahlen die Prismen als parallele Bündel durchsetzen.

Beim Auslöschphotometer wirken hauptsächlich die selektive Absorption des Keils und die Ermüdung des Auges auf die Resultate der Beobachtungen nachteilig.

Ein allgemein beobachteter Übelstand, der den Instrumenten anhaftet, bei denen ein künstlicher Stern als Bindeglied in der Vergleichung zweier Objekte am Himmel auftritt, ist das anders geartete Aussehen dieses künstlichen Sterns, das um so stärker hervortritt, je heller die zu messenden Objekte sind. Namentlich beim *Zöllner*schen Photometer hat sich gezeigt, daß bei der Überbrückung einer großen Helligkeitsdifferenz systematische Fehler auftreten, die diese Differenz zu klein ergeben. Man sollte überhaupt bei den feinsten Messungen alle Objekte auf eine bestimmte — geringe — Normalhelligkeit abblenden. Dadurch würde auch der Einfluß des *Purkinje*phänomens stark heruntergedrückt.

Man hat deshalb Konstruktionen ersonnen, die diesen Übelstand beseitigen sollen. Eine Anordnung von *G. Müller*[1]) besteht darin, daß man in den Strahlenkegel des natürlichen Sterns kurz bevor das Licht die um 45° geneigte spiegelnde Glasplatte erreicht, einen Meßkeil einschaltet, wie er im Keilphotometer benutzt wird, der das Licht des natürlichen Sterns meßbar abzuschwächen gestattet und auch aus dem Strahlengang ohne weiteres herausgeschoben

---

[1]) *A N* **154**, 381 (1901).

werden kann, wenn er nicht zur Anwendung gelangen soll. Beim Messen wird der Stern möglichst stark abgeschwächt, so daß er dem künstlichen Stern im Aussehen sehr nahe kommt. Die Eichung des Keils geschieht am besten mit dem Polarisationsphotometer, indem man durch Drehung des Photometerkreises und durch Verschiebung des Keils beide Objekte stets auf gleicher Helligkeit hält.

Bei dem von *H. Rosenberg* ersonnenen Photometer[1]) wird dem Übelstand der Auffassungsverschiedenheit dadurch abgeholfen, daß immer der natürliche Stern durch einen Keil auf die Helligkeit eines konstanten künstlichen Sterns gebracht wird, also alle Sterne bei der gleichen Helligkeit gemessen werden.

Außerdem hat man zur Erzeugung des künstlichen Sterns statt des Diaphragmas eine kleine hochglänzende Kugel benutzt, die das Licht einer kleinen elektrischen Glühlampe reflektiert und ein fast punktförmiges Bild erzeugt, das demjenigen der natürlichen Sterne ziemlich ähnlich ist.

Zuletzt soll noch ein Instrument erwähnt werden, das von *J. Hartmann*[2]) beschrieben ist und mit dem Namen „Universalphotometer" bezeichnet werden kann, da es für alle möglichen Zwecke verwendbar ist. Dieses Instrument wird an Stelle des Okulars ans Fernrohr geschraubt und hat eine gewisse Ähnlichkeit mit einem kleinen *Zöllner*schen Photometer. Als Vergleichslichtquelle dient eine elektrische Glühlampe, deren Licht durch die Abschwächungsvorrichtung hindurch auf einen gegen die optische Achse des Refraktors um 45^0 geneigten Glasspiegel und von dort ins Auge des Beobachters gelangt. Um Flächenhelligkeiten zu bestimmen, ist dieser planparallele Spiegel einseitig versilbert. Im Belag ist eine Reihe von verschieden großen Öffnungen ausgespart, die durch Verschieben der Platte in die optische Achse gestellt werden können. Der Beobachter bringt das zu messende Objekt in eine dieser Öffnungen von passender Größe und stellt dann die Abschwächung des Lampenlichtes so ein, daß das Objekt mit der ganzen von der Lampe gleichmäßig erleuchteten Spiegelfläche gleich hell erscheint. Durch einfaches Vertauschen einer Linse und Vorschieben einer Blende wird das Instrument in ein Punktphotometer verwandelt. Zu diesem Zweck hat die Glasplatte eine ganz unbelegte Stelle.

---

[1]) *AN* **172**, 241 (1906).

[2]) *AN* **185**, 236 (1910).

Auch läßt sich statt der Platte ein *Lummer-Brodhun*scher Würfel[1]) einführen. [Die Beschreibung dieses Würfels findet sich bei der Erklärung des Mikrophotometers von *J. Hartmann* (S. 121).] Die Abschwächungsvorrichtung bildet zum Unterschied vom *Zöllner*schen Photometer ein Keil mit Registriervorrichtung, um größere Helligkeitsdifferenzen überbrücken zu können. Der Meßbereich läßt sich außerdem durch Einführung genau untersuchter Blendgläser noch erweitern.

Ähnliche Photometer sind von amerikanischen Astronomen, u. a. von *J. Parkhurst*[2]) und auch von *K. Graff*[3]) konstruiert und benutzt worden.

In neuester Zeit ist von *H. Schering*[4]) ein Photometer konstruiert worden, das auf dem *Zöllner*schen Prinzip beruht, bei dem aber das Licht des Sterns auf eine runde Fläche ausgebreitet wird. Dies wird dadurch erreicht, daß von der Objektivlinse des Fernrohrs ein Bild in der Pupille des Auges entworfen wird, so daß auf der Netzhaut ein größerer Lichtfleck entsteht, wodurch die ganze Linsenöffnung gleichmäßig hell ausgeleuchtet erscheint. In derselben Weise wird auch das Licht des künstlichen Sterns ausgebreitet. Durch einen *Lummer-Brodhun*würfel wird bewirkt, daß die vom künstlichen Stern erhellte Fläche die des zu vergleichenden Sterns eng umschließt. Die Meßgenauigkeit soll sehr hoch ($0^m.01$—$0^m.02$) sein.

Siebentes Kapitel.

Die photographischen Helligkeitsbestimmungen.

Die Durchmessermethode.

Nach der Einführung der Photographie in die Astronomie machte sich bald das Verlangen geltend, nicht nur über das Aussehen und die Positionen der Gestirne von der photographischen Platte etwas zu erfahren, sondern auch mit ihrer Hilfe die Größen der Sterne bestimmen zu können. Dies schien auch sehr leicht möglich. Beim ersten Anblick einer photographischen Sternaufnahme

---

[1]) Z. f. Instrk. 9, 42 (1889).

[2]) Researches in Stellar Photometry. S. a. *ApJ* 13, 249 (1901).

[3]) Z. f. Instrk. 35, 1 (1915).

[4]) Z. f. techn. Phys. 1, 247 (1920) und Phys. Z. 22, 71 (1921).

erkennt man sogleich, daß je heller die Sterne sind, desto größer die Durchmesser der Sternscheibchen auf der Platte erscheinen. Auch bei der Verlängerung der Expositionsdauer nehmen die Durchmesser zu.

Wenn wir das Gesetz des Zusammenhangs zwischen Lichtstärke und Scheibendurchmesser kennten, so wäre die Aufgabe, aus den Durchmessern die Helligkeit der Sterne zu berechnen, gelöst. Diese Art der Helligkeitsbestimmung hätte den großen Vorzug vor denjenigen, bei denen Intensitäten verglichen werden, daß sie von der Grenze der Meßgenauigkeit, die das *Fechner*sche Gesetz vorschreibt, nicht beeinflußt wird. Da man außerdem diese Methode auch auf die schwächsten Sterne ausdehnen kann, so wäre damit für die astronomische Forschung ein ungeheurer Vorteil verbunden. Es hat deshalb schon von Anfang an nicht an Versuchen gefehlt, den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Scheibendurchmesser und Intensität aufzuspüren.

Nun ist die Schwierigkeit dieser Aufgabe gewiß nicht gering, da man dabei eine große Anzahl von Faktoren in Betracht ziehen muß. Zunächst sind diese im Instrument begründet: Objektivdurchmesser, Brennweite, Durchlässigkeit für ultraviolette Strahlen, Objektivtypus, Fokusierung. Dann spielt der photographische Prozeß eine große Rolle: Empfindlichkeit und Vorbelichtung, Entwicklung, Verschleierung der Platte. Schließlich ändern sich noch die Bedingungen bei der Exposition: die Expositionsdauer, die Luftunruhe, die Durchsichtigkeit der Luft und die Intensität der Sterne.

Die instrumentellen Bedingungen lassen sich immer gleich gestalten, beim photographischen Prozeß ist die Gleichheit schon schwieriger einzuhalten. Namentlich ändert sich die Empfindlichkeit der Schicht von Fall zu Fall, oft genug auch von Ort zu Ort auf der Platte. Sehen wir von all diesen Schwierigkeiten ab, auch von denen, die durch die Unruhe der Luft und ihre Durchsichtigkeit hervorgebracht werden, indem wir durchschnittlich normale Aufnahmen unseren Untersuchungen zugrunde legen, so bleibt als Aufgabe übrig, eine Beziehung zwischen der Intensität I oder der Größe m, der Expositionszeit t und dem Scheibendurchmesser D aufzufinden. Dies ist bis jetzt noch nicht gelungen.

Zwar sind eine Menge von Formeln aufgestellt worden, die die Beziehungen zwischen Durchmesser des Scheibchens, Helligkeit des Sterns und auch der Expositionszeit angeben sollen. Eine Formel

von *E. C. Pickering*[1]) berücksichtigt auch noch den Einfluß des Objektivs. Aber alle diese Formeln haben nur einen beschränkten Gültigkeitsbereich und entbehren jeder physikalischen Erklärung. Sie können daher nur innerhalb eines bestimmten Helligkeitsintervalls als Interpolationsformeln dienen. Häufig kommt es vor, daß die Durchmesser der helleren Sterne auf ein und derselben Platte durch eine andere Formel dargestellt werden als die der schwächeren.

Der Vorgang der Bildung von Sternscheibchen auf der photographischen Platte vollzieht sich etwa folgendermaßen:

Die Sterne erscheinen zuerst als matte, graue Scheibchen, in deren Mitte sich nach einiger Zeit ein völlig geschwärzter, also ausexponierter, meist scharfer punktförmiger Kern bildet. Dieser Kern nimmt mit der Zeit an Größe zu und sein mehr oder weniger scharfer Rand gilt bei den Durchmesserbestimmungen meistens als Begrenzung des Sternscheibchens. Man könnte nun geneigt sein zu glauben, daß das, was man bei Scheiben verschiedener Größe als Rand auffaßt, immer die gleiche Schwärzung besäße. Dies ist aber nicht streng der Fall, sondern man nimmt als Rand gewöhnlich die Stelle an, bei der sich der Abfall der Schwärzung am schroffsten vollzieht. Daher ist es nicht angängig, die Intensität des in der Mitte des Scheibchens wirksamen Lichtes als Funktion des Radius, oder auch umgekehrt, den Radius des Scheibchens als bestimmte Funktion des in der Mitte wirksamen Lichtes darzustellen. Es gibt allerdings auch Objektive, die die Sternscheibchen bei gehöriger Entwicklung mit fast scharfen Rändern zeichnen, so daß Unterschiede in der Auffassung nur sehr gering sein dürften.

Über die Ursache der Ausbreitung der Sternscheibchen ist man sich bis jetzt noch nicht im klaren. Die Untersuchungen darüber haben gezeigt, daß Fehler des Objektivs, wie mangelhafte Achromasie, sphärische Aberration, sowie auch die Beugungsringe kaum dafür in Frage kommen. Ebensowenig kann die sog. chemische Irradiation, die Ausbreitung der Lichtwirkung in der Schicht der Platte, zur Erklärung herangezogen werden.

Erst in neuester Zeit hat *H. Rosenberg*[2]) einen Grund angegeben, der einen großen Grad von Wahrscheinlichkeit für sich hat. Er glaubt, daß die Atmosphäre in gewissem Sinne als trübes Medium wirke, und um jeden Stern in seiner unmittelbaren Nachbarschaft

---

[1]) Mem. Amer. Acad. **11**, 179 (1886).

[2]) Sirius **53**, 26 (1920).

einen Lichthof mit abnehmender Helligkeit nach außen erzeuge. Dieser liefere den Hauptbestandteil der zur Verbreiterung des Sternscheibchens erforderlichen Lichtmenge. Im Einklang damit steht die Tatsache, daß bei lichtstarken Objektiven das Anwachsen der Scheibchen mit der Intensität der Sterne relativ, d. h. wenn man die Dimensionen in Bogenmaß ausdrückt, am schnellsten stattfindet.

Die Ermittelung der Helligkeit nach der Durchmessermethode kann also vorläufig nur als Interpolationsaufgabe angesehen werden. Die Ausmessung der Platten geschieht in der Weise, daß man mit einem nicht allzu stark vergrößernden Mikroskop mit Okularfadenmikrometer die Durchmesser der Sternscheiben am besten in zwei aufeinander senkrechten Richtungen bestimmt. Die Umwandlung in Größenklassen gelingt am einfachsten auf graphischem Wege: Trägt man auf Koordinatenpapier in der einen Richtung die Durchmesser, in der darauf senkrechten die Größe der Sterne ein, deren Helligkeit bekannt ist, so läßt sich durch die so gefundene Schar von Punkten eine Kurve, die Durchmesserkurve, legen, aus der man für die unbekannten Sterne die Größen mittels der Durchmesser entnimmt. Der rechnerische Weg ist umständlicher, ohne eine wesentlich größere Genauigkeit zu geben. Man wird ihn nur einschlagen, wenn man schon vorher über die Gestalt der Kurve, d. h. über die Form der Gleichung, durch welche die Durchmesserkurve dargestellt wird, orientiert ist, so daß man nur ihre Parameter zu ermitteln braucht. So verfährt man z. B. bei den Aufnahmen der internationalen photographischen Himmelskarte. Bei den Veröffentlichungen der Messungen einiger Sternwarten findet man nicht die Größenklassen, sondern die Durchmesser der Sternscheibchen angegeben, die man dann nach der Formel mit den dazugehörigen Konstanten, die für jede Platte besonders ermittelt sind, in Größenklassen umwandeln muß. Auch die Auffindung und die Größenschätzung veränderlicher Sterne mit dem Stereokomparator beruhen auf dem Durchmesserprinzip.

Hat man einen veränderlichen Stern photographisch verfolgt, so ist es am bequemsten, für ihn auf einigen Platten die Vergleichsterne in seiner Nähe so auszuwählen, daß sie das Helligkeitsintervall, das der Veränderliche durchläuft, umschließen, und die Größendifferenzen zwischen den in Helligkeit aufeinander folgenden Sternen nach Möglichkeit kleiner als $0^m.1$—$0^m.2$ bleiben. Man bestimmt dann die Helligkeit des Veränderlichen, indem man ihn zwischen den

beiden Sternen einschätzt oder einmißt, die ihm an Größe am nächsten stehen.

Wenn der Veränderliche, wie es oft vorkommt, rötlich ist, so hat man dadurch Schwierigkeiten, daß seine Scheibe weniger scharf begrenzt ist, als die der weniger getönten Vergleichsterne. Diesem Übelstand kann man nur dadurch begegnen, daß man sich in bezug auf die Ränder solcher Sterne eine möglichst konstante Auffassung aneignet. Auch kann man durch harte Entwicklung der Platten die Ränder etwas schärfer gestalten.

Die Durchmessermethode hat vor der im folgenden beschriebenen Schwärzungsmethode den Vorteil, daß man sie bei jeder guten Sternaufnahme anwenden und die Bestimmung bis auf die schwächsten Sterne, bei denen noch ein vollständig geschwärzter Kern vorhanden ist, ausdehnen kann. Sie hat aber den Nachteil, daß bei mangelhafter Definition der Sternscheibchen die Genauigkeit zu wünschen übrig läßt, und daß sie wohl zur Interpolation, weniger zur Extrapolation geeignet ist.

Die Helligkeitsbestimmung aus dem Schwärzungsgrad.

Die Schwärzung. Jedem, der sich mit Photographieren beschäftigt hat, ist bekannt, daß die photographische Platte imstande ist, Helligkeitswerte wiederzugeben: die hellsten Lichter erscheinen auf dem Negativ am stärksten, die schwächeren je nach ihrer Helligkeit mehr oder weniger stark geschwärzt. Diese Tatsache bildet die Grundlage für die von *K. Schwarzschild*[1]) in die Astrophysik eingeführte Methode, die Helligkeit der Sterne aus der Transparenz ihrer Bilder auf der Platte zu bestimmen.

Das Maß der Transparenz ist von *Hurter* und *Driffield* folgendermaßen definiert: Ist a für eine bestimmte Schwärzung das Intensitätsverhältnis des auffallenden zum durchgelassenen Licht, so sei

$$a = e^D, \tag{23}$$

worin e die Basis der natürlichen Logarithmen ist. Alsdann ist die Dichte D als Maß für die Schwärzung anzusehen. Der wesentliche Vorzug dieses Maßes ist, wie aus dem *Fechner*schen Gesetz folgt, daß einer bestimmten Vergrößerung der Dichte D stets dieselbe Auffälligkeit, d. h. die gleiche Kontrastwirkung zukommt. Andererseits

[1]) Publ. d. *v. Kuffner*schen Stw. Bd. V C. Wien 1900.

sind der Genauigkeit der Helligkeitsbestimmungen gewisse vom *Fechner*schen Gesetz diktierte Grenzen gesetzt.

Das Reziprozitätsgesetz. Die Methode der Helligkeitsbestimmung wäre sehr einfach, wenn jeder Transparenz auf der Platte ein bestimmter Helligkeitswert entspräche. Dies ist aber nicht der Fall, denn es ist allgemein bekannt, daß innerhalb gewisser Grenzen die Schwärzung eines Bildes mit der Dauer der Lichtwirkung zunimmt. Aber auch, wenn die Belichtungszeit bei den verschiedenen Aufnahmen gleich wäre, würden wir finden, daß die Transparenz, welche gleichen Helligkeiten entspricht, ungleich ausfallen kann. Wir wissen, daß dabei die Empfindlichkeit und die Art der Entwicklung der Platte eine große Rolle spielen. Diese beiden Faktoren unterscheiden sich wesentlich in ihrer Art von den beiden anderen, die die Schwärzung außerdem noch beeinflussen, der Lichtintensität und der Belichtungsdauer. Letztere sind rein physikalischer Art, während die beiden ersten hauptsächlich chemischer Natur sind.

Die Wirkung der physikalischen Einflüsse kann man als eine Arbeit ansehen, die das Licht auf der Platte leistet, und die den Vorgang der Schwärzung einleitet. Lange Zeit hat man sie dem Produkt aus der auffallenden Intensität und der Dauer der Einwirkung gleichgesetzt, und heute noch spielt diese Ansicht in der Belichtungsregel mancher Photographen eine Rolle. Unter dem Namen des Reziprozitätsgesetzes bildet sie noch immer die Grundlage vieler Belichtungstabellen, indem erklärt wird: die Schwärzung S, die das Licht auf ein und derselben Platte hervorbringt, ist immer die gleiche, wenn das Produkt aus der Intensität I und der Belichtungsdauer t denselben Wert hat. Dieser Satz ist aber nur eine rohe Annäherung, und bei langen Belichtungszeiten, wie sie bei Himmelsaufnahmen vorkommen, versagt er. Wir werden daher nachher das Reziprozitätsgesetz durch das Schwärzungsgesetz ersetzen, das zwar auch rein empirisch ist, jedoch die Schwärzungsverhältnisse in ihrer Abhängigkeit von Intensität und Expositionszeit für die astronomische Praxis hinreichend darstellt.

Die Schwierigkeiten in der mathematisch strengen Formulierung eines allgemein gültigen Schwärzungsgesetzes rühren daher, daß uns die Vorgänge in der Schicht der photographischen Platte bei der Belichtung und später bei der Entwicklung noch nicht genau bekannt sind.

Die Herstellung der Himmelsaufnahmen. Da die Bilder der Sterne im Brennpunkt schon sehr schnell nach ihrem Erscheinen ihre tiefste Schwärzung annehmen und deshalb zur Bestimmung der Transparenz ungeeignet und außerdem punktförmige Gebilde ziemlich schwierig zu messen sind, so ist es notwendig, das Sternlicht auf kleine Flächen auszubreiten. Hierzu bieten sich zwei Methoden dar.

Die einfachste Art zur Erzeugung kleiner geschwärzter Flächen besteht darin, die Platte bei der Aufnahme etwas aus dem Brennpunkt herauszurücken. Dadurch entstehen kleine Scheiben, die um so größer sind, je weiter man aus dem Fokus herausgegangen ist. Sie sind aber im allgemeinen nicht gleichförmig geschwärzt, sondern von konzentrischen Ringen durchzogen, weil die Beugungserscheinungen und die mangelhafte Achromasie der Objektive eine bedeutende Rolle spielen. Dieser Umstand erschwert die Messung der Transparenz mit dem Mikrophotometer. Es ist jedoch in neuerer Zeit gelungen, Objektive herzustellen, die in gewissem Abstand vom Brennpunkt recht brauchbare, gleichförmige Bilder erzeugen, wie die Aufnahmen der Yerkes Actinometry zeigen.[1])

Eine andere, sehr brauchbare Einrichtung zur Erzeugung gleichmäßig geschwärzter Bilder ist die Schraffierkassette[2]), bei der die Lichtausbreitung rein mechanisch erfolgt. Sie wirkt folgendermaßen: Durch einen elektrischen Strom wird alle Sekunde ein Hebel bewegt, der die Platte um ein kleines Stück auf einem vorgeschriebenen Zickzackweg fortschiebt, so daß sämtliche Stellen eines kleinen Quadrates von dem Lichtfleck getroffen werden, wenn die Platte einmal ihren Weg durchläuft. Will man die Expositionsdauer vergrößern, so läßt man den Fleck seinen Weg mehrmals wiederholen oder die Stromschlüsse in längeren Intervallen erfolgen.

Das Ausmessen der Platten, Mikrophotometer. Die Bestimmung der Schwärzung geschieht bei den extrafokalen Aufnahmen, wenn die Bilder mit Ringen durchzogen oder sonst ungleichmäßig geschwärzt sind, mit Hilfe einer Vergleichsskala, die man durch wiederholte Aufnahme eines hellen Sterns auf der gleichen Platte und mit demselben Apparat herstellt, wobei man die Expositionszeiten geometrisch wachsen läßt. Mit Vorteil nimmt man einen Stern dritter Größe mit den Zeiten

$$t = 3\,(\tfrac{4}{3})^{t_i} \text{ auf, wo } t_i = 0^s,\ 1^s,\ 2^s,\ 3^s \text{ usw. ist.} \qquad (24)$$

---

[1]) *ApJ* **36**, 173 (1912).

[2]) *AN* **170**, 277 (1906) und **174**, 137 (1907); Aktin. A, S. 3 (1910).

Das Mikrophotometer von *Hartmann*. Wenn die Transparenz einer kleinen, aber gleichmäßig geschwärzten Fläche zu messen ist, so ist die Benutzung des von *J. Hartmann*[1]) angegebenen Mikrophotometers zu empfehlen (Fig. 23). Es besteht aus einem Mikroskop *M*, bei dem in der Mitte des Strahlengangs ein *Lummer-Brodhun*scher Würfel eingeschaltet ist. Dieser Würfel besteht

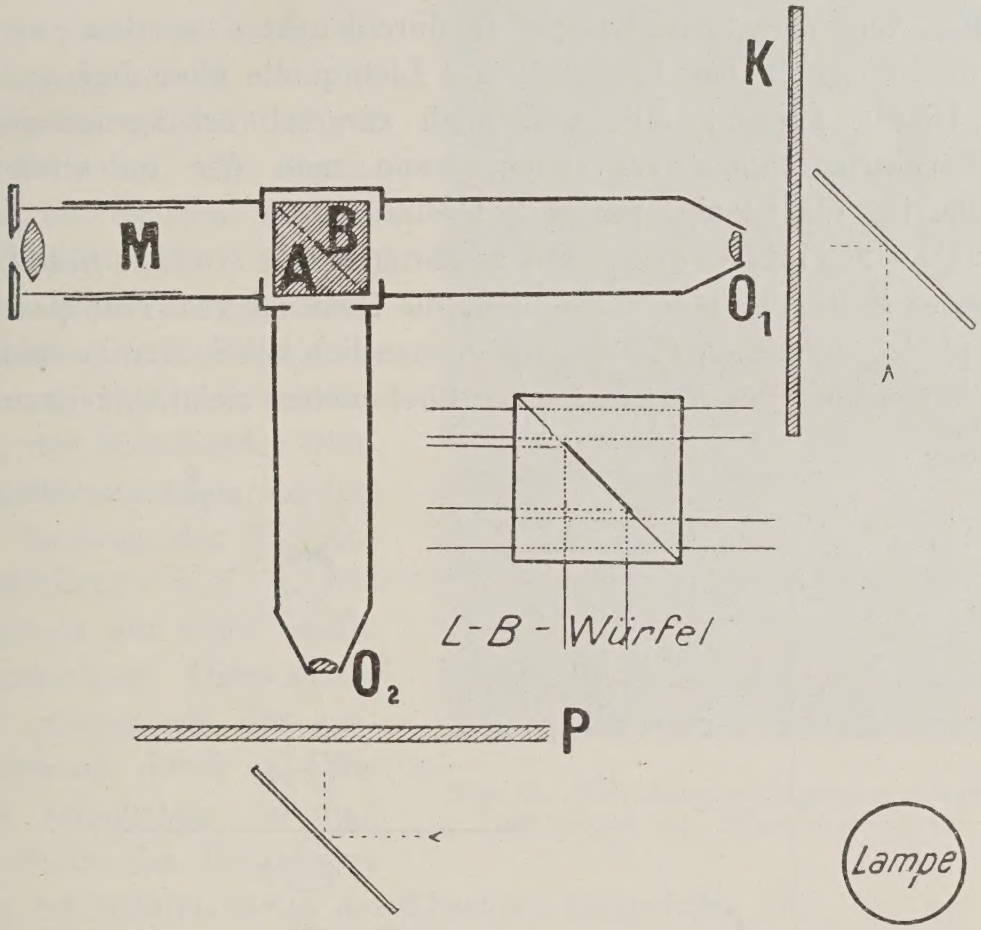

Fig. 23. *Hartmann*s Mikrophotometer (schematisch).

aus zwei mit den Hypotenusenflächen zusammengekitteten rechtwinkligen Prismen *A* und *B*, so daß die von dem einen Objektiv O_1 kommenden Strahlen geradlinig hindurchtreten und zum Okular gelangen können. In der Mitte der Berührungsfläche ist in dem Prisma *B* eine kleine Stelle ausgespart, so daß hier keine Berührung stattfindet und das Prisma *A* totalreflektierend wirkt. Infolgedessen werden an dieser Stelle, die die Mitte des Gesichtsfeldes bildet, die Strahlen von O_1 abgefangen, während man das von dem Objektiv O_2 entworfene Bild dort sieht. Unter O_2 befindet sich die Stelle der

[1]) Z. f. Instrk. **19**, 97 (1899).

Platte P, die man messen will, während O_1 eine kleine Fläche des Keils K abbildet. Im Gesichtsfeld erscheint also in der Mitte die Stelle, deren Transparenz bestimmt werden soll, und nach außen unmittelbar angrenzend, die Fläche des Vergleichskeils. Der Keil wird in seiner Längsrichtung solange verschoben, bis seine Schwärzung mit der der Plattenstelle übereinstimmt. Seine Stellung läßt sich an einer Teilung ablesen. Da beide Teile, der Keil und die Platte, von derselben Lampe L durchleuchtet werden, so sind Schwankungen in der Intensität der Lichtquelle ohne Belang.

Dieser Apparat läßt sich auch zur Schwärzungsmessung in Sternspektrogrammen verwenden, wenn man der reflektierenden Fläche im Würfel eine passende Gestalt gibt.

Das registrierende Mikrophotometer von *P. Koch.*[1]) In neuester Zeit geht man dazu über, die Messung von Transparenzen auf photographischen Platten, die namentlich bei Spektralaufnahmen bei Anwendung des *Hartmann*schen Photometers ziemlich zeitraubend

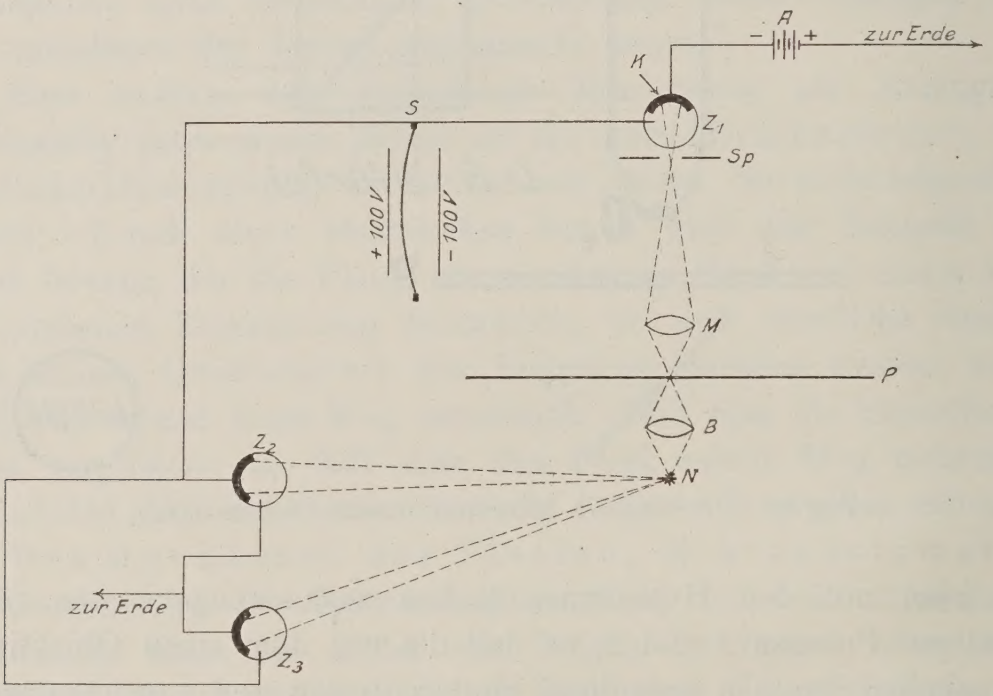

Fig. 24. *Koch*s registrierendes Mikrophotometer.

ist, automatisch auszuführen. Dies läßt sich durch das *Koch*sche registrierende Mikrophotometer erreichen. Das Prinzip dieses Apparates ist das gleiche wie bei dem später zu beschreibenden lichtelektrischen Sternphotometer (S. 142): das Auge des Beobachters als

[1]) Ann. d. Phys. **39**, 705 (1912).

lichtmessender Teil ist durch eine Kaliumzelle ersetzt. Die Anordnung der Meßvorrichtung zeigt Fig. 24.

Das Licht einer Nernstlampe N wird durch eine Beleuchtungslinse B an der Stelle der photographischen Platte P konzentriert, deren Schwärzung bestimmt werden soll. Die durchgelassenen Strahlen gelangen dann durch ein Mikroskopobjektiv M und eine Blende Sp auf den Belag K der Zelle Z_1. Die Spannung, auf die sich die Saite des Elektrometers S auflädt, und die Einstellung der Saite zwischen den Schneiden kann als Maß der Schwärzung der betreffenden Plattenstelle angesehen werden. Die Stellung des Elektrometerfadens wird photographisch auf einer Platte aufgezeichnet. Diese Platte wird ebenso wie die auszumessende durch ein Uhrwerk verschoben, so daß jede Stelle des Diagramms einer bestimmten Stelle des Klischees entspricht. Die Photozellen Z_2 und Z_3 dienen dazu, Schwankungen in der Helligkeit der Nernstlampe unschädlich zu machen. Der Apparat ist hauptsächlich zur Ausmessung von Spektrogrammen bestimmt, kann jedoch mit geringen Abänderungen überall da verwandt werden, wo es gilt, Schwärzungsunterschiede auf photographischen Aufnahmen zu messen. Fig. 25 zeigt das Diagramm aus der Vermessung eines kleinen Ausschnittes aus einem Spektrum, der in zehnmaliger Vergrößerung in Fig. 26 wiedergegeben ist. Die Konstanten der Registrierung müssen natürlich durch Ausmessung einer Platte mit bekannter Schwärzung ermittelt werden.

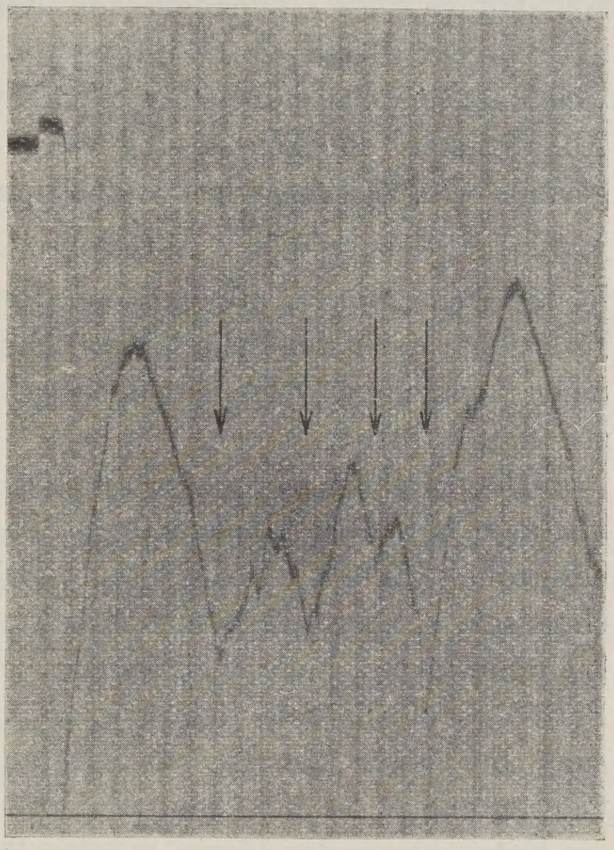

Fig. 25. Schwäruzngsdiagramm erhalten mit *Kochs* reg. Mikrophotometer.

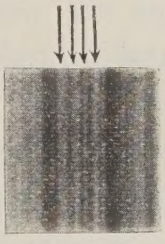

Fig. 26. Ausgemessene Plattenstelle.

Das Schwärzungsgesetz. Das Reziprozitätsgesetz würde mathematisch durch die Gleichung:

$$S = \varphi(I \cdot t) \tag{25}$$

dargestellt werden, worin φ eine bestimmte Funktion bedeutet. Wie oben schon erwähnt ist, sagt es aus, daß die photographische Wirkung einfach von dem Produkt aus der Lichtintensität I und der Belichtungsdauer t abhängig sei. Genauere Untersuchungen haben aber ergeben, daß die Wirkung auf die Platte innerhalb des Anwendungsbereichs bei photographischen Sternaufnahmen durch die Abhängigkeit der Schwärzung von dem Produkt aus I^q und t dargestellt wird, so daß wir das Schwärzungsgesetz durch den Ausdruck

$$S = \varphi(I^q.t) \tag{26}$$

formulieren können, worin q ein Exponent ist, der weder von der Intensität, noch der Zeit abhängt, und auf ein und derselben Platte einen konstanten Wert hat, sich jedoch im allgemeinen von Platte zu Platte ändert.

Das Produkt aus den rein physikalischen Einwirkungen in Verbindung mit dem Exponenten q kann als latente Schwärzung bezeichnet werden. Diese latente Schwärzung $I^q.t$ ist also von den chemischen Vorgängen unabhängig und kann als Maßstab für die Lichteinwirkung angesehen werden. Daraus folgt, daß auf derselben Platte gleiche latente Schwärzung immer gleiche wirkliche Schwärzung bei jeder Art der Entwicklung geben muß. Die wirkliche Schwärzung S ist also eine Funktion von $s = I^q.t$, die erst durch die Entwicklung der Platte unserer Beobachtung zugänglich gemacht wird. Führen wir statt der latenten Schwärzung s ihren Logarithmus σ ein, so haben wir die Formeln für das Schwärzungsgesetz:

$$S = \varphi(I^q.t) = \varphi(s) = \psi(\log s) = \psi(\sigma) \tag{27}$$

und

$$\sigma = \log(I^q.t) = \log t + q.\log I. \tag{28}$$

Die Gleichung $S = \psi(\sigma)$ sagt uns, daß die wirkliche Schwärzung eine gewisse Funktion ψ von σ ist, und daß sich also S durch σ geometrisch darstellen läßt, wenn man in ein Koordinatensystem alle Punkte einträgt, die S zur Abszisse und die entsprechenden σ zur Ordinate haben. Eine auf solche Weise entstandene Kurve, die für jede Aufnahme charakteristisch ist und die Abhängigkeit der wirklichen von der (logarithmisch genommenen) latenten Schwärzung darstellt, heißt die Schwärzungskurve.

Die Schnelligkeit des Ansteigens dieser Kurve in einem einzelnen Teil oder in ihrem ganzen Verlauf nennt man die Gradation einer Platte. Stellen wir uns nun zwei Schwärzungsskalen her:

1. eine Zeitskala, indem wir von einer konstanten Lichtquelle hintereinander Aufnahmen machen und die Expositionszeiten eine geometrische Reihe durchlaufen lassen, und

2. eine Intensitätsskala, indem wir die Intensitäten einer Lichtquelle eine geometrische Reihe durchlaufen lassen, dabei aber immer mit gleicher Dauer exponieren,

so können wir aus den beiden letzten Gleichungen leicht folgern:

1. Die Gradation einer Zeitskala ist unabhängig von der Intensität der Lichtquelle, mit der die Skala hergestellt wird, und

2. die Gradation einer Intensitätsskala ist unabhängig von der konstanten Belichtungszeit, bei der sie hergestellt ist.

Daraus ergibt sich für die Praxis folgende wichtige Tatsache:

Wir stellen uns auf derselben Platte zwei Zeitskalen mit Hilfe verschiedener Lichtquellen, z. B. zweier verschiedener Sterne her und verschieben beide Skalen so lange, bis irgend zwei Nummern der Skalen, die gleiche Schwärzung haben, nebeneinander liegen, dann besagt der erste Satz, daß auch alle andern nebeneinander liegenden Nummern gleiche Schwärzung aufweisen müssen.

Den Inhalt des zweiten Satzes wollen wir uns folgendermaßen veranschaulichen: Wir suchen uns aus einem Sternhaufen (Plejaden, Praesepe usw.) die Objekte heraus, deren Intensitäten eine geometrische Reihe bilden, oder was dasselbe ist, deren Größendifferenzen konstant sind. Nehmen wir an, wir hätten eine solche Reihe von Sternen $5^m.0$, $5^m.2$, $5^m.4$ usw. zur Verfügung. Nun machen wir auf derselben Platte zwei Aufnahmen mit verschiedenen Expositionszeiten. Jede Abbildung unserer Sternfolge bildet in bezug auf die Schwärzungen eine Intensitätsskala. Stimmt nun der Stern $6^m.0$ der ersten mit dem Stern $5^m.0$ der zweiten Aufnahme überein, dann findet auch Übereinstimmung statt zwischen allen Bildern der ersten Aufnahme und denen der zweiten, die um $1^m.0$ heller sind, also:

Die Schwärzungen der Sterne

$$6^m.2,\ 6^m.4,\ 6^m.6\ \ldots$$

der ersten Aufnahme sind den Schwärzungen der Sterne

$$5^m.2,\ 5^m.4,\ 5^m.6$$

der zweiten Aufnahme gleich.

Daraus folgt der Satz:

Auf derselben Platte entsprechen zwei bestimmte Schwärzungen immer den gleichen Differenzen in Größenklassen unabhängig von der Expositionszeit.

Dieser Satz gibt ein vorzügliches Mittel zur Fortsetzung und Extrapolation der Helligkeitsskala ins Gebiet der schwächeren Sterne. Finden wir z. B., daß bei einer langen Belichtung ein Stern 11^m dieselbe Schwärzung wie ein Stern 4^m bei einer kürzeren Exposition auf derselben Platte zeigt, und haben wir außerdem auf der längeren Aufnahme einen unbekannten Stern gefunden mit der gleichen Schwärzung wie ein Stern 6^m auf der kurzen, so können wir daraus schließen, daß der unbekannte Stern 13^m ist. Die Voraussetzung dabei ist die Konstanz des Exponenten q, eine Bedingung, die, soweit es sich um Sternaufnahmen handelt, innerhalb weiter Grenzen hinreichend erfüllt ist.

Die oben stehenden Formeln zeigen uns auch, wie wir die Helligkeit eines Veränderlichen bestimmen können, wenn ein unveränderlicher Stern von nicht stark abweichender Helligkeit bei zwei verschiedenen Expositionszeiten t_1 und t_2 so aufgenommen ist, daß das Bild des Veränderlichen auf der einen Aufnahme dieselbe Schwärzung hat wie der Vergleichstern bei der anderen Expositionszeit. Sind I_1 und I_2 die Intensitäten der beiden Sterne, so findet man die Intensität des Veränderlichen nach der Formel

$$I_1 = I_2 (t_2/t_1)^q \qquad (29)$$

(die sich aus dem Schwärzungsgesetz leicht ergibt), wenn q bekannt ist. Der Exponent q kann aber bestimmt werden, indem man versucht, bei welcher Belichtungszeit zwei andere Sterne von bekannter, aber sehr verschiedener Helligkeit auf der Platte gleiche Schwärzung erzeugen. Da man für die Gleichheit der Transparenzen die Belichtungszeiten nur selten genau trifft, so muß man die gewünschten Werte meistens durch ein Interpolationsverfahren ermitteln.

Das hier geschilderte Verfahren soll nur das Prinzip der Helligkeitsbestimmung andeuten. Die Methoden, die in der Praxis angewandt werden, sind weiter unten angegeben.

Die Gestalt der Schwärzungskurve. Die Aufgabe, auf die es zunächst ankommt, ist die Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Schwärzung und Größenklasse. Die Transparenz S, die wir auf der Platte messen, setzt sich zusammen aus dem Silber-

niederschlag, den das Licht eines Sterns erzeugt, und dem allgemeinen Schleier S_0, der die ganze Platte mehr oder weniger gleichmäßig überzieht, und der seine Ursache nicht in dem Licht hat, dessen Intensität wir bestimmen sollen. Wir wollen uns für eine Reihe von Sternen die Größen m als Abszissen, die dazu gehörigen Schwärzungen $S - S_0$ als Ordinaten aufgetragen denken. Durch die Punkte, die wir so erhalten, legen wir eine Kurve I (Fig. 27). Diese Kurve hat eine ganz charakteristische Gestalt. Die Ordinate 0 entspreche dem Schwärzungsgrad des Plattenschleiers. Für große m, d. h. für schwache Sterne, nähert sich die Kurve asymptotisch der Abszissenachse. Mit abnehmendem m, also mit Zunahme der Lichtintensität, steigt die Kurve immer steiler an. Das Umbiegen der Kurve bei kleinen Werten von m (also großen Intensitäten) entspricht dem Beginn der Solarisation, einem Umkehrprozeß in der lichtempfindlichen Schicht. Infolge dieser Gestalt der Schwärzungskurve I wird die Abhängigkeit zwischen $\log(S - S_0) = \sigma$ und m annähernd durch eine Parabel II dargestellt, deren Achse der Ordinatenachse parallel ist. Man kann daher für σ folgende Gleichung annehmen:

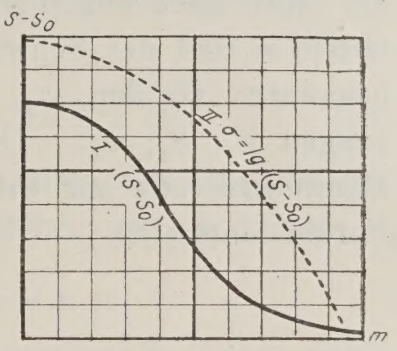

Fig. 27. Schwärzungskurve.

$$\sigma = \log(S - S_0) = a + b\,m + c\,m^2, \qquad (30)$$

worin a, b und c die Konstanten der Parabel bedeuten.[1])

Der Gültigkeitsbereich dieser Formel hängt von der Skala ab, die wir im Mikrophotometer verwenden, sie bleibt eine gute Annäherung, wenn die Schwärzung des Keils mittels logarithmisch abnehmender Belichtung hergestellt ist, also eine Zeitskala ist.

Ableitung der Größen aus Einzelaufnahmen.

a) Bei der Bestimmung der Helligkeit eines veränderlichen Sterns tritt sehr häufig der Fall ein, daß man ihn gleichzeitig mit einer Anzahl benachbarter Objekte von nahezu gleicher, aber bekannter Helligkeit aufnimmt. Ist die Helligkeitsdifferenz nicht übermäßig groß, so genügt eine lineare Interpolation zur Ermittlung der Helligkeit des Variabeln. Wir setzen dabei voraus, daß die

[1]) *AN* **190**, 119 (1912).

Schwärzungskurve innerhalb der kurzen Strecke, die in Betracht kommt, eine gerade Linie ist.

b) Ist die Annahme, daß die Schwärzungskurve innerhalb des Interpolationsintervalls geradlinig verläuft, nicht zulässig, so hat man zur Ableitung der Größe eines Veränderlichen ein modifiziertes Verfahren einzuschlagen.[1])

Man habe auf einer Platte außer dem Veränderlichen mit der Größe m und der Schwärzung S noch drei Vergleichsterne mit den bekannten Größen m_1, m_2, m_3 und den entsprechenden Schwärzungen S_1, S_2, S_3. Die Schwärzung des Plattengrundes sei S_0. Dann wird man zur Interpolation die Größen am besten durch die Formel darstellen:

$$m = a + b \log (S - S_0) + c(S - S_0), \tag{31}$$

worin a, b, c Konstanten sind. a ist die Konstante, die den Nullpunkt der Zählung bestimmt. Das logarithmische Glied stellt die asymptotische Annäherung der Schwärzung an die Schleierschwärzung dar, während das lineare Glied die Steilheit des Anstiegs der Schwärzungskurve bei stärkerer Schwärzung wiedergibt. Das Umbiegen der Schwärzungskurve, das bei ganz starken Schwärzungen eintritt, wo Solarisationserscheinungen schon mitspielen, ließe sich noch durch ein weiteres Glied in der Formel berücksichtigen. Man wird aber im allgemeinen darauf verzichten und die Expositionsdauer so wählen, daß die Schwärzungen auf den steilen Teil der Kurve fallen, da dort kleine Messungsfehler den geringsten Einfluß haben und sonst auch das Messen tiefer Schwärzungen sehr schwierig ist.

Zur Berechnung der Größe m des Veränderlichen aus der gemessenen Schwärzung S verfahren wir folgendermaßen:

Es sei

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= S - S_0, & \tau &= \log \sigma = \log (S - S_0), \\ \sigma_i &= S_i - S_0, & \tau_i &= \log \sigma_i = \log (S_i - S_0). \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Die Indizes $i = 1, 2, 3$ bedeuten, daß sich die Größen, denen sie angehängt sind, auf die Vergleichsterne beziehen. Alsdann berechnet man:

$$\left.\begin{aligned} s &= (\sigma - \sigma_1) : (\sigma_2 - \sigma_1), \\ t &= (\tau - \tau_1) : (\tau_2 - \tau_1), \\ f &= (\sigma_3 - \sigma_1) : (\sigma_2 - \sigma_1), \\ g &= (\tau_3 - \tau_1) : (\tau_2 - \tau_1). \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

[1]) *K. Schwarzschild*, *AN* **189**, 347 (1911).

Die Größen s und t haben folgende Bedeutung: Setzt man die Beziehung zwischen m und s linear voraus und schließt den Variabeln an die Sterne 1 und 2 an, so gibt s die Größe des Veränderlichen von dem ersten Stern aus gerechnet in Einheiten des Intervalls $m_1 - m_2$ an. Die Größe t ist das Resultat derselben Rechnung, wenn zwischen m und $\log(S - S_0)$ eine lineare Beziehung angenommen wird. Benutzt man zur Bestimmung der Größe m die Formel (31) vollständig, so wird:

$$m = m_1 + (m_2 - m_1)\left[\tfrac{1}{2}s(1-p) + \tfrac{1}{2}t(1+p)\right]. \qquad (34)$$

Dabei hat p, eine Größe, die gewissermaßen das Gewicht bezeichnet, mit dem s und t in die Bestimmung von m eingehen, den Wert:

$$\left.\begin{aligned} p &= (\mu - f - g):(g - f) \\ \text{und} \qquad \mu &= 2(m_3 - m_1):(m_2 - m_1). \end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

c) Aufkopieren der Skala. Eine sehr einfache Methode, unmittelbar das Intervall der Größenskala zu erhalten, besteht darin, daß man auf der Platte eine Zeit- oder eine Intensitätsskala aufkopiert, indem man Felder von der Größe der Sternscheibchen nacheinander belichtet und I oder t entsprechend variiert. Die Belichtungszeit muß aber von derselben Ordnung sein, wie die bei der Sternaufnahme benutzte Zeit, um eine mögliche Veränderlichkeit des Exponenten q unschädlich zu machen. Die Schwierigkeit dieser Methode liegt darin, daß man zur Erzeugung der Skalenbilder eine Lichtquelle möglichst von derselben Farbe benutzen muß, wie sie die Sterne haben, da sich gezeigt hat, daß die Gestalt der Schätzungskurve etwas von der Färbung der Lichtquelle abhängt.

Die bisher beschriebenen Methoden kommen zur Anwendung, wenn auf einer Platte nur eine einzige Aufnahme gemacht ist. Wenn jedoch wiederholte Aufnahmen unter Anwendung von Abblendungsverfahren gemacht sind, so schlägt man einen anderen Weg zur Ableitung der Helligkeit ein.

Die Kurve der Schwärzungsdifferenzen. Angenommen, wir hätten zwei Aufnahmen derselben Objekte, aber mit verschiedenen Belichtungszeiten gemacht, genau wie oben, wo wir die beiden Intensitätsskalen miteinander verglichen. Wir zeichnen uns nun für jede dieser Aufnahmen eine Schwärzungskurve. Für die Festlegung der ersten Kurve haben wir die Punkte:

$$m_1, m_2, m_3, m_4, \ldots m_{11}, m_{12}, m_{13}, \ldots$$
$$S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots S_{11}, S_{12}, S_{13} \ldots$$

und für die zweite Kurve aus denselben Sternen, nur mit anderen Schwärzungen:

$$m_1, m_2, m_3, m_4, \ldots m_{11}, m_{12}, m_{13}, \ldots$$
$$S_1', S_2', S_3', S_4', \ldots S_{11}', S_{12}', S_{13}', \ldots$$

Es möge nun

$$S_1' = S_{11}$$

gefunden werden, dann ist nach dem, was oben über die Intensitätsskala gesagt worden ist, auch

$$S_2' = S_{12}, \qquad S_3' = S_{13}$$

usw., da die S und die S' eine Intensitätsskala bilden sollen.

Für die beiden Kurven ergibt sich hieraus, daß die eine aus der anderen durch eine Parallelverschiebung hervorgeht, die in der Richtung der m-Achse vorgenommen wird. Wir haben z. B. für die Abszisse m_1 die beiden Ordinaten S_{11} und S_1', ebenso für m_2 die Ordinaten S_{12} und S_2'.

Daher sind die beiden Kurven in der Richtung parallel zur m-Achse äquidistant und gleichen Schwärzungen S entsprechen immer gleiche Größenunterschiede. Anders verhält es sich jedoch in der dazu senkrechten Richtung parallel zur S-Achse. Hier haben die Kurven im allgemeinen nicht überall den gleichen Abstand voneinander und gleichen Werten von m entsprechen veränderliche Werte der Schwärzungsdifferenz $S - S'$. Eine Kurve, die die Abhängigkeit der Schwärzungsdifferenz $S - S'$ von der Größe m darstellt, heißt Kurve der Schwärzungsdifferenzen. Sie spielt in der Photometrie eine Rolle, wenn man, wie es meist der Fall ist, eine Reihe von Aufnahmen derselben Sterne mit ungleichen Belichtungszeiten auf der gleichen Platte hat, und für jeden einzelnen Stern die verschiedenen Schwärzungen auf eine von den angewandten Expositionszeiten beziehen will. Diese Aufgabe tritt namentlich bei Katalogisierungsarbeiten, z. B. bei der photometrischen Vermessung von Sternhaufen auf und soll im folgenden behandelt werden.

Ableitung der Schwärzungskurve aus der Kurve der Schwärzungsdifferenzen. Wir haben auf einer Platte zwei Aufnahmen einer Anzahl von Sternen gemacht. Die Bedingungen, unter denen die Aufnahmen gemacht sind, waren so gewählt, daß bei der einen alle Objekte gleichmäßig um k Größen geschwächt er-

scheinen sollten. Dies ist entweder durch eine geeignete Verkürzung der Belichtungszeit oder einfacher durch Einschalten eines Gitters mit dem Abblendungsfaktor k unter Beibehaltung der Expositionszeit erreicht worden. Bekannt sind in der Aufgabe die Größe k und die Schwärzungen S und S'.

Es bestehen dann zwischen den Größen m und den Schwärzungen S und S' die Gleichungen:

$$S = \varphi(m), \qquad S' = \varphi(m + k), \tag{36}$$

worin m sowohl, wie die Funktion φ unbekannt sind.

Aus unseren Messungen können wir aber graphisch den Verlauf einer Funktion bestimmen, die definiert ist durch die Gleichung:

$$S' = \chi(S). \tag{37}$$

Diese Funktion soll als mit aller nötigen Schärfe bekannt vorausgesetzt werden und die Aufgabe ist jetzt, aus ihr die andere Funktion φ zu bestimmen.

Aus den drei Gleichungen (36) und (37) erhält man die Beziehung:

$$\varphi(m + k) = \chi[\varphi(m)]. \tag{38}$$

Führt man statt φ die inverse Funktion ψ ein, so läßt sich die Gleichung (38) in die Form bringen:

$$\psi[\chi(S)] = \psi[S] + k. \tag{39}$$

Diese Gleichung hat die Form der *Abel*schen Funktionalgleichung und für einige spezielle Formen der Funktion χ existieren einfache Lösungen.

1. Der einfachste Fall ist der, daß sich S und S' um eine konstante Größe c unterscheiden. Dies besagt, daß die Kurve der S in die der S' durch Parallelverschiebung übergeht, nicht allein in der Richtung der m-Achse, sondern auch in der dazu senkrechten Richtung. Dies ist aber nur möglich, wenn beide Kurven gerade Linien sind, wie man sich leicht durch eine Zeichnung überzeugen kann. Zwischen m und S besteht dann also eine lineare Beziehung:

$$m = S.k/c. \tag{40}$$

2. Viel häufiger ist der Fall, daß zwischen S und S' eine lineare Beziehung besteht:

$$S' - a = b(S - a), \tag{41}$$

wo a und b Konstanten sind. Dann besteht zwischen m und S eine logarithmische Beziehung und es wird:

$$m = k.\log(S - a)/\log b\,. \tag{42}$$

Andere Lösungen der Funktionalgleichung kommen kaum zur praktischen Verwendung. Man wird in solchen Fällen zur Konstruktion der S-Kurve aus der $(S - S')$-Kurve und zur Gewinnung der Größen m ein indirektes Verfahren einschlagen müssen. Man geht dabei von der Annahme aus, daß wenigstens für ein kurzes Stück der Kurve die Beziehung zwischen S und S' linear sei.

Beispiel: Um den allgemeinen Fall der Konstruktion der Schwärzungskurve zu erläutern, soll ein Beispiel gegeben werden, das der Göttinger Aktinometrie (Teil A, 11) entnommen ist:

Für eine Reihe von Sternen liegen die Schwärzungswerte S und S' vor, die in geeignete Mittelwerte zusammengefaßt sind und als Grundlage für die Konstruktion einer Kurve der Schwärzungsdifferenzen gedient haben. Bei der einen Aufnahme betrug die Abblendung gerade eine Größenklasse.

Sieht man die Kurve auf ein kurzes Stück in der Mitte als Gerade an, so können wir dafür den 2. Fall der Lösung der *Abel*schen Funktionalgleichung [Gl. (41) und Gl. (42)] annehmen. Die Gleichung der kurzen Geraden, die die Beziehung zwischen S und $(S' - S)$ darstellt, lautet dann:

$$S' - S = b(S - a), \tag{41 a}$$

und die entsprechende Lösung wäre (unter Berücksichtigung von $k = 1$), wenn wir mit μ die Größenklasse mit vorläufig unbestimmtem Nullpunkt bezeichnen:

$$\mu = \log(S - a)/\log(1 + b)\,. \tag{42 a}$$

Die Richtigkeit dieser Gleichung kann man nachweisen, indem man in Gl. (41 a) auf beiden Seiten $(S - a)$ addiert. Man erhält dann:

$$S' - a = (S - a).(b + 1)\,. \tag{41 b}$$

Durch Logarithmieren und Dividieren beider Seiten durch $\log(b + 1)$ entsteht:

$$\log(S' - a)/\log(b + 1) = [\log(S - a)/\log(b + 1)] + 1 = \mu + 1\,. \tag{42 b}$$

Es entspricht also, wie verlangt wurde, der um $S' - S$ vermehrten Schwärzung S die Zunahme der Helligkeit um eine Größenklasse.

Aus den Werten für die Schwärzung der Sterne sind folgende Mittelwerte von S', S und der Differenz $S' - S$ berechnet:

S'	S	$S' - S$
49.7	44.4	5.3
51.6	45.5	6.1
54.3	46.6	7.7
57.0	47.9	9.1
60.5	50.0	10.5
64.9	52.8	12.1
67.1	54.7	12.4
70.3	56.9	13.4
72.4	58.6	13.8

Aus den Werten von S als Abszissen und $S' - S$ als Ordinaten ergibt sich die Kurve der Schwärzungsdifferenzen (Fig. 28).

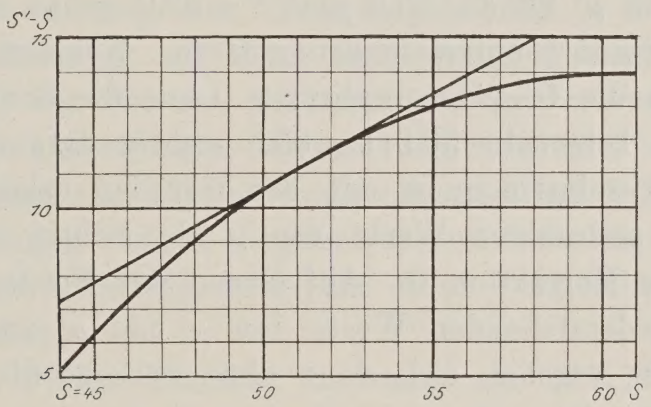

Fig. 28. Kurve der Schwärzungsdifferenzen.

Man sieht, daß die Differenzen einen Gang mit der Schwärzung zeigen. Die Abhängigkeit ist nicht linear, da die Kurve deutlich gekrümmt ist. Wir entnehmen ihr für folgende runde Werte von S die entsprechenden $(S' - S)$-Werte und machen sie zur Grundlage unserer weiteren Berechnung.

S	$S' - S$	S'	μ Korr.	μ' Korr.
44.0	5.1	49.1	0.61 − 0.25	1.37 − 0.01
46.0	7.1	53.1	0.94 − 0.12	**1.82** 0
48.0	9.1	57.1	1.22 − 0.02	**2.20** 0
50.0	10.5	60.5	**1.48** 0	**2.48** 0
52.0	11.6	63.6	**1.70** 0	**2.70** 0
54.0	12.4	66.4	**1.91** 0	2.89 + 0.02
56.0	13.1	69.1	**2.10** 0	3.06 + 0.04
58.0	13.6	71.6	**2.27** 0	3.20 + 0.07
59.0	13.8	72.8	**2.35** 0	3.27 + 0.08

Das kleine Stück der Kurve zwischen den Abszissen 50.0 und 52.0 nehmen wir als geradlinig an und berechnen die Gleichung dieser Geraden. Wir erhalten die Parameter:

$$b = 0.55 \quad \text{und} \quad a = 30.9$$

und für die Gerade:

$$S' - S = 0.55 \cdot (S - 30.9). \tag{41 c}$$

Für μ erhalten wir dann, entsprechend der obenstehenden Gleichung (42a):

$$\mu = \log(S - 30.9)/\log 1\text{-}55 = 5.25 \cdot \log(S - 30.9). \tag{42c}$$

Mit dieser Gleichung rechnen wir die Werte μ und μ' in der obigen Tabelle, und zwar die μ-Werte mit den S-, die μ'-Werte mit den S'-Werten. Als Rechnungskontrolle kann das Ergebnis dienen, daß sich μ und μ' für $S = 50.0$ und $S = 52.0$ genau um den Betrag der Abblendung (1^m) unterscheiden müssen. Nehmen wir jetzt an, daß die durch die Gl. (41c) bestimmte Linie die Schwärzungskurve innerhalb des Intervalls 50.0 bis 60.5 richtig darstellt — was bei der nahen Übereinstimmung mit der Geraden erlaubt ist —, so sind die fett gedruckten Werte von μ als richtig anzusehen, sie haben also die Korrektion 0. Auf Grund der Forderung, daß sich die nebeneinanderstehenden Werte von μ und μ' um $1^m.00$ unterscheiden sollen, ergeben sich dann ohne weiteres die Korrektionen für diese Werte.

Die Korrektion von μ' in der ersten Zeile wird z. B. folgendermaßen gefunden: Der Wert von $\mu' = 1.37$ entspricht der Schwärzung $S' = 49.1$. Der Schwärzung $S = 49.1$ entspricht aber, wie sich aus der Interpolation der μ-Werte für $S = 48.0$ und $S = 50.0$, also zwischen $\mu = 1.22$ und $\mu = 1.48$ ergibt, der μ-Wert 1.36. Die Korrektion von μ' ist also -0.01. Ebenso findet man dann die übrigen Korrektionen. Außerdem muß noch die Bedingung, daß sich μ und μ' um eine Größenklasse unterscheiden sollen, erfüllt sein.

Die Werte von μ und μ' als Funktionen von S und S' ergeben also die gesuchte Schwärzungskurve, mit deren Hilfe sich die gemessenen Schwärzungen in die vorläufigen Größen μ verwandeln lassen. Es bleibt jetzt noch übrig, diese Sterngrößen in die allgemein üblichen zu verwandeln, also den Nullpunkt der Skala festzulegen und vielleicht auch noch eine geringe Verbesserung des Skalenwertes anzubringen. Das erstere ließe sich mit einem einzigen Stern von

bekannter Helligkeit bewerkstelligen, jedoch wird man zur Erzielung höherer Genauigkeit alle auf der Platte vorhandenen Sterne bekannter Helligkeit heranziehen und für jeden eine Gleichung aufstellen von der Form:

$$m = g - h\mu .$$

Hierin ist g die Nullpunktskorrektion und h der Faktor für die Skalenwertsverbesserung, während m die üblichen Größenangaben bedeutet. Das negative Vorzeichen des zweiten Postens rührt daher, daß die Größen μ und μ' bis jetzt in umgekehrtem Sinne (d. h. mit wachsender Schwärzung zunehmendes μ), gezählt wurden. Wenn die Koeffizienten g und h bestimmt sind, so lassen sich die Größen m aller Sterne auf der Platte ohne weiteres ermitteln.

Die Aufnahmen mit Gittern.

Die Verwendung der Beugungsbilder.[1]) Die soeben beschriebene Methode ist vor allem dann geeignet, wenn es gilt, eine größere Anzahl von Sternen photometrisch zu bestimmen oder eine Helligkeitsskala auszudehnen. Diese Aufgabe kommt jedoch bei dem Studium veränderlicher Sterne wenig vor, gewöhnlich kann man sich auf die Ausmessung einiger Vergleichsterne beschränken. Manchmal ist es überhaupt schwierig, mehr als einen Vergleichstern mit Vorteil zu verwenden.

In diesen Fällen kommen meistens nur zwei Sterne auf der Platte in Betracht, der Veränderliche und der Vergleichstern, die sich aber um kaum mehr als eine Größenklasse voneinander unterscheiden dürfen. Die Aufnahmen werden dann mit einem Paralleldrahtgitter vor dem Objektiv gemacht, und man bestimmt die Werte σ der Schwärzung mit Hilfe eines logarithmisch abgetönten Keils, sowohl für die Zentralbilder, als auch für die um k Größenklassen schwächeren Beugungsbilder erster Ordnung.

Die beiden Sterne seien mit den Nummern 1 und 2 bezeichnet, die auch als Indizes für die Größen, die sich auf die betreffenden Objekte beziehen, dienen. Aus unserer Formel (30):

$$\sigma = \log(S - S_0) = a + b\,m + c\,m^2 \qquad (30)$$

folgt:

$$\Delta\sigma/\Delta m = b + c(2m + \Delta m). \qquad (43)$$

In der Klammer steht die Summe der Größen beider Sterne und man hat in $\Delta\sigma/\Delta m$ eine lineare Funktion der mittleren Stern-

[1]) *E. Hertzsprung*, *AN* **189**, 255 (1911) und **190**, 119 (1912).

größe in dem betrachteten Intervall. Für das Intervall zwischen Gitterspektrum des helleren Sterns und Zentralbild des schwächeren muß daher $\Delta\sigma/\Delta m$ gleich dem Mittel aus den entsprechenden Werten für die beiden Intervalle zwischen Zentralbild und Gitterspektrum der beiden Sterne sein. Also hat man:

$$\frac{\sigma_{m_1+k} - \sigma_{m_2}}{m_1 + k - m_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_{m_1+k} - \sigma_{m_1}}{k} + \frac{\sigma_{m_2+k} - \sigma_{m_2}}{k}\right). \tag{44}$$

Bezeichnen wir mit den Indizes z und g die Größen, die sich auf das Zentralbild und das durch das Gitter entstandene Beugungsbild beziehen, so wird aus der Gleichung:

$$m_{2,z} - m_{1,g} = k\,\frac{2\,(\sigma_{1,g} - \sigma_{2,z})}{\sigma_{1,z} - \sigma_{1,g} + \sigma_{2,z} - \sigma_{2,g}} \tag{45}$$

und schließlich, wenn wir hiermit die entsprechende Gleichung für die Größendifferenz $(1, z - 2, g)$ vereinigen:

$$m_2 - m_1 = k\,\frac{\sigma_{1,z} - \sigma_{2,z} + \sigma_{1,g} - \sigma_{2,g}}{\sigma_{1,z} - \sigma_{1,g} + \sigma_{2,z} - \sigma_{2,g}}. \tag{46}$$

Die Halbgittermethode. Die Methoden der Helligkeitsbestimmungen aus mehreren Aufnahmen, die mit und ohne Abblendung gemacht werden, leiden an dem Übelstand, daß Änderungen in der Durchsichtigkeit der Luft während der ganzen Dauer der Exposition kaum aus dem Resultat zu eliminieren sind. Von diesem Übelstand ist die Halbgittermethode[1]) frei. Sie besteht darin, daß man bei der zweiten Sternaufnahme die Hälfte der Platte durch ein Gitter mit bekanntem Abblendungsfaktor k abdeckt. Das Gitter muß möglichst feinmaschig sein und kann die Maschendrähte auch in aufeinander senkrechten Richtungen enthalten. Es wird, um gleichmäßig zu wirken, etwa 10 cm von der Platte entfernt angebracht. Das Prinzip der Methode ist nun folgendes: Aus der Aufnahme ohne Gitter erkennt man, welche Sterne auf der rechten und auf der linken Plattenhälfte gleiche Helligkeit haben. Bei der zweiten Aufnahme erscheinen die Sterne auf der einen Seite, obgleich sie objektiv gleiche Helligkeit wie die entsprechenden auf der anderen Seite haben, um k Größenklassen schwächer. Gibt ein Stern von der Größe m auf der freien Plattenhälfte die Schwärzung $S = S(m)$, so gibt ein ebensolcher auf der anderen Hälfte die Schwärzung $S' = S(m + k)$. Aus der Zusammenstellung der Schwärzungen S' und S kann man dann die Kurve der Schwärzungs-

[1]) *K. Schwarzschild*, *AN* **183**, 297 (1910).

differenzen und schließlich die Beziehung zwischen S und m, d. h. die Schwärzungskurve und damit die Sternhelligkeiten ermitteln.

Die Schleierkorrektion.[1]) Während im allgemeinen bei photographischen Aufnahmen der Schleier, der vom diffusen Himmelslicht herrührt, ziemlich gleichmäßig über die Platte ausgebreitet ist, ist die Verschleierung auf den beiden Plattenhälften bei den Halbgitteraufnahmen ungleich, so daß die Sterne auf verschieden dichtem Grund stehen. Zur Ermittlung der Dichte des Schleiers hat man bei der Messung nicht nur seine eigene Schwärzung, sondern auch diejenige von möglichst schwachen Sternen zu bestimmen.

Um den Einfluß des Schleiers zu berücksichtigen, muß man bedenken, daß das Licht der Sterne in anderem Maße durch ein Gitter beeinflußt wird als das diffuse Licht der Himmelsfläche. Wird die Intensität im Verhältnis $P^2/1$ abgeschwächt, so geschieht dies bei einem flächenhaften Element nur im Verhältnis $P/1$. Ein Stern mit der Intensität I erzeugt daher durch Überlagerung mit dem Schleier die Gesamtintensität der Schwärzung:

auf der freien Plattenhälfte:	auf der vom Gitter bedeckten Hälfte:
$I + F$	$IP^2 + FP,$

wo F die Schleierintensität bedeutet. Spaltet man den Schleier in zwei Teile gemäß dem Ansatz $F = F_1 + F_2$ und $FP = F_1 P^2 + F_2$ — es ergibt sich für F_1 und F_2 daraus: $F_1 = F:(1+P)$, $F_2 = FP:(1+P)$ —, so hat man für die beiden Plattenhälften die Intensitäten:

fr. Pl.: $(I + F_1) + F_2$, bed. Pl.: $(I + F_1) P^2 + F_2$.

Beiden Plattenhälften ist also ein Schleier von der Intensität F_2 gemeinsam; er geht bei allen Messungen im gleichen Maße ein, kann also unberücksichtigt bleiben. Der Schleier F_1 dagegen addiert sich zur Intensität I, und die Sterngröße μ, die wir vorläufig erhalten haben, rührt sowohl von der Intensität I des Sterns, als auch von der des Schleiers F_1 her. Wir haben also nach der *Pogson*schen Formel:

$$\mu = -\frac{1}{0.4} \log (I + F).$$

Hat der Stern eine verschwindende Intensität, so geht μ in die Grenzgröße μ_0 über, deren Schwärzung dem Schleier entspricht.

$$\mu_0 = -\frac{1}{0.4} \log F.$$

---

[1]) *AN* **193**, 81 (1913).

Zwischen der wahren Sterngröße m und der Intensität besteht die Beziehung:

$$m = -\frac{1}{0.4}\log I \tag{5}$$

und wir erhalten aus den letzten drei Gleichungen:

$$\mu - \mu_0 = m - \mu_0 - \frac{1}{0.4}\log\left[1 + 10^{0.4\,(m-\mu_0)}\right]. \tag{47}$$

Hieraus finden wir $\mu - \mu_0$ als Funktion von $m - \mu_0$. Nehmen wir jetzt umgekehrt $m - \mu_0$ als Funktion von $\mu - \mu_0$! Bildet man die Differenz:

$$(m - \mu_0) - (\mu - \mu_0) = m - \mu, \tag{48}$$

so erhält man unmittelbar die Korrektionen $\Delta\mu$, die man an die vorläufigen Sterngrößen μ anzubringen hat, um sie in wahre Sterngrößen zu verwandeln, d. h. von der Wirkung des Schleiers zu befreien. Folgende kleine Tafel gibt diese Schleierkorrektion $\Delta\mu$ mit dem Argument $\mu_0 - \mu$.

Tafel für die Schleierkorrektion.

$\mu_0 - \mu$	$\Delta\mu$	$\mu_0 - \mu$	$\Delta\mu$	$\mu_0 - \mu$	$\Delta\mu$	$\mu_0 - \mu$	$\Delta\mu$
$6^m.0$	$0^m.00$	$3^m.0$	$0^m.07$	$1^m.2$	$0^m.43$	$0^m.6$	$0^m.93$
5.5	0.01	2.5	0.12	1.0	0.55	0.5	1.08
5.0	0.01	2.0	0.19	0.9	0.61	0.4	1.28
4.5	0.02	1.8	0.23	0.8	0.70	0.3	1.55
4.0	0.03	1.6	0.28	0.7	0.81	0.2	1.95
3.5	0.04	1.4	0.35				

Wenn es sich um die Erlangung äußerster Genauigkeit handelt, muß man die Tatsache berücksichtigen, daß mit der Zunahme des Schleiers die Empfindlichkeit der Platte abnimmt, daß man es demnach mit zwei Plattenhälften ungleicher Empfindlichkeit zu tun hat. Der Schleier wirkt also außerdem noch wie eine geringe Abblendung Δk. Die Differenz der Abblendung beider Plattenhälften ist daher strenggenommen nicht mit dem Betrag k, sondern mit $k + \Delta k$ in Rechnung zu setzen und die unter Anwendung des Abblendungsfaktors k erhaltenen Sterngrößen sind noch mit dem Faktor $1 - \Delta k/k$ zu multiplizieren.

In der Mitte der Platte befindet sich bei den Halbgitteraufnahmen ein schmaler Streifen, auf den die Abblendung nur teilweise wirkt. Bilder in dieser Zone sind für photometrische Zwecke nicht brauchbar.

Die Gesichtsfeldkorrektur.

Bei allen photographischen Aufnahmen, den fokalen wie den extrafokalen, zeigt sich, daß die Wirkung des Lichts gleich heller Sterne um so geringer ausfällt, je größer der Winkel ist, den ihre Richtung mit der optischen Achse des Aufnahmeobjektivs bildet. Die Helligkeit, die sich für einen Stern ergibt, ist also eine Funktion seines Abstands von der Plattenmitte. Diese Abhängigkeit muß für jedes Objektiv und für jede Fokusdifferenz aus mehreren Aufnahmen desselben Sterns auf derselben Platte in verschiedenen Stellungen zur optischen Achse ermittelt und als Gesichtsfeldkorrektur an die Messung angebracht werden.

Das Verhalten des Exponenten q.

Bei der Ableitung des Schwärzungsgesetzes wurde der Exponent q als konstant angenommen. (Meistens wird sein reziproker Wert $1/q = p$ gebraucht.) Sein Wert dürfte sich zwar von Platte zu Platte verändern, für dieselbe Platte sollte er jedoch unverändert bleiben. Auch für verschiedene Platten hat sich ergeben, daß sein Wert nur innerhalb gewisser Grenzen (1.0—1.4) schwankt. Der Wert $q = 1$ würde dem Reziprozitätssatz entsprechen.

Aus der logarithmischen Form des Schwärzungsgesetzes (28) ersieht man, daß q angibt, wieviel von der eingestrahlten Energie bei der Schwärzung der Platte zur Wirkung gelangt. Weitere Untersuchungen über das Schwärzungsgesetz[1]) haben ergeben, daß q nicht konstant ist, und daß man zu einer genaueren Form des Gesetzes gelangt, wenn man annimmt, daß q von der Intensität selbst abhängt. Danach gibt es für jede Plattensorte eine „optimale Intensität", bei der die Energiezufuhr auf die zu belichtende Platte am günstigsten wirkt. Sie ist von der Empfindlichkeit und der Gradation abhängig.

Es hat sich aber auch gezeigt, daß unsere frühere Definition der latenten Schwärzung nicht völlig berechtigt ist. Wir waren zu dem Satz gelangt, daß gleiche latente Schwärzung auf derselben Platte immer gleiche wirkliche Schwärzung ergeben müsse. Nun hat man gefunden, daß die optimale Intensität auch von der Entwicklungsart abhängt. Daher kann dieser Satz nicht mehr aufrecht

---

[1]) Publ. d. *APO* Potsdam **22**, V, Nr. 67 (1913).

erhalten werden. Unter Umständen können zwei verschieden stark belichtete Felder auf einer Platte bei einer Entwicklungsart dieselbe Schwärzung ergeben, bei einer andern aber nicht. Dies beweist, daß die Stärke des latenten Bildes nicht durch eine einzige Zahl definiert werden kann, sondern daß sie von mindestens zwei variablen Größen abhängig ist.

Hieraus leiten wir die Vorsichtsmaßregel ab, daß wir unsere photometrischen Messungen nicht unter allzusehr voneinander abweichenden Umständen anstellen dürfen. Sowohl in bezug auf die Intensitäten, die wir miteinander vergleichen wollen, als auch in bezug auf die Belichtungszeiten, die wir zur Vergleichung benötigen, müssen wir uns innerhalb gewisser Grenzen halten. Um es recht drastisch zu sagen: wir dürfen nicht aus den Schwärzungen, die sich durch die Momentaufnahme eines Sterns 0^m und durch die Daueraufnahme eines Sterns 15^m ergeben haben, den Größenunterschied beider Sterne bestimmen.

Achtes Kapitel.

Die photoelektrischen Methoden der Helligkeitsmessung.

Von den bisher besprochenen Methoden der Helligkeitsbestimmung ist die Durchmessermethode die einzige, die nicht auf einer Abschätzung der Gleichheit oder eines geringen Unterschiedes von Lichtintensitäten, sondern auf Längenmessungen beruht. Auch die photoelektrischen Methoden haben den großen Vorzug, daß bei ihnen das Auge nicht zur Intensitätsbeurteilung benutzt wird.

Die Selenzelle.

Man unterscheidet zwei Methoden der photoelektrischen Photometrie, die im Prinzip gänzlich voneinander verschieden sind. Die erste ist von *J. Stebbins*[1]) eingeführt worden. Bei ihr wird die Änderung, die der Leitungswiderstand des Selens bei verschiedener Bestrahlung erfährt, zur Bestimmung der Strahlungsenergie benutzt. Die lichtempfindliche Zelle besteht aus einem spiralig aufgewickelten Metalldraht, so daß ein kleiner flacher Teller gebildet wird.

---

[1]) *ApJ* **26**, 326 (1907); **27**, 183 (1908); **32**, 185 (1910).

Zwischen den Windungen der Spirale ist das kristallinische Selen verteilt. Um die Lichtempfindlichkeit dieser Zelle stets auf ihrem Höhepunkt zu halten, sind einige wichtige Vorsichtsmaßregeln anzuwenden: 1. muß die Zelle stets auf einer gleichmäßigen Temperatur unter dem Gefrierpunkt des Wassers gehalten werden, 2. muß stets ein schwacher elektrischer Strom hindurchlaufen, und 3. darf bei der Messung die Belichtungszeit höchstens auf eine Viertelminute ausgedehnt werden, worauf wieder eine Erholung von einer Minute eintreten muß. Die Zelle befindet sich gewöhnlich in einem mit Eis gekühlten Kasten; durch eine Öffnung kann das Licht vom Objektiv des Fernrohrs auf die Zelle auftreffen. Die Stromspannung wird auf etwa 6 Volt gehalten und der Widerstand des Selens mit einer *Wheatstone*schen Brücke bestimmt. Die Änderung des Leitungswiderstandes ist innerhalb der kleinen Beträge, um die es sich dabei handelt, proportional der Lichtintensität. Werden die beiden Sterne a und b gemessen und die Widerstände mit W, die Sterngrößen mit m bezeichnet, so ergibt sich fast unmittelbar:

$$W_a : W_b = 10^{0.4\,(m_a - m_b)}$$

und

$$m_a - m_b = \frac{1}{0.4}(\log W_a - \log W_b).$$

Die Anwendung der Selenzelle für die Bestimmung der Sterngrößen erfordert viel Geschick; vor allem ist die Wahl der Stromstärke und des Galvanometers von großem Einfluß auf den Erfolg. Die Meßgenauigkeit ist aber dafür sehr hoch, was daraus hervorgeht, daß mit dieser Methode die Bestimmung der Amplitude des sekundären Algolminimums ($0^m.06$) gelang. Sie bleibt aber wegen der geringen Lichtempfindlichkeit des Selens nur auf helle Sterne beschränkt und ist deshalb durch die im folgenden beschriebene Methode verdrängt worden.

Die Alkalizelle.

Die andere Art der lichtelektrischen Helligkeitsbestimmung ist zuerst 1910 und 1912 von *Elster* und *Geitel*[1]) bei einer Mond- und einer Sonnenfinsternis erprobt worden. Für äußerst geringe Lichtmengen, wie sie bei der Photometrie von Fixsternen vorkommen, ist diese Methode zuerst von *P. Guthnick*[2]) auf der Berliner Stern-

[1]) Phys. Zeitschr. **11**, 1212 (1910) und **13**, 852 (1913).

[2]) *AN* **196**, 357 (1913); Veröff. d. Stw. Berlin-Bbg. I, 1 (1914).

warte, sowie von *E. Meyer* und *H. Rosenberg*[1]) in Tübingen ausgearbeitet und angewandt worden. Auch *F. W. Schulz*[2]) in Urbana hat damit Versuche angestellt. Sie beruht im Prinzip auf dem sog. Photoeffekt von Alkalimetallen (Kalium, Natrium, Cäsium, Rubidium) in kolloidalen Lösungen, der darin besteht, daß aus der Oberfläche dieser Metalle beim Auftreffen von Licht unter gewissen Bedingungen Elektronen abgespalten werden, deren Anzahl der auffallenden Lichtenergie proportional ist, wie *Elster* und *Geitel*[3]) nachgewiesen haben. Die Abspaltung der Elektronen wird durch die Änderung der elektrischen Ladung der Photozelle gemessen.

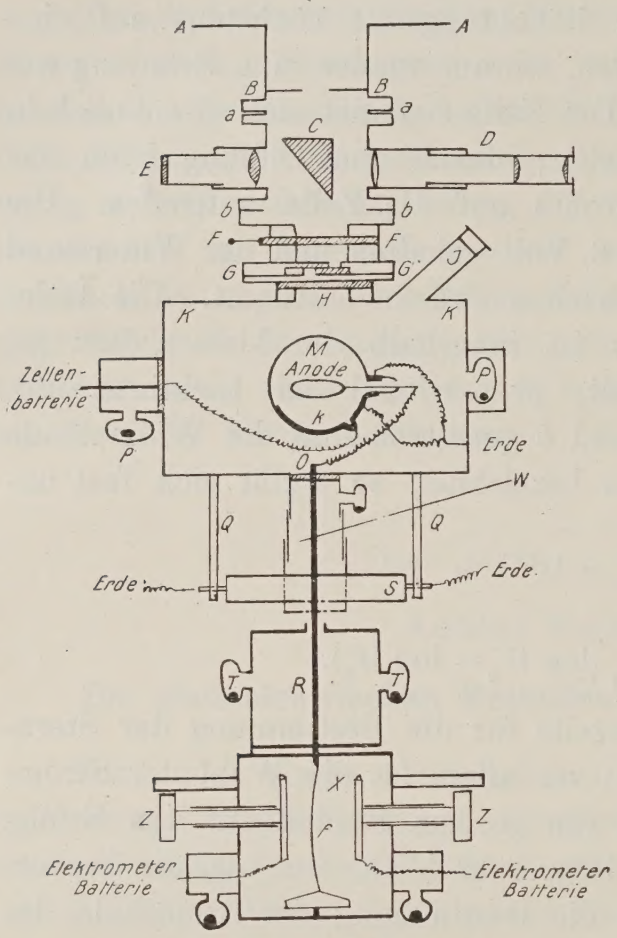

Fig. 29. Photoelektrische Zelle.

Die Anordnung des Apparates, wie man ihn in Babelsberg benutzt, soll hier beschrieben werden: Der Hauptbestandteil ist die lichtempfindliche Zelle, ein *UV*-Glasballon, in dessen Mitte ein Platinring als Anode hineinragt, während die empfindliche Kathode einen Teil der Wand bedeckt. Den Belag können Kalium, Natrium, Rubidium oder Cäsium bilden, die sich im kolloidalem Zustand befinden; der Glasballon ist mit Argon gefüllt. Je nach der Art des Alkalimetalls liegt das Empfindlichkeitsmaximum der Zelle in einem anderen Spektralgebiet. Die Empfindlichkeit selbst nimmt mit der Ladung zu. Treibt man die Ladung zu hoch, so setzt die leuchtende Entladung ein, die aber zu vermeiden ist. Die Zelle ist zum Schutz vor Licht in einem Kasten eingeschlossen, der durch metallisches Natrium trocken gehalten wird. Die Kathode steht zur Aufladung mit einer Batterie in Verbindung, kann aber auch zur

[1]) *VJS* **48**, 210 (1913).
[2]) *ApJ* **38**, 187 (1913).
[3]) Phys. Zeitschr. **13**, 379 (1912); **14**, 741 (1913); **15**, 610 (1914).

völligen Entladung an Erde gelegt werden, die Anode ist mit dem Elektrometer und beim Druck auf einen Taster mit der Erde verbunden. Diese Leitung ist ein komplizierter Teil des Instrumentes, weil das Elektrometer stets in vertikaler Stellung verbleiben muß. Ihre Kapazität muß möglichst klein gehalten werden, da es sich um die Messungen von außerordentlich geringen Elektrizitätsmengen handelt.

Der Apparat wird bei der Fläche AA an das Fernrohr angeschraubt. In Fig. 29 bedeuten:

Erklärung zur Fig. 29.

aa } bb }	Ringe, die eine Drehung des ganzen Apparats um die optische Achse des Fernrohrs ermöglichen.
BB	Irisblende im Brennpunkt des Fernrohrobjektivs. Sie wird so eng gestellt, daß möglichst wenig fremdes Licht, sondern nur das Licht des Sterns hindurchtritt. Der lichtempfindliche Belag k befindet sich weit außerhalb des Brennpunkts. Die geometrische Gestalt des Bildes ist für die Messung gleichgültig, nur die Lichtmenge ist maßgebend.
C	totalreflektierendes Glasprisma mit versilberter Hypotenusenfläche. Das Prisma erlaubt einerseits, im Ansatzrohr D die Öffnung der Irisblende zu sehen und zu prüfen, ob sich der Stern in der Mitte des Feldes befindet, andererseits Licht aus dem gegenüberliegenden, durch das Milchglasfenster E abgeschlossenen Rohr in die Zelle zu reflektieren. Mit Hilfe dieser Vorrichtung läßt sich die Proportionalität zwischen Lichtstärke und elektrischer Aufladung, die Grundbedingung für einwandfreies Photometrieren, untersuchen.
FF	Verschlußschieber zum Einsetzen von Lichtfiltern.
GG	Belichtungsschieber.
H	Glasverschlußfenster.
KK	Zellenkammer. Sie umschließt die Zelle M von allen Seiten lichtdicht,
(J, M)	nur durch H kann vom Fernrohr aus Licht eintreten und durch das Fenster J läßt sich die Glimmentladung beobachten.
P	Trockengefäße, mit metallischem Natrium beschickt.
O	Bernsteinplatte. Einführung der elektr. Zuleitung.
QQ Querträger }	für die kardanische Aufhängung des Elektrometers X.
S Welle }	
X	Elektrometer.
R	Zuleitung zum Elektrometer.
ZZ	Schrauben zum Verstellen der Schneiden des Elektrometers.

Als Elektrometer dient ein von *Th. Wulf*[1]) konstruiertes Einfadeninstrument, das vor allen anderen Elektrometerarten den Vor-

[1]) Phys. Zeitschr. 15, 250 (1914).

zug hat, daß es sich bei höchster Empfindlichkeit sehr schnell einstellt. Der Faden f wird am unteren Ende durch einen elastischen Quarzbügel gespannt und hängt zwischen zwei Influenzschneiden, die durch eine besondere Batterie aufgeladen werden, und deren Abstand durch die Schrauben Z reguliert wird.

Die Batterien für die Zelle und das Elektrometer müssen voneinander unabhängig sein. Die Zellenbatterie liegt mit ihrem positiven Pol an Erde, während ihr negativer mit einem Regulierwiderstand und der Kathode k in Verbindung steht. Von der Anode führt die Leitung zum Elektrometerfaden. Von großer Wichtigkeit ist eine gute Isolation aller Leitungen. Deshalb werden alle Räume, durch welche blanke Leitungen laufen, mit Natrium trocken gehalten. In neuester Zeit wird die ganze Innenwandung der Zelle M mit einem Silberüberzug versehen (mit Ausnahme der Stelle, an der das zu messende Licht eintritt), um vor dem unangenehmen Nachleuchten der Glaswand sicher zu sein.

Die Empfindlichkeit ist nicht nur für jede Zelle verschieden, sondern ihr Maximum liegt auch für jeden Alkalibelag in einem anderen Spektralbezirk: für kolloidales Natrium bei etwa 3400 Å.-E., für koll. Kalium bei 4350 Å.-E., für koll. Rubidium bei 4800 Å.-E., für koll. Cäsium bei 5000 Å.-E. Bei der praktischen Anwendung verschieben sich diese Gebiete wegen der Absorption durch das Fernrohrobjektiv stark nach Rot. Unter den sonstigen charakteristischen Eigenschaften der Zelle ist die Zunahme ihrer Empfindlichkeit mit der elektrischen Spannung für die Messungen von Wichtigkeit.

Die eigentliche Beobachtung beginnt mit der Aufhebung der Erdung von R, kurz nachdem noch die Stellung N_1 des Fadens f im Mikroskop abgelesen und der Zeitmoment T_1 dieser Ablesung notiert ist. Dann wird die Bewegung des Fadens verfolgt, indem sein Vorübergang an gewissen Teilstrichen n einer Skala zeitlich registriert wird. Man beobachtet im Mikroskop, genau wie es sonst bei astronomischen Durchgangsbeobachtungen z. B. im Meridian üblich ist, die Durchgangszeiten t_1 und t_2 durch zwei Teilstriche n_1 und n_2. Hierauf wird R wieder an Erde gelegt, die Zeit T_2 notiert und die Ruhelage N_2 des Fadens abgelesen.

Jede Helligkeitsbestimmung besteht demnach aus vier Zeitmarken auf dem Streifen des Chronographen, und zu jeder Marke gehört eine Ablesung der Stellung des Elektrometerfadens in bezug auf die Teilung. Die dem ersten und zweiten Durchgang (t_1 und t_2) entsprechenden Teilstriche (n_1 und n_2) sind bei allen Sternen dieselben.

Man hat also der zeitlichen Folge nach beobachtet:

die Zeitmomente: $T_1 \quad t_1 \quad t_2 \quad T_2$,
die Skalenteile: $N_1 \quad n_1 \quad n_2 \quad N_2$.

Nimmt man an, daß die Geschwindigkeit des Fadens der Lichtintensität proportional ist, und daß die Nullpunktsänderung zwischen den Zeiten T_1 und T_2 linear verläuft, so daß sie auch für das kleinere Zeitintervall $t_1 - t_2$ in entsprechender proportionaler Verkleinerung $(t_2 - t_1)/(T_2 - T_1)$ streng gilt, so ist die auf die Kathode auffallende Intensität proportional dem Ausdruck:

$$I = [(n_2 - n_1)/(t_2 - t_1)] - [(N_2 - N_1)/(T_2 - T_1)].$$

Beispiel[1]: Vergleichung der beiden Sterne δ Ursae maioris und γ Bootis. Als Abstand der beiden Skalenstriche, an denen der Durchgang des Fadens beobachtet wurde, waren $n_1 - n_2 = 10$ partes gewählt. Es sind die Mittelwerte aus je 4, bzw. je 8 Bestimmungen gegeben.

Beobachtet ist:

Stern	Zeit	Anzahl	N_1	N_2	$t_1 - T_1$	$T_2 - t_2$	$t_2 - t_1$
δ Urs. mai.	$17^h29^m.7$	4	$12^p.13$	$12^p.05$	$8^s.4$	$1^s.8$	$19^s.48$
γ Bootis	35.7	8	12.40	12.39	6.7	1.9	15.47
δ Urs. mai.	45.2	4	11.85	12.03	8.3	1.8	18.98

Reduktion:

Stern	δ Urs. mai.	γ Bootis	δ Urs. mai.
Sternzeit	$17^h29^m.7$	$17^h35^m.7$	$17^h45^m.2$
$N_2 - N_1$	$-0^p.08$	$-0^p.01$	$+0^p.18$
$T_2 - T_1$	$29^s.7$	$24^s.1$	$29^s.1$
$t_2 - t_1$	$19^s.48$	$15^s.47$	18.98
$(t_2 - t_1)/(T_2 - T_1)$	0.66	0.64	0.65
Diff. N	$-0^p.05$	-0^p 01	$+0^p.12$
$\log(10^p - \text{Diff. } N)$	1.0022	1.0004	0.9948
$\log(t_2 - t_1)$	1.2896	1.1895	1.2783
$\log I$	9.7126 − 10	9.8109 − 10	9.7165 − 10

Aus den Werten von $\log I$ lassen sich nach der bekannten Formel die Größendifferenzen berechnen.

In neuester Zeit ist es *H. Rosenberg*[2]) gelungen, durch „Verstärkerröhren", wie sie in der drahtlosen Telegraphie eingeführt sind, die Intensität der äußerst schwachen photoelektrischen Ströme zu vergrößern. Dadurch wird es ermöglicht, die Photoströme mit

[1]) Aus Veröff. d. Stw. Berlin-Bbg. I. 1, S. 20 u. 21 (1914).

[2]) Die Naturwissenschaften, 9. Jg., 359 u. 389 (1921).

Galvanometern zu messen, wodurch man von den Unbequemlichkeiten des Elektrometers frei wird. Die Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Röhren ist aber die Proportionalität zwischen dem primären und dem verstärkten Strom. Diese Bedingung ist zwar bei richtiger Wahl des Verstärkungsgrades (etwa 100000) innerhalb gewisser Grenzen nahezu erfüllt. Um aber trotzdem von der Proportionalitätsbedingung frei zu sein, wird bei der Messung von Sternhelligkeiten eine Kompensationsmethode angewendet. Diese Methode besteht darin, daß man alle zu messenden Objekte auf dieselbe Helligkeit mit *Nicol*schen Prismen abblendet, aus deren Drehung sich der Betrag der Abblendung nach Gl. (20) berechnen läßt. Die Helligkeitsbestimmung geschieht also in ähnlicher Art, wie mit dem *Zöllner*schen Photometer, der Unterschied liegt eigentlich nur darin, daß die Gleichheit der Intensitäten nicht mit dem Auge, sondern mit der photoelektrischen Zelle beurteilt wird, wodurch man die Sicherheit ganz erheblich steigert.

An Genauigkeit sind diese photoelektrischen Methoden allen übrigen Methoden weit überlegen.

Neuntes Kapitel.

Zusätze zur Photometrie.

Untere Grenze der Meßbereiche.

Die untere Grenze, bis zu der man mit den verschiedenen Methoden bei Helligkeitsmessungen gelangen kann, ist sehr u schiedlich. Natürlich hängt sie in erster Linie von der Lich des benutzten Fernrohrs oder Spiegels ab.

Bei der visuellen Photometrie kann man nicht soweit gehen, als man Sterne im Instrument überhaupt sehen kann. Zum Vergleichen der Helligkeit zweier Objekte ist im allgemeinen eine größere Bestimmtheit des Eindrucks erforderlich, als zum bloßen Erkennen. Man wird also niemals bis zur Sichtbarkeitsgrenze herabgehen dürfen, außer, wenn es sich um eine reine Abschätzung nach einer Gedächtnisskala handelt.

Die Sichtbarkeitsgrenze für ein Fernrohr ist leicht theoretisch abzuleiten. Wir hatten als Beziehung zwischen Sterngröße und Lichtintensität gefunden:

$$m_1 = -\frac{1}{0.4}\log I_1\,,$$

$$m_2 = -\frac{1}{0.4}\log I_2\,,$$

worin m die äußerste sichtbare Sterngröße und I die entsprechende Intensität, mit dem Index 1 in dem einen, mit dem Index 2 in einem zweiten Fernrohr bedeutet, deren freie Objektivöffnungen mit O bezeichnet seien. Da wir annehmen wollen, die Intensitäten dieser schwächsten Sternbilder verhielten sich wie die Quadrate der Öffnungen

$$I_1 : I_2 = O_1^{\,2} : O_2^{\,2}\,,$$

so erhalten wir:

$$m_1 - m_2 = -\frac{1}{0.4}(\log I_1 - \log I_2) = -\frac{2}{0.4}(\log O_1 - \log O_2)\,. \qquad (50)$$

Setzt man hierin $O_1 = 1$, d. h. bezieht man die Sichtbarkeitsgrenze auf ein Instrument mit einem Einheitsdurchmesser, so erhält man die Formel:

$$m_1 - m_2 = 5 \cdot \log O_2\,.$$

Es handelt sich also jetzt noch um die Feststellung der Größe im Einheitsinstrument, die natürlich empirisch vorgenommen werden muß. Oft hat man diese Einheitsgröße auf ein Instrument von einem engl. Zoll, später auf ein solches von 1 cm Öffnung bezogen.

Der Wert von m_2 schwankt sowohl für dasselbe Instrument, als auch für die verschiedenen Instrumente untereinander. Für das gleiche Instrument kann er beeinflußt sein durch die Luftverhältnisse, Ruhe und Schärfe der Bilder, Klarheit und Durchsichtigkeit, Helligkeit des Himmelshintergrundes. Für die verschiedenen Instrumente von gleicher Objektivöffnung kann er mit der Dicke und der Durchlässigkeit der Linsen, der Definition der Fokalbilder und in allen Fällen auch mit der Vergrößerung wechseln. Man kann unmittelbar dadurch, daß man die Sichtbarkeitsgrenze für verschiedene Instrumente bestimmt und auf das Instrument mit dem Einheitsdurchmesser bezieht, die Güte dieser Instrumente untereinander vergleichen. Das Instrument, das, bezogen auf das Einheitsinstrument, die äußerste, schwächste Sterngröße als Grenze ergibt, ist das relativ lichtstärkste.

In der folgenden Tabelle seien die Größen der schwächsten Sterne, die in Fernrohren von verschiedenen Durchmessern noch sichtbar sind, angegeben. Als Einheit ist der Durchschnitt der Resultate aus Bestimmungen an acht verschiedenen Instrumenten

gegeben. Dieser Wert ist für ein Rohr von 1 engl. Zoll Öffnung zu $8^m.5$ angenommen.[1]) Die Formel lautet dann, für Zentimeter umgerechnet (1 Zoll = 2.54 cm):

$$M = 6.5 + 5 \cdot \log \text{ (Öffnung in cm)}.$$

Öffnung	M	Öffnung	M	Öffnung	M	Öffnung	M
1 cm	$6^m.5$	7 cm	$10^m.7$	25 cm	$13^m.5$	60 cm	$15^m.3$
2 „	8.0	8 „	11.0	30 „	13.9	70 „	15.7
3 „	8.9	9 „	11.3	35 „	14.2	80 „	16.0
4 „	9.5	10 „	11.5	40 „	14.5	90 „	16.2
5 „	10.0	15 „	12.4	45 „	14.8	100 „	16.5
6 „	10.4	20 „	13.0	50 „	15.0		

Am meisten wird man sich bei den Vergleichsmethoden ohne Photometer der Sichtbarkeitsgrenze nähern dürfen, doch wird man immer noch $1\,^1/_2$—2^m darüber bleiben müssen, um einen bestimmten Eindruck von der Helligkeit der Sterne zu bekommen. Beim Photometrieren mit photometrischen Apparaten richtet sich die untere Grenze außerdem noch nach dem Lichtverlust in den optischen Medien. Im *Zöllner*schen Photometer ist er am geringsten und auf die Absorption und Reflexion durch die planparallele Glasplatte unter 45^0 beschränkt, da der Lichtverlust in den Prismen nur den künstlichen Stern trifft. Bei den *Pickering*schen Instrumenten ist die Einbuße bedeutender, da in dem *Rochon*schen Prisma mehr als die Hälfte des auffallenden Lichts verloren geht ($^3/_4{}^m$). Bei den Auslöschphotometern richtet sich der Meßbereich nach der Durchlässigkeit des Keils an seiner hellsten Stelle; man wird sich mit dieser Art von Apparaten der Sichtbarkeitsgrenze des Fernrohrs schon mehr nähern können.

Die photographischen Methoden haben gegenüber den visuellen den großen Vorteil, daß man durch Addition der Lichtenergie, d. h. durch Verlängerung der Expositionszeit, die Reichweite der Instrumente steigern kann. Mit der Durchmessermethode reicht man am weitesten zu den schwachen Sternen hinab. In dieser Beziehung ist diese Methode allen photometrischen bis jetzt überlegen, und eine Helligkeitsbestimmung von Sternen unter 14^m ist überhaupt nur auf diesem Wege möglich.

Bei der Photometrie, bei der die Transparenz der vom Sternlicht erzeugten Flächen gemessen wird, ist die Größe dieser Flächen

[1]) Aus *Hagen*, Die veränderlichen Sterne I. S. 98.

von wesentlichem Einfluß auf die Reichweite. Die Ausbreitung des Lichtes auf Flächen bringt eine beträchtliche Einbuße an Größenklassen mit sich, die durch Verlängerung der Expositionsdauer nicht so leicht ausgeglichen werden kann. Dazu kommt noch der Umstand, daß bei einigen Methoden die Aufnahmen mit verschiedenen Belichtungszeiten öfters wiederholt werden müssen.

Bei der Göttinger Aktinometrie sind mit einem Tessar von 4.5 cm Öffnung und 46 cm Brennweite drei Aufnahmen von $3^3/_4$, $11^1/_4$ und $33^3/_4$ Min. Dauer gemacht, so daß die ganze Exposition etwa 50 Min. für jede Platte in Anspruch nahm. Die Sterne $8^1/_2{}^m$ sind auf allen Platten meßbar vorhanden. Die Durchmessermethode hätte mit der gleichen Belichtungszeit die Sterne bis zu 12^m gegeben, allerdings mit geringerer Genauigkeit. Bei Steigerung der Genauigkeit dieser Methode durch Einführung von Lichtfiltern oder durch härtere Entwicklung wären die schwächsten Sterne wieder verloren gegangen, also wäre die Reichweite verringert worden.

Bei den photoelektrischen Methoden ist vor allem die Lichtstärke des Fernrohrs für die Reichweite maßgebend, fast gerade so wie bei der visuellen Photometrie, da man bei der allzu großen Ausdehnung der Belichtungsdauer auf Schwierigkeiten stößt. Das Selenphotometer ist in seiner Verwendung nur für die hellsten Objekte zu gebrauchen, weil man die Belichtungszeit wegen der Ermüdungserscheinungen des Selens auf 10 Sek. beschränken muß. Mit einem Fernrohr von 30 cm Öffnung machen Sterne 4^m schon Schwierigkeiten. Die Selenzelle ist deshalb jetzt wohl allgemein durch die Alkalizelle verdrängt, mit der man bei Verwendung eines 30 cm-Rohrs etwa bis zur $8^1/_2{}^m$ gelangen kann.

Die Genauigkeit der verschiedenen Methoden.

Vergleichen wir zum Schluß die Genauigkeit, die man mit den verschiedenen Methoden der Astrophotometrie erreichen kann, so steht die

photoelektrische Methode obenan. Mit der Zelle und dem Photoeffekt haben *Guthnick* und *Prager*[1]) eine Sicherheit in der Helligkeitsbestimmung von $^1/_2\,{}^0/_0$ erreicht, was etwa einem m. F. von $\pm 0^m.009$ entspricht.

Bei der Photometrie mit dem Auge müßte man nach dem *Fechner*schen Gesetz noch einen Unterschied von $1\,{}^0/_0$ entsprechend

[1]) Veröff. d. Stw. Berlin-Bbg. I, 1, 65 (1914).

$0^m.01$ erkennen können. Dieser Grenzwert war aber bei der Abschätzung von Flächen ermittelt worden. Bei punktförmigen Gebilden wie Sternen gilt er nicht mehr, bei ihnen erreicht die Unsicherheit $5\,\% = 0^m.055$. Dies entspricht auch ungefähr dem m. F. einer Messung der *PD.* mit dem *Zöllner*schen Photometer ($\pm\ 0^m.08$).

Die Genauigkeit der Auslöschphotometer dürfte im allgemeinen geringer sein.

Von den photographischen Methoden der Helligkeitsbestimmung gilt die der Schwärzungsbestimmung für die genauere. Der m. F. für eine Aufnahme ist mit $\pm\ 0^m.10$ zu veranschlagen, die Genauigkeit ist also etwas geringer als die der optischen Photometrie.

Bei der Durchmessermethode ist die Genauigkeit im allgemeinen viel geringer, jedoch kann sie soweit gesteigert werden, daß sie der Schwärzungsmethode nicht nachsteht, wie die Messungen der Yerkes Actinometry[1]) beweisen.

Die photographischen Methoden sind den visuellen aber dadurch überlegen, daß eine Häufung des Materials viel leichter möglich ist.

Was die Genauigkeit für Sterne verschiedener Helligkeit anlangt, so muß sie, solange die subjektive Helligkeit oder auch die Transparenz beurteilt wird, für helle wie für schwache Sterne gleich sein, weil nach dem *Fechner*schen Gesetz nur die Intensitätsverhältnisse in Frage kommen. In Wirklichkeit trifft dies nur innerhalb gewisser Grenzen zu. Für die Lage dieser Grenzen scheinen gewisse Ursachen maßgebend zu sein, die aber den Gültigkeitsbereich des psychophysischen Gesetzes nicht einengen, sondern in dem wechselnden Aussehen der Bilder und der Änderung der Auffassung, die damit verknüpft ist, zu suchen sind. Bei den Methoden, mit denen die Differenz der Lichtintensitäten bestimmt wird, bei den photoelektrischen und in gewissem Sinne auch bei der Durchmessermethode, verhält es sich anders. Da bei ihnen die Genauigkeit der Intensitätsmessung von der absoluten Intensität unabhängig bleibt, so muß sie nach der Umwandlung der Intensitäten in Größenklassen bei schwachen Sternen geringer erscheinen, wie sich aus dem *Pogson*schen Satz leicht erkennen läßt, denn der Unterschied in der Intensität zweier aufeinanderfolgender Größenklassen ist bei den schwachen Sternen geringer als bei den hellen.

---

[1]) *ApJ* **36**, 169 (1912).

Physiologische Fehlerquellen.

Die Helligkeitsdifferenzen, die wir durch die Vergleichung der Sterne miteinander erhalten, sind ohne weiteres zur Bearbeitung der Veränderlichen noch nicht brauchbar, da sie meistens noch mit systematischen Fehlern behaftet sind. Wir müssen daher zunächst diese Fehler zu ermitteln suchen und die Beobachtungen nach Möglichkeit davon befreien. Da die Fehler der Unvollkommenheit unserer Sinneswahrnehmung entspringen, also physiologischer Art sind, so können wir sie durch Übung vielleicht vermindern, jedoch nicht gänzlich vermeiden. Das Bestreben, uns während der Beobachtung so zu beeinflussen, daß sie verschwinden, wäre eher schädlich als nützlich, da sicherlich an ihrer Stelle nur neue unkontrollierbare Fehler auftreten würden. Man sucht deshalb die Beobachtungen immer so anzulegen, daß man den Einfluß später möglichst scharf bestimmen kann. Diese Fehler, die wir nach ihren Ursachen im folgenden getrennt behandeln wollen, sind teilweise nur den Stufenschätzungsmethoden eigentümlich, zum Teil kommen sie, wenn auch nur in ganz geringem Maße, bei allen photometrischen Messungen vor.

Die beiden ersten Fehlerarten sind vom Ort der Sterne am Himmel abhängig: der parallaktische Fehler und der Distanzfehler.

1. Der parallaktische Fehler. Unter dem parallaktischen Fehler versteht man die Abhängigkeit der Schätzung oder Messung des Größenunterschiedes zweier Sterne von der Lage ihrer Verbindungslinie zum Horizont. Da der Winkel, den diese Linie mit dem Horizont bildet — das Komplement des sog. parallaktischen Winkels — von der Zeit abhängt, so wird sich der parallaktische Fehler als Funktion des Stundenwinkels darstellen lassen. Seine Ermittlung geschieht, wenn nur das Schätzungsmaterial und keine besonderen Beobachtungen hierfür vorliegen, durch Anordnen der Messungen nach den Stundenwinkeln, in denen sie gemacht sind. Der Fehler läßt sich für jeden Beobachter gesondert feststellen, wenn er Sterne mit konstantem Helligkeitsunterschied in allen möglichen Stundenwinkeln mißt, wozu sich Zirkumpolarsterne ganz besonders eignen. Ein ähnlicher Fehler kann auch bei Messungen mit Photometern und auf photographischen Platten auftreten, denn es hat sich bei einigen Beobachtern gezeigt, daß das Urteil über die Gleichheit zweier Objekte je nach ihrer gegenseitigen Stellung im Gesichtsfeld verschieden ausfällt. Hier läßt sich der Fehler un-

schädlich machen, wenn man die beiden Objekte beim Messen stets in dieselbe Lage zueinander bringt. Als Ursache des Fehlers wird die Verschiedenheit der Empfindlichkeit der Netzhaut angegeben, woraus erhellt, wie wichtig es ist, jedesmal den Stern scharf zu fixieren, damit sein Licht in die Sehgrube des Auges fällt.

2. Der Distanzfehler. Beim Distanzfehler hängt die Schätzung der Helligkeitsdifferenz zweier Sterne von ihrem Winkelabstand ab. Da beide Objekte stets nacheinander fixiert, nie gleichzeitig beurteilt werden sollen, so spielt wohl das Erinnerungsbild und auch die Zeit, die zwischen dem scharfen Betrachten der beiden Sterne verstreicht, eine Rolle. Vielleicht wirkt auch die Zeitdauer mit, bis man zu einem Urteil gelangt, so daß sich in der Zwischenzeit der vorhergehende Eindruck etwas verwischt. Über diese Art der Beeinflussung liegen noch wenig Tatsachen vor.

Die drei folgenden Fehlerarten hängen von der physikalischen Beschaffenheit der Sterne ab.

3. Der Intervallfehler. Der Intervallfehler besteht in der Verschiedenheit des Stufenmaßes für große und für kleine Intervalle. Bei der Ableitung der Helligkeiten aus den Stufenschätzungen verfährt man im allgemeinen so, daß man annimmt, ein Intervall von 2, 3 oder 4 Stufen sei das 2-, 3-, oder 4-fache einer einfachen Stufe. Hierzu ist man im Grunde genommen bei der *Argelander*schen Methode nicht berechtigt, denn die Definition von *Argelander* vermeidet jedes Maßverhältnis der Stufen untereinander und spricht nur von geringen und mehr oder weniger in die Augen springenden Unterschieden.

Der Fehler kommt zum Vorschein, wenn Vergleichungen dreier Sterne untereinander vorliegen. Diese Sterne seien a, b und c und ihre beobachteten Helligkeitsdifferenzen seien mit Δ und entsprechenden Indizes bezeichnet.

Dann findet man:

$$\Delta = \Delta_{ab} + \Delta_{bc} - \Delta_{ac}. \tag{52}$$

Wenn kein Intervallfehler vorhanden ist, muß $\Delta = 0$ sein. Trifft dies nicht zu, so muß der Intervallfehler ermittelt werden.

Die Bestimmung des Intervallfehlers geht dann auch meistens von dieser Gleichung aus, namentlich wenn lange Reihen eines und desselben Beobachters vorliegen und außerdem die Vergleichsterne unmittelbar untereinander geschätzt sind. Das Material läßt sich alsdann nach der Anzahl der Stufen ordnen. Wir nehmen an, daß

drei Sterne, deren Größen in einer Skala fehlerfrei vorliegen, häufig miteinander in allen Kombinationen verglichen sind. (Wie wir aus unseren Beobachtungen zu einer solchen Skala gelangen können, soll später gezeigt werden.) Die Helligkeitsunterschiede der Sterne nach dieser Skala bezeichnen wir mit v, und mit n die Stufenzahlen, die den Helligkeitsunterschieden entsprechen, und die die Mittelwerte aus den Einzelschätzungen sein sollen. Wenn kein Intervallfehler in den Beobachtungen steckt, müßte der Quotient $v:n$ für alle Stufenzahlen n den gleichen Wert haben. Gewöhnlich zeigt aber der Quotient einen Gang mit der Größe von n, was auf die Einwirkung des Intervallfehlers zurückzuführen ist. Für jedes geschätzte Intervall mit der Stufenzahl n läßt sich dann eine Gleichung aufstellen, die die Form hat:

$$v/n = \alpha + \beta n + \gamma n^2, \tag{53}$$

worin α, β und γ als Konstante für die Korrektion des Intervallfehlers ermittelt werden müssen. Zunächst wird man sich wohl meistens auf das lineare Glied beschränken.

Für jeden Veränderlichen muß der Intervallfehler getrennt bestimmt werden, da die Erfahrung gezeigt hat, daß er sich von Fall zu Fall ändert.

4. Der Helligkeitsfehler. Unter dem Helligkeitsfehler versteht man die Verschiedenheit des Stufenmaßes bei gleichem Intervall, je nachdem es im Gebiet der hellen oder der schwächeren Sterne liegt. Der Helligkeitsfehler ist also eine Abweichung vom *Fechner*schen Satz, indem die Beurteilung eines Intervalls von der Helligkeit selbst abhängt. Vor allem bei der Schätzung der Größen nach der Gedächtnisskala kommt er dadurch zum Ausdruck, daß der Faktor ϱ der *Pogson*schen Formel (3a) nicht mehr konstant bleibt, sondern sich mit der Intensität I ändert. Durch Vergleichung der Größen der *BD* mit denen der *PD* hat man gefunden, daß durchschnittlich in dem Intervall von 3—6^m eine Größenklasse der *BD* nur 0^m.90 der *PD*, bei den schwächeren Sternen jedoch dasselbe Intervall einem solchen von 1^m.06 der *PD* entspricht. Auch bei der Bestimmung der Größen mit Photometern ist man der Gefahr des Helligkeitsfehlers ausgesetzt, wenn die Beobachtungen ein zu großes Intervall einschließen. Deshalb ist man auch beim Keilphotometer gezwungen, stets den Keil bis zum äußersten Ende zu untersuchen, da sonst eine dem Helligkeitsfehler ähnliche Abweichung eintreten kann.

Bei veränderlichen Sternen wird im allgemeinen dieser Fehler nur dann hervortreten können, wenn es sich um Variable mit großer Amplitude handelt. Bei Sternen mit geringer Lichtschwankung wird er sich mit dem Intervallfehler so vermischen, daß eine Trennung beider nicht möglich und wohl auch kaum nötig ist (vgl. hierüber auch S. 196 u. f.).

5. Der Farbenfehler. Da es bis jetzt streng genommen unmöglich ist, die Intensitäten verschieden gefärbter Lichtquellen miteinander photometrisch zu vergleichen, so ist man, um die Helligkeit farbiger Sterne in der Skala der weißen angeben zu können, zu einem Kompromiß gezwungen. Die Schätzungen verschiedener Beobachter werden je nach der Farbenempfindlichkeit ihrer Augen mehr oder weniger voneinander abweichen, wobei wegen der Verschiedenheit der Fokusierung unter Umständen auch das *Purkinje*sche Phänomen eine bedeutende Rolle spielt. Die Farbenempfindlichkeit unserer Augen ist, wie *Osthoff*[1]) gezeigt hat, selbst von einem Beobachtungsabend zum andern schnellem Wechsel unterworfen.

Man hat versucht, den Einfluß der verschiedenen Färbung dadurch zu vermindern, daß man schwach rötliche Gläser in den Strahlengang eingeschaltet hat. Da der Einfluß für jedes Instrument verschieden ist, muß man ihn genau festzustellen suchen und die Schätzungen auf eins der benutzten Fernrohre reduzieren. Auf solche Weise läßt sich das Beobachtungsmaterial vom Farbenfehler teilweise befreien und einheitlicher gestalten.

Zuletzt ist noch eine Fehlerart zu besprechen, deren Quelle in der Disposition des Beobachters zu suchen ist.

6. Die Voreingenommenheit. Wenn der Beobachter irgendwie schon vorher darüber unterrichtet ist, was er zu erwarten hat, so läßt er sich gar zu leicht in irgendeiner Richtung beeinflussen. Wenn er z. B. bei einem Algolminimum aus der Ephemeride die Zeit des kleinsten Lichtes kennt, so wird sich vielleicht ganz unbewußt eine gewisse Voreingenommenheit einstellen, die die Schätzungen affizieren kann. Die Literatur zeigt, daß solche Fälle der Beeinflussung gar nicht selten sind, und daß der Beobachter sich oft von dem, was er erwartete, leiten ließ, so daß er manchmal im Verlauf des Lichtwechsels der Wirklichkeit vorausgeeilt ist. Dieser Fehler läßt sich am sichersten vermeiden, wenn man sich vor der

[1]) *A N* 178, 59 (1908) und 212, 100 (1920).

Beobachtung über den zeitlichen Gang der Erscheinung möglichst wenig orientiert.

Auch das Festhalten der Stufenunterschiede zwischen den einzelnen Vergleichsternen in der Erinnerung gehört hierher, und gerade diese hier unliebsame Fähigkeit des Zahlengedächtnisses ist ein wunder Punkt der Schätzungsmethoden. Am besten lassen sich die einzelnen Beobachtungen aus dem Gedächtnis tilgen, wenn man sich für jeden Abend eine größere Reihe von Veränderlichen nacheinander vornimmt und die beobachteten Zahlen möglichst schnell zu Papier bringt.

Zum Schluß muß erwähnt werden, daß sich bei der Bearbeitung der Beobachtungen noch eine ganze Reihe von systematischen Abweichungen in der Auffassung einzelner Beobachter ergeben, deren Grund unbekannt bleibt. Manchmal sind Versehen, Verwechslungen der Vergleichsterne, Schreibfehler beim Notieren der Beobachtungen, oft auch örtliche Trübung des Himmels an solchen Entstellungen schuld. Dem Urteil des Berechners muß es überlassen bleiben, ob solche Daten von der weiteren Behandlung nicht besser ausgeschlossen werden. Vor allem sind dann immer die Beobachtungsbücher nachzusehen, ob sich irgendwelche Bemerkungen verzeichnet finden, die sich auf solche Fälle beziehen. Ebenso hüte sich der Beobachter, eine Bemerkung zu unterdrücken, möge sie ihm auch im Augenblick vielleicht unwichtig erscheinen.

Die Spektralphotometrie.

Bis jetzt haben wir die Helligkeitsbestimmungen behandelt, bei denen die Gesamtintensitäten der Sterne innerhalb eines großen, mehr oder weniger scharf abgegrenzten Wellenlängengebietes miteinander verglichen wurden. Sind dagegen die Spektralbezirke eng und scharf definiert, so hat man es mit der Spektralphotometrie zu tun. Intensitätsvergleichungen für die Zwecke der Spektralphotometrie können natürlich erst ausgeführt werden, nachdem das Licht der zu vergleichenden Lichtquellen in ein Spektrum zerlegt ist. Aus diesem Spektrum werden dann die zu untersuchenden Bezirke herausgeblendet und die Intensitäten, die gleichen Wellenlängen angehören, miteinander verglichen. Dies geschieht im Prinzip nach den oben angeführten Methoden.[1])

[1]) Siehe hierüber die Arbeiten von *J. Wilsing* und *J. Scheiner*, Publ. d. *APO* Potsdam **19**, Nr. 56 (1909) und *H. Rosenberg*, Abh. d. Leop. Carol. Akad. Halle **51**, 2 (1914).

Handelt es sich um die Vergleichung der Intensitäten verschiedener Wellenlängen in einem und demselben Spektrum, so stößt man auf ungeheuere Schwierigkeiten physiologischer Natur, weil bei der Beurteilung der Helligkeiten die Farbenunterschiede immer einen störenden Einfluß ausüben. Zwar sind zur Lösung dieser Aufgabe, namentlich in der Technik, eine Menge von Instrumenten angegeben worden, die auf den verschiedensten Prinzipien beruhen, aber keiner dieser Apparate kommt bei Fixsternen, mit Ausnahme der Sonne, zur Anwendung, weil es sich um zu geringe Strahlungsintensitäten handelt.

Zehntes Kapitel.

Die Extinktion.

Theorien.

Wenn ein Lichtstrahl ein Medium durchdringt, so geht ein Teil seiner Intensität darin verloren. Diese Erscheinung ist unter dem Namen Absorption bekannt. Sie ist nicht nur von den Eigenschaften des Mediums, durch das der Lichtstrahl hindurchgeht, sondern auch von der Länge des Weges, den er darin zurücklegt, abhängig. Da die Strahlen, die von den Sternen in unser Auge kommen, die Lufthülle der Erde durchlaufen müssen, so findet eine Absorption statt, die in der Astronomie Extinktion genannt wird. Sie ist eine fast allgemein bekannte Erscheinung; selbst dem wenig geübten Beobachter erscheinen z. B. die Sterne auf den Bergen heller als in der Tiefebene, und auch mit der Annäherung der Gestirne an den Horizont, namentlich bei Sonne und Mond, bemerkt man deutlich eine Helligkeitsabnahme. Zeigen doch photometrische Messungen, daß die Intensität eines Sterns in unmittelbarer Nähe des Horizontes um 95% gegen diejenige im Zenit geschwächt ist. Daher werden bereits Sterne unterhalb der dritten Größe in der Nähe des Horizontes für das freie Auge unsichtbar, während wir in großen Höhen noch solche sechster Größe zu erkennen vermögen.

Die Untersuchung der Extinktion läßt sich in zwei Probleme zerlegen:

1. die Ermittlung der Abschwächung des Sternlichts bei senkrechtem Durchgang der Strahlen durch die Atmosphäre, und

2. die Berechnung der Abschwächungszunahme mit dem Winkel, den die Richtung nach dem Stern gegen die Lotlinie bildet.

Wie im Anfang erwähnt wurde, hängt die Absorption zunächst von der Weglänge des Strahls im abschwächenden Medium ab. Es käme also auf die Berechnung der Wegstrecke an, die das Licht eines Sterns in unserer Lufthülle zurückzulegen hat. Unter einer plausiblen Annahme für die Höhe der Atmosphäre ist die Lösung dieser Aufgabe verhältnismäßig einfach, aber es wurde schon bemerkt, daß die Abschwächung außerdem noch von den Eigenschaften des durchlaufenen Mittels abhängt. Diese Eigenschaften ändern sich aber auf der ganzen Wegstrecke, vor allem mit der Dichte der Luft, und hierin liegt die außerordentliche Schwierigkeit des Problems. In dieser Beziehung ist es mit der Untersuchung über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre, die sog. Refraktion, innig verwandt, die bei der Positionsbestimmung der Gestirne eine wichtige Rolle spielt.

Die Ermittlung der Lichtabschwächung bei senkrechtem Durchgang der Strahlen durch unsere Lufthülle hat eigentlich mehr theoretisches, als praktisches Interesse für die Photometrie. Wenn wir nämlich alle unsere Messungen auf das Zenit des Beobachtungsortes beziehen, so ist eine Schwächung, die alle Sterne gleichmäßig erleiden, ohne Belang. Von großer Wichtigkeit ist dagegen die Behandlung der anderen Frage, nach welchem Gesetz die Abnahme der Helligkeit eines Sterns bei seinem Abstieg vom Zenit nach dem Horizont vor sich geht, weil davon überhaupt die Möglichkeit der Helligkeitsvergleichung von Sternen abhängt, die nicht dieselbe Höhe über dem Horizont haben.

Um den Einfluß der Weglänge und der wechselnden Dichte der Atmosphäre unmittelbar zusammenzufassen, verfährt man so, daß man die Abhängigkeit der Absorption von der Stoffmenge, d. h. der Luftmasse betrachtet, die der vom Stern zu uns kommende Lichtstrahl zu durchdringen hat. Diese Masse ist vor allem eine Funktion der Zenitdistanz z, aus der der Strahl kommt, und die man mit $F(z)$ bezeichnet. Die eigentliche Aufgabe der Extinktionstheorie ist die Berechnung von $F(z)$. Unter der Extinktion selbst versteht man dann allgemein den Unterschied der Helligkeit m_z eines Sterns in der Zenitdistanz z gegen seine Helligkeit m_0 im Zenit, wo $z = 0^0$ ist.

Den Zusammenhang zwischen der Extinktion $m_z - m_0$ und der Funktion $F(z)$ gibt die Formel:

$$m_z - m_0 = -\frac{1}{0.4}\log p\,[F(z) - 1], \qquad (54)$$

worin p den sog. Transmissionskoeffizienten bedeutet. Dieser Koeffizient ist das Verhältnis der scheinbaren Intensität im Zenit zur ursprünglichen Intensität außerhalb der Atmosphäre.

Die ersten, die das Problem der Extinktion zu lösen versuchten, waren *J. H. Lambert* und *P. Bouguer*, die Begründer der wissenschaftlichen Photometrie. Beide nahmen den Weg der Lichtstrahlen in der Atmosphäre als geradlinig an. Die Abweichung von der geraden Linie ist aber um so größer, je näher das Gestirn dem Horizont steht. Die Wegstrecken werden also durchweg etwas zu klein angenommen und deshalb muß sich auch nach ihrer Theorie die Extinktion zu gering ergeben. Der Fehler würde jedoch erst in der Nähe des Horizonts stark bemerkbar werden.

Unter der Voraussetzung, daß der Brechungsexponent auf dem ganzen Lichtweg konstant bleibt, läßt sich $F(z)$ in eine Reihe nach steigenden Potenzen von $\operatorname{tang} z$ entwickeln, in der jedes Glied mit bestimmten Koeffizienten multipliziert ist. Von diesen Koeffizienten ist nur der des ersten Gliedes bekannt, während zur Berechnung der übrigen eine Annahme über den Verlauf der Luftdichte mit der Höhe gemacht werden muß. *Lambert*[1]) verzichtet einfach auf die weitere mathematische Verfolgung des Problems und schlägt vor, die Koeffizienten aus den beobachteten Werten der Extinktion in verschiedenen Zenitdistanzen zu bestimmen. Dadurch wird die Gleichung für $F(z)$ zu einer reinen Interpolationsformel. Ein großer Übelstand dabei ist, daß in der Nähe des Horizontes, also gerade in der für die Kenntnis der Extinktion wichtigsten Gegend, die Glieder mit $\operatorname{tang} z$ unendlich groß werden.

Bouguer[2]) gründete seine Theorie auf eine bestimmte Annahme über die Änderung der Luftdichte mit der Höhe, nämlich auf das *Mariotte*sche Gesetz. Aus Beobachtungen hat er den Transmissionskoeffizienten der Erdatmosphäre ermittelt und nach seiner Formel eine Tafel für die Extinktion gerechnet, die bis etwa 80° Zenitdistanz brauchbar ist.

Die nächsten Untersuchungen über die Extinktion nehmen die Theorie der Refraktion zur Grundlage. *Laplace* hat eine Formel für $F(z)$ aufgestellt, bei deren Ableitung es ihm weniger darauf an-

[1]) Photometria sive de mensura et gradibus luminis ... Augustae Vindelicorum (1760). (Ostwalds Klassiker 31—33, 1892.)

[2]) Traité d'optique III 4, 315 (1760).

kam, eine Theorie der Extinktion des Lichtes zu geben, als vielmehr den Zusammenhang zwischen Refraktion und Extinktion zu zeigen.

Eine wichtige Rolle bei der Ableitung einer Refraktionsformel spielt das Verhältnis zwischen der Dichte D einer Luftschicht und ihrem Brechungsindex μ, dessen allgemeine Form durch die Gleichung

$$D:(\mu^{\alpha} - 1) = \text{constans} \qquad (54\,a)$$

ausgedrückt werden kann. In fast allen Refraktionstheorien wird der Exponent $\alpha = 2$ angenommen. Auch *Laplace* macht diese Annahme[1]), berechnet die Luftdichte nach dem *Mariotte*schen Gesetz und setzt den Absorptionskoeffizienten der einzelnen Schichten proportional der Dichte. Er gelangt schließlich zu der einfachen Beziehung zwischen Extinktion und Refraktion:

$$F(z) = K \cdot \text{Refr.}\,\text{cosec}\,z,$$

worin K eine Konstante bedeutet. Dabei hat er allerdings zur Vereinfachung den Faktor $(\mu \cdot r/a)^3$ vernachlässigt, worin μ den Brechungsindex, r den Krümmungsradius der betreffenden Luftschicht und a denjenigen der Erdoberfläche bedeutet. Dieser Faktor ist sehr nahe gleich 1 und der Fehler, der durch die Vernachlässigung entsteht, daher sehr klein. Auf der Grundlage von *Bessel*s Refraktionstafeln hat *Laplace* eine Tafel gerechnet, deren Werte mit den *Bouguer*schen wegen der Ungenauigkeiten, die in beiden Formeln etwa gleiche Beträge erreichen, bis $z = 87^0$ sehr nahe übereinstimmen (vgl. die Tafel auf S. 162.)

Die *Maurer*sche[2]) Extinktionstheorie bezweckt eine Vervollständigung der *Laplace*schen nach den bei der Refraktionsableitung üblichen Prinzipien. Der Exponent α in der Gl. (54a) wird $= 1$ angenommen. Die Ableitung der Formel enthält aber eine Reihe von Schwächen: über das Verhältnis der Brechungsexponenten zueinander wird eine vereinfachende Annahme gemacht, es wird nämlich für alle Schichten ein mittlerer Wert genommen, wodurch man allerdings die Schwierigkeit, die die Änderung des Index von Schicht zu Schicht mit sich bringt, vermeidet. Außerdem wird das Verhältnis der Höhe der Atmosphäre zum Erdradius zu $^1/_{100}$ angesetzt, es wird also angenommen, daß die Schichten über 64 km Höhe

---

[1]) Mécanique céleste IV, 282 (1805).

[2]) Die Extinktion des Fixsternlichtes . . . Diss. inaug. Zürich 1882.

nicht mehr absorbierend wirken. Die *Maurer*sche Theorie liefert durchweg zu kleine Werte (vgl. die Tafel auf S. 162).

Seeliger[1]) hat später die *Laplace*sche Formel in allgemeinerer Weise abgeleitet und die Potsdamer Extinktionstafel möglichst nahe darzustellen gesucht. Es ergaben sich dabei zwar kleine, aber doch ausgesprochen systematische Abweichungen, die namentlich in den mittleren Zenitdistanzen zu groß waren, als daß man sie durch Beobachtungsfehler erklären konnte. Durch diese Widersprüche wurde *F. Hausdorff*[2]) veranlaßt, die *Laplace*sche Formel noch einmal zu vervollständigen und mit ihr dann die Potsdamer Extinktionstafel zu vergleichen. Er kam zu dem Resultat, daß durch die strenge Entwicklung die Widersprüche eher noch vergrößert werden. In seinem Referat über diese Untersuchung weist aber *P. Kempf*[3]) nach, daß die Anwendung der Absorptionsformel auf die Potsdamer Tafel ohne weiteres unstatthaft sei, da diese Tafel nicht streng homogen sei. Dagegen zeigten die Helligkeitsmessungen *G. Müller*s[4]) auf dem Säntis, daß die *Laplace*sche Theorie innerhalb der erreichten Genauigkeit den tatsächlichen Verhältnissen vollständig entspreche.

Hausdorff[5]) war durch das Resultat seiner Arbeit veranlaßt worden, die einfache Beziehung zwischen Refraktion und Extinktion, die *Laplace* ausgesprochen hatte, in Abrede zu stellen und eine Untersuchung über die Absorption auf einem ganz anderen Prinzip aufzubauen. Er wählte dazu ein Verfahren analog demjenigen, das *H. Bruns*[6]) zur Untersuchung der Refraktion vorgeschlagen hatte. Es wird dabei umgekehrt wie bei den bisher üblichen Ableitungen verfahren. Das allgemein für die Ableitung einer Refraktions- bzw. Extinktionsformel angewandte Verfahren bestand, wie oben angedeutet wurde, darin, daß man auf Grund der von der Meteorologie gelieferten Daten Hypothesen über die Konstitution der Atmosphäre aufstellte, daraus die Dichte der Luft und auf diese Weise, unter Annahme einer bestimmten Beziehung zwischen Dichte und Brechungsindex bzw. Absorptionskoeffizient diese letzteren als Funktion der Höhe über dem Meeresniveau darstellte. Im Gegen-

---

[1]) Sitzber. d. Münchener Akad. II. Kl. 21, 247 (1891).

[2]) Über die Absorption des Lichtes. Sitzber. d. Sächs. Ges. d. W. 1895.

[3]) *VJS* 31, 2 (1896).

[4]) Publ. d. *APO* Potsdam VIII (1893).

[5]) Siehe die oben zitierte Abhandlung.

[6]) Zur Theorie der astr. Strahlenbrechung. Sitzber. d. Sächs. Ges. d. W. 43, 172ff. (1891).

satz dazu läßt *Bruns* bzw. *Hausdorff* die Hypothese, da eine solche nun einmal nicht zu umgehen ist, unmittelbar bei dem wirksamen Element, also dem Brechungsindex bei der Refraktion, oder der absorbierenden Kraft bei der Extinktion eintreten. Es wird gleich im Anfang für das eine Element eine passende Funktion des anderen, also für den Brechungsindex z. B. eine passend gewählte Funktion der Höhe über dem Erdboden, mit einer gewissen Anzahl von vorläufig unbestimmten Parametern eingeführt. Diese Konstanten müssen dann so bestimmt werden, daß ein möglichst guter Anschluß an die empirisch konstruierte Refraktions- oder Extinktionstafel erreicht wird. Hierbei wird also die analytische Form des Refraktions- bzw. Extinktionsausdruckes zum hypothetischen Element, und es ist vorauszusehen, daß man eine gute Darstellung der empirischen Tafel erzielt. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, daß jede Hypothese über die Konstitution der Atmosphäre fortfällt, der Nachteil aber ist, daß die Refraktions- oder Extinktionsformel auf den Wert einer Interpolationsformel herabgedrückt wird, solange man für die auftretenden Parameter keine physikalische Deutung hat. Es scheint sehr fraglich, ob sich eine solche Deutung jemals finden lassen wird.

Eine strenge Behandlung hat die Extinktion durch *A. Bemporad*[1]) erfahren, bei der auch über die Temperaturverteilung in der Atmosphäre mit der Höhe eine richtige Annahme gemacht wird. Von den beiden Hypothesen über die Temperaturabnahme nach oben, derjenigen von *Ivory* und der von *Schmidt*, wird die letztere zugrunde gelegt, weil sie die bei Ballonfahrten beobachteten Werte am besten darstellt. Nach ihr findet eine Temperaturabnahme von $6^{0}.1$ C für 1 km Erhebung statt.

In der Praxis benutzt man fast allgemein zur Reduktion der beobachteten Helligkeiten aufs Zenit die Potsdamer Tafeln von *G. Müller*.[2]) Diese Tafeln sind rein auf das praktische Bedürfnis zugeschnitten; sie sollten denjenigen Zuständen der Atmosphäre entsprechen, die bei den Beobachtungen selbst in Betracht kommen. Die Durchsichtigkeit der Luft ist bekanntlich großen Schwankungen unterworfen, und um ganz streng zu verfahren, müßte man die Zenitreduktionen je nach dem Luftzustand noch um ein geringes verändern. Die Potsdamer Tafel gilt für einen Luftzustand, der

[1]) Zur Theor. der Extinktion . . . Mitt. d. Stw. Heidelberg (1904).

[2]) Publ. d. *APO* III, 285 (1883).

verschieden ist, je nachdem die Höhen der Gestirne mehr oder weniger als 10^0 über dem Horizont betragen. Es ist einleuchtend, daß bei Messungen in größeren Höhen der Spielraum in der Auswahl der Beobachtungsnächte etwas weiter sein kann, als bei Helligkeitsbestimmungen in der Nähe des Horizontes. Während z. B. im ersteren Fall unbedenklich an Abenden gemessen werden darf, die zwar wolkenlos sind, an denen aber der Horizont bis zur Höhe von mehreren Graden hinauf dunstig ist, müssen solche Nächte für Beobachtungen in den äußersten Zenitdistanzen als unbrauchbar verworfen werden. Diesen Verhältnissen trägt die Extinktionstabelle Rechnung und legt für größere Höhen einen mittleren, für geringe dagegen einen hervorragend guten Zustand der Luft zugrunde. Dadurch entsteht eine Inhomogenität der Tafel, die bei gewissen Untersuchungen, z. B. beim Vergleichen mit einer auf rein theoretischem Wege gefundenen Extinktionsformel, wohl berücksichtigt werden muß.

Zum Vergleichen der Werte, welche die verschiedenen Extinktionstheorien liefern, diene folgende Zusammenstellung:

Extinktionswerte.

Zenitdistanz	*Bouguer*	*Laplace*	*Maurer*	*Bemporad*	Potsdam (empirisch)
0^0	$0^m.00$	$0^m.00$	$0^m.00$	$0^m.00$	$0^m.00$
60	0.20	0.20	0.19	0.20	0.23
70	0.37	0.37	0.36	0.37	0.45
80	0.89	0.89	0.80	0.90	0.98
85	1.80	1.80	1.38	1.84	1.77
87	2.72	2.71	1.78	2.81	2.61
88	3.53	3.49	2.04	3.69	3.33

Die Abhängigkeit der Extinktion von der Temperatur und dem Luftdruck.

Über die Änderung der Extinktion mit der Temperatur liegt bis jetzt noch keine hinreichende Untersuchung vor. Anders steht es jedoch bei dem Einfluß des Luftdrucks, da der mittlere Barometerstand im wesentlichen eine Funktion der Seehöhe des Beobachtungsortes ist. Die Abhängigkeit der Extinktion vom Druck ist sehr gering und kommt erst bei größeren Niveaudifferenzen zur Geltung. Man kann deshalb auf Barometer- und Thermometerablesungen beim Photometrieren im allgemeinen verzichten.

Der Transmissionskoeffizient.

Bei der Berechnung der Extinktion aus einer der theoretisch abgeleiteten Formeln spielt der Transmissionskoeffizient p der Atmosphäre stets eine bestimmende Rolle (siehe Gl. 54). Er läßt sich natürlicherweise nur aus Beobachtungen ableiten, und zwar sowohl aus solchen, die an demselben Beobachtungsort in verschiedenen Zenitdistanzen, als auch aus solchen, die in verschiedenen Höhenlagen der Beobachtungsstationen angestellt werden.

Aus den Beobachtungen *Müller*s in Potsdam (mittlerer Barometerstand 752 mm) und auf dem Säntis (569 mm)[1]) folgen die Transmissionskoeffizienten:

$$p\,(\text{Potsdam}) = 0.835 \quad \text{und} \quad p\,(\text{Säntis}) = 0.879\,,$$

so daß in der 2400 m dicken unteren Schicht bei senkrechtem Durchgang nur etwa 5 % des Lichtes absorbiert werden.

Vergleicht man die Extinktion an beiden Stationen in verschiedenen Zenitdistanzen, so erhält man folgende Differenzen im Sinne Potsdam—Säntis:

Zenitdistanz:	0°	60°	70°	80°	85°	88°
Differenz:	$+0^m.1$	$+0^m.2$	$+0^m.3$	$+0^m.4$	$+0^m.6$	$+0^m.9$

Die Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Die Ableitungen der Formeln für die Extinktion nehmen keine Rücksicht darauf, daß es sich um Licht von verschiedenen Wellenlängen handelt, sondern sie sind für monochromatisches Licht durchgeführt. Hierauf gründet sich ein Einwand, den *Langley*[2]) gegen diese Theorien erhoben hat. Er kommt dabei zu dem Schluß, daß der Energieverlust in der Atmosphäre überhaupt bedeutend größer sei, als ihn die Theorien ergeben haben. Nach seiner Ansicht müsse er mindestens den doppelten Betrag des bisher angenommenen erreichen. *Seeliger*[3]) entkräftigt die Argumente *Langley*s, indem er zeigt, daß in Wirklichkeit bei den Beobachtungen des Sternlichtes nur ganz engbegrenzte Bereiche der Wellenlängen im Auge zur Wirkung gelangen.

[1]) Publ. d. *A P O* Potsdam VIII (1893).
[2]) Amer. J. of Science, 3. Ser. Vol. 28, S. 163 (1884).
[3]) Ber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. Math.-phys. Kl. 21, 247 (1891).

Da wir aber nicht immer den gleichen Wellenlängenbereich beobachten, sondern sowohl die visuellen als auch die photographischen Helligkeiten bestimmen, so ist eine Untersuchung über die Abhängigkeit der Absorption von der Wellenlänge doch notwendig.

Bezeichnen wir mit

$I(\lambda)$ die Intensität eines Strahls außerhalb der Atmosphäre für eine Wellenlänge λ,
$f(\lambda)$ die Empfindlichkeit des Auges für dieses λ,
$k(\lambda)$ den Absorptionskoeffizienten für dieses λ,
S die Luftmasse, die der Strahl zu durchdringen hat,

so ist die Intensität, die in unser Auge gelangt und die wir empfinden:

$$I_0 = \int d\lambda\, I(\lambda) f(\lambda) e^{-k(\lambda) S}\,, \tag{55}$$

d. h. eine Summe, die sich aus lauter einzelnen Posten für die verschiedenen Wellenlängen zusammensetzt, von denen sich jede für sich etwas anders verhält.

Das Produkt $I(\lambda) \cdot f(\lambda)$ läßt sich spektralphotometrisch bestimmen. Dies ist zum ersten Male von *Fraunhofer*[1]) ausgeführt worden. Beim Sonnenspektrum zeigt die Darstellung von $I(\lambda)$ ein Maximum im Blau. Die Empfindlichkeit unseres Auges steigt aber vom Rot schnell zum Gelb an und fällt von dort wieder rasch zum Blau ab, so daß wir z. B. im Gelb schon eine zehnmal so kleine Energiemenge fühlen wie im Rot.

Die Funktion $k(\lambda)$ muß empirisch bestimmt werden. Der Zusammenhang zwischen $k(\lambda)$ und dem Transmissionskoeffizienten p ist durch die Gleichung

$$p = e^{-k(\lambda) S_0}$$

gegeben, worin e wieder wie oben die Basis der natürlichen Logarithmen und S_0 die Luftmasse bedeutet, die der Strahl eines im Zenit stehenden Sterns zu durchdringen hat. Folgende Tafel enthält den Transmissionskoeffizienten nach den Ermittlungen von *G. Müller*[2]):

---

[1]) Denkschr. d. Bayer. Akad. d. Wiss. Math.-phys. Kl. 5. 193 (1817).

[2]) Photometrie d. Gestirne S. 140. Diese Werte sind etwas größer als die von *Müller* [Publ. d. *APO* Potsdam 22, II Nr. 64 (1912)] im Jahre 1909 gefundenen, weil sie auf Beobachtungen in besonders klaren Nächten beruhen.

Wellenlänge Å-E.	Farbe	p
6600	Rot	0.87
6200	Orange	0.85
5800	Gelb	0.83
5400	Grün	0.81
5000	„	0.78
4600	Blau	0.74
4200	Violett	0.66

Aus dieser Übersicht ergibt sich, daß man einen anderen Transmissionskoeffizienten anzunehmen hat, je nachdem ob man im Gebiet der Strahlen beobachtet, die auf das Auge oder auf die photographische Platte oder die Photozelle am wirksamsten sind. Man muß also zuerst den Wellenlängenbereich und das Empfindlichkeitsmaximum für den photometrischen Apparat bestimmen, um den Transmissionskoeffizienten berechnen zu können. Am besten ist es jedoch, ihn unmittelbar aus Beobachtungen einzelner Sterne in verschiedenen Höhen, und zwar mit dem Apparat, mit dem die eigentlichen Messungen ausgeführt werden sollen, abzuleiten. Man legt dann die Extinktionstabelle für die visuellen Beobachtungen zugrunde (gewöhnlich die Potsdamer Tafel) und multipliziert die visuelle Extinktion mit einem Faktor, der je nach dem Wellenlängenbereich, in dem gemessen wird, verschieden ist.

Das Verhältnis der photographischen zur visuellen Extinktion ist für gewöhnliche Platten von *C. W. Wirtz*[1]) zu 2.1 gefunden worden. Es richtet sich nach dem Empfindlichkeitsmaximum der Plattensorte und wird auch manchmal bedeutend höher angenommen.

Für die photoelektrische Zelle hat man je nach dem Spektraltypus des Sterns und der Art der Kathode verschiedene Extinktionsfaktoren gefunden. Bei der Natriumzelle sinkt der Faktor von 2.2 für einen B0-Stern bis auf 1.4 für einen Ma-Stern. Bei der Rubidiumzelle sind die Beträge des Extinktionsfaktors nur etwa $^3/_4$ derjenigen für die Natriumzelle.

Die starke Abhängigkeit des Extinktionsfaktors vom Spektralcharakter, die sich bei den Beobachtungen mit der Natriumzelle zeigt, hat ihren Grund in der selektiven Absorption der Atmosphäre, die nach dem violetten Ende des Spektrums hin immer stärker zunimmt. Das an kurzwelligen Strahlen reichere Licht der B-Sterne

[1]) *AN* **154**, 360 (1901).

muß also wegen der stärkeren Violettabsorption beim Durchgang durch die Lufthülle in viel höherem Maße geschwächt werden als das an diesen Strahlen arme Licht der M-Sterne. Auch für visuelle Beobachtungen muß das Licht der weißen Sterne stärker absorbiert werden als das der roten, jedoch ist der Einfluß des Spektralcharakters hier viel geringer. Dies liegt daran, daß die Änderung des Transmissionskoeffizienten mit der Wellenlänge im Gelb kleiner ist als im Violett, dem Empfindlichkeitsbereich der Natriumzelle, und daß außer der kontinuierlichen selektiven Absorption auch noch die starke diskontinuierliche Absorption im Rot, die durch den Wasserdampf (s. S. 42) verursacht ist, zur Wirkung kommt. Infolgedessen wird der Unterschied im Betrag der Extinktion, der durch die stärkere Blauabsorption bei den B-Sternen hervorgerufen ist, durch die gesteigerte Rotabsorption bei den M-Sternen teilweise ausgeglichen.[1]) Auch das *Purkinje*sche Phänomen kann zu diesem Ausgleich beitragen, weil bei gleicher Intensitätsabnahme rotes Licht um einen größeren Betrag geschwächt erscheint als blaues.

Die Extinktion ist nicht in jedem Azimut die gleiche, sondern richtet sich nach der Umgebung des Beobachtungsortes. Befindet sich z. B. der Beobachter in der Nähe einer großen Stadt, so wird durch die aus ihr aufsteigende Dunst- und Rauchmasse die Extinktion in dieser Richtung größer sein. Auch der Wind, der diese trübe Masse oft weit mit sich fortführt, kann je nach seiner Richtung und Stärke die Extinktion beeinflussen.

Die Kenntnis des Extinktionsfaktors ist von großer Wichtigkeit, namentlich wenn es sich um die Vergleichung von Helligkeiten handelt, die nach verschiedenen Methoden beobachtet sind, und die sich auf verschiedene Spektralbezirke beziehen. Solche Vergleichungen dienen, wie schon im 4. Kapitel ausgeführt wurde, zur Bestimmung des Farbenindex, der aus der Differenz zwischen visueller und photographischer Größe gewonnen wird. In einem Helligkeitskatalog bezieht man nun die Größenangaben meistens auf das Zenit, und es ist leicht einzusehen, daß, wenn man dabei für die photographischen Helligkeiten z. B. einen zu kleinen Extinktionsfaktor anwendet, die auf das Zenit reduzierten Sterne durchweg zu schwach erscheinen. Leitet man nun den Farbenindex aus solchen Beobachtungen ab, so ergibt sich durchweg eine zu starke Tönung der Sterne.

---

[1]) Vgl. hierüber auch die Arbeiten von *E. v. d. Pahlen* [*AN* **193**, 49 (1913)] und von *G. Zipler* [Veröff. d. Stw. Berlin-Bbg. III, 2 (1921)].

Auch bei Beobachtungen veränderlicher Sterne können Fehler in der Extinktion leicht entstehen, wenn der Veränderliche in seinem Spektraltypus von den Vergleichsternen stark abweicht, da, wie wir sahen, sich der Transmissionskoeffizient mit der Wellenlänge verändert. Auch daraus ergibt sich die Mahnung, bei der Auswahl der Vergleichsterne solche zu bevorzugen, die mit dem Veränderlichen im Spektralcharakter oder der Färbung möglichst übereinstimmen.

Die Befreiung der Beobachtungen vom Einfluß der Extinktion (Absorption)

geschieht durch Anbringen der sog. Zenitreduktion $m_z - m_0$, wo m_0 die aufs Zenit bezogene Sterngröße bedeutet, während m_z die in der Zenitdistanz z beobachtete Größe ist. Die Zenitreduktion läßt sich aus den Extinktionstabellen mit dem Argument z entnehmen. (Am meisten ist die schon erwähnte Potsdamer Tafel im Gebrauch, die sich an mehreren Orten abgedruckt findet.[1]) Entweder ist darin unmittelbar der Wert von $m_z - m_0$ oder der von $(m_z - m_0)\log \varrho$ gegeben, wo ϱ die in der *Pogson*schen Formel vorkommende Konstante bedeutet, so daß man den Tafelwert erst mit $^1/_{0.4}$ multiplizieren muß, um die Reduktion in Größenklassen zu erhalten.

Die wahre Zenitdistanz z, das Argument der Potsdamer Tafel, erhält man aus dem Stundenwinkel t des beobachteten Sterns und seiner Deklination δ mit Hilfe der Formel:

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t,$$

die unmittelbar aus dem sphärischen Dreieck Zenit—Pol—Stern folgt, wenn man die geographische Breite des Beobachtungsortes mit φ bezeichnet. Die Zenitdistanz braucht übrigens bis 50° nur auf 1°, über 50° nur auf 0°.1 genau bekannt zu sein, wenn es nur auf $^1/_{100}{}^{\mathrm{m}}$ ankommt.

Man merke sich, daß durch die Anbringung der Extinktionsverbesserung sowohl die ursprünglich beobachtete Sterngröße, d. h. die Zahl, die diese Größe angibt, als auch die Differenz der beobachteten Größen zweier Sterne im Sinne tieferer — höherer Stern stets verkleinert wird.

---

[1]) U. a. Publ. d. *A O P* Potsdam 3, 285 (1883). *G. Müller*, Photometrie d. Gestirne S. 515 (1897).

Bei den Stufenschätzungsmethoden kommt es nur auf die Differentialextinktion an. Wenn man den Stufenwert genähert kennt, läßt sich die Beobachtung bei der Berechnung der Helligkeit eines Veränderlichen V unmittelbar in Stufen verbessern. Bezeichnet man wie früher (S. 83) mit a, c und V die wirklichen Helligkeiten der Sterne im Zenit, so beobachtet man infolge der Absorption anstatt dieser die Größen $a + E(a)$, $c + E(c)$ und $V + E(V)$, wo die E die betreffenden Extinktionswerte bedeuten. Setzt man diese Größen in die Formeln (16a) und (16c) ein, so erhält man als Reduktionsformeln:

$$V = \tfrac{1}{2}(a+c) + \tfrac{1}{2}(m-n) + \tfrac{1}{2}[E(a)-E(V)] + \tfrac{1}{2}[E(c) - E(V)], \quad (56\,a)$$

$$V = a + [E(a) - E(V)] + \big(m/(m+n)\big)\,\big((c-a)+[E(c)-E(a)]\big). \quad (56\,b)$$

Die in [ ] Klammern eingeschlossenen Größen sind die Differentialextinktionen.

Der Einfluß des Himmelshintergrundes.

Eine andere Art der Abschwächung der Sternhelligkeit, die auch als Extinktion bezeichnet wird, kommt durch die Erleuchtung des Hintergrundes zustande, auf dem der Stern steht. Diese Extinktion unterscheidet sich von der vorhin besprochenen ganz wesentlich dadurch, daß sie die Intensität des Sternlichtes nicht betrifft, weil sie mit der Absorption nichts zu tun hat. Sie ist nicht objektiv, sondern rein subjektiv, und beruht auf der Veränderung der Kontrastwirkung, die bei der Beurteilung von Helligkeiten eine wichtige Rolle spielt.

Die Helligkeit des Himmelshintergrundes kann verschiedene Ursachen haben, kosmische und terrestrische. Die kosmische Erhellung wird auch als Himmelslicht bezeichnet und rührt von dem Licht her, welches die Sterne ausstrahlen, oder auch welches kosmische Staubmassen reflektieren. In der Milchstraße ist der Himmelshintergrund am hellsten, seine Helligkeit nimmt nach den Polen der Milchstraße hin ab und ist dort nur noch etwa ein Drittel so stark. Bei der Bestimmung der wirklichen Sternhelligkeiten ist die Abhängigkeit der Beurteilung von der Erleuchtung des Hintergrundes von Belang, bei der Beobachtung des Lichtverlaufs veränderlicher Sterne ist jedoch der Einfluß des Himmelslichtes kaum von Bedeutung, weil die Sterne immer auf demselben Grund erscheinen und seine Wirkung stets von demselben Betrag ist.

Die terrestrische Erleuchtung des Himmels, die unter dem Namen des Erdlichtes bekannt ist, zeigt sich dem Beobachter in dunklen, aber wolkenlosen Nächten durch eine Zunahme der allgemeinen Himmelshelligkeit nach dem Horizont hin. Wenn dieses Licht nicht der Erde entstammte, sondern aus dem Weltenraum käme, so dürfte wegen der Absorption in der Atmosphäre keine Zunahme nach dem Horizont stattfinden, sondern die Helligkeit müßte gerade im Zenit am größten sein. Der Ursprung des Erdlichts ist bis jetzt noch nicht genügend aufgeklärt. Ein Teil von ihm ist sicherlich elektrischer Natur, was daraus hervorgeht, daß die grüne Nordlichtlinie fast stets im Spektroskop sichtbar ist, wenn es auf den unbewölkten Himmelsgrund gerichtet wird.

Das störende Nebenlicht.

Viel unangenehmer als die soeben beschriebene Erscheinung des Himmels- und des Erdlichtes ist die Aufhellung, die der Himmel oder das Gesichtsfeld im Fernrohr durch die Erleuchtung von hellen Gestirnen oder durch irdische Lichtquellen erfährt. Vor allem sind Sonne und Mond zu nennen, die durch ihre Dämmerung die Beobachtungen beeinträchtigen oder verhindern können. Das diffuse Licht des Mondscheins kann, namentlich bei farbigen Sternen, den Eindruck ihrer Helligkeit völlig verändern. Der regelmäßige Wechsel im Stand dieser beiden Gestirne kann sogar eine Veränderlichkeit von nicht variabeln Sternen oder auch sonst eine Lichtwechselperiode vortäuschen, weshalb Periodizitäten von der Dauer eines Jahres oder eines Monats zunächst immer verdächtig erscheinen müssen. Den Einfluß von Sonne und Mond vermeidet man am besten dadurch, daß man weder bei zu starker Dämmerung, noch bei zu hellem Mondschein (zwischen dem ersten und dem letzten Viertel) beobachtet.

Auch die großen Planeten und helle Fixsterne können, wenn sie dem zu messenden Objekt sehr nahe stehen, die Beobachtungen stören. Wenn sie sich gleichzeitig im Gesichtsfeld des Fernrohrs befinden, kann man ihren Einfluß dadurch stark abschwächen, daß man ihr Bild auf irgendeine Weise verdeckt. Eine Einrichtung, mit der man diesen Zweck bequem erreicht, ist der Occulter von *R. S. Newall.*[1]) Bei ihm lassen sich kleine undurchsichtige Scheiben, die an dünnen

[1]) *MN* 47, 33 (1887).

Drähten befestigt sind, an die Stelle im Gesichtsfeld bringen, die das störende Objekt einnimmt.

Der Einfluß der Verschiedenheit in der Erhellung des Hintergrundes durch das Nebenlicht ist bei visuellen Beobachtungen schwer in Rechnung zu ziehen. Die Wirkung läßt sich erkennen, wenn man mit verschiedenen Vergrößerungen beobachtet, weil sich dabei die Flächenhelligkeit des Grundes anders verhält als die Punkthelligkeit der Sterne.

Bei photographischen Helligkeitsbestimmungen, vor allem bei denen nach der Schwärzungsmethode, bewirkt der Hintergrund eine Plattenverschleierung, wodurch die Schwärzung zu stark ausfällt, der Stern also zu hell erscheint. Durch Messung der Dichte des Schleiers läßt sich dieser Einfluß berücksichtigen, allerdings nicht in voller Strenge. Denn bei ungleichmäßiger Verschleierung können Änderungen in der Gradation der Platte eintreten, die schwer zu erkennen sind (vgl. S. 138).

Bei der photoelektrischen Methode kann die Verschiedenheit des Himmelsgrundes die Messungen ebenfalls beeinflussen, obgleich man durch richtige Wahl der Fokalblende das störende Nebenlicht immer nach Möglichkeit abzuhalten sucht. Der Einfluß der Erhellung läßt sich aber bestimmen, indem man in unmittelbarer Nähe des zu messenden Objekts allein den Hintergrund photometriert und den Effekt nachher in Rechnung stellt. Derartige Untersuchungen haben gezeigt, daß ihr Einfluß z. B. nicht allein von der Phase und der Stellung des Mondes, sondern auch von den atmosphärischen Bedingungen abhängt, unter denen die Beobachtungen angestellt werden.

Unter den irdischen Lichtquellen, durch die die Beobachtungen gestört werden können, sind vor allem die Laternen in den Straßen der Städte und auf Bahnhöfen zu nennen. Nicht allein die unmittelbar sichtbaren Lichter wirken nachteilig — dagegen ließe sich durch irgendwelche Deckung leicht Schutz finden —, das schlimme ist, daß durch die meist sehr große Anzahl von Lichtspendern die über den Städten in der Luft schwebenden Staub- und Rauchteilchen, die für sich allein schon die Absorption erhöhen, beleuchtet werden und das Gesichtsfeld erhellt wird, so daß die schwächeren Sterne nicht hervortreten.

Auch Lampen im Beobachtungsraum können stören, selbst wenn sie nur wenig Licht verbreiten. Bei der Verwendung von farbigem Licht ist Vorsicht geboten, weil dadurch die normale Farbenempfindlichkeit des Auges beeinträchtigt werden kann.

Zehn Gebote für den Beobachter.

Zum Schluß seien noch einige für die Praxis wichtige Vorsichtsmaßregeln zusammengestellt, die sich aus den obigen Betrachtungen ergeben:

1. Man beobachte nie in allzu großen Zenitdistanzen. Für visuelle Beobachtungen kann 70°, für aktinische 60° als das äußerste gelten, wenn es auf größte Sicherheit ankommt.

2. Vor allem sind größere Höhendifferenzen zwischen dem Variabeln und den Vergleichsternen schädlich.

3. Man vermeide auch große Differenzen im Azimut der Sterne (außer in der Nähe des Zenits).

4. Man wähle die Vergleichsterne möglichst von derselben Farbe, die der Variable hat.

5. Auch berücksichtige man bei der Auswahl der Vergleichsterne für die Beobachtung, daß der Messungsfehler im allgemeinen mit der Größendifferenz zunimmt.

Punkt 2—5 lassen sich kurz zusammenfassen:

Die Vergleichsterne sollen dem Veränderlichen möglichst nahestehen, sowohl in bezug auf Helligkeit und Tönung, als auch in bezug auf die Position.

6. Man beobachte nicht, wenn Dämmerung oder Mondschein zu stark stören.

7. Man vermeide beim Beobachten jede Störung durch künstliche Beleuchtung.

8. Man richte die Beobachtungen so ein, daß die Vergleichungen in bezug auf den Veränderlichen symmetrisch liegen, um Änderungen in der Durchsichtigkeit der Luft nach Möglichkeit unschädlich zu machen.

9. Jede Besonderheit beim Beobachten, mag sie zunächst auch noch so unwichtig erscheinen, notiere man im Beobachtungsbuch. Bei der Berechnung und der Diskussion können solche Bemerkungen von großem Nutzen sein.

10. Wenn die Luftverhältnisse zum Beobachten ungeeignet sind, unterlasse man die Beobachtung lieber vollständig. Man benutze die Zeit besser zur Berechnung anderer Beobachtungen.

Dritter Abschnitt.

Die Bearbeitung der veränderlichen Sterne.

Elftes Kapitel.

Die Benennung.

Die erste vorläufige Bezeichnung.

Wenn ein Stern als Veränderlicher erkannt wird, so erhält er zunächst eine vorläufige Bezeichnung. Sie besteht aus zwei durch einen Punkt voneinander getrennten Zahlen und dem Namen des Sternbilds, in dem der Stern steht. Die erste der beiden Zahlen ist die Entdeckungsnummer, die alljährlich mit 1 beginnend fortlaufend gezählt wird. Die zweite Zahl gibt das Entdeckungsjahr an. So bezeichnet 120.1906 Persei den 120. im Jahre 1906 entdeckten Variabeln und seinen Standort im Sternbild des Perseus.

Diese vorläufige Bezeichnung behält der Veränderliche solange, bis über seinen Lichtwechsel genauere Feststellungen vorliegen, so daß er in das Verzeichnis der übrigen Veränderlichen unter Hinzufügung der Buchstaben an Stelle der Zahlen eingereiht werden kann.[1])

Die Bezeichnung der A. G.

Die Benennung der Variabeln mit den großen Buchstaben des lateinischen Alphabets ist von *Argelander* eingeführt worden, und zwar benutzte er die letzten Buchstaben von R bis Z. Nur bei den Sternen, die schon eine andere Bezeichnung hatten, behielt er die alte bei, wie bei α Cassiopeiae, o Ceti, β Persei, ϱ Herculis.

Als sich die Zahl der Entdeckungen veränderlicher Sterne immer mehr vergrößerte, mußte die Nomenklatur erweitert werden. Die *A. G.* wählte zu diesem Zweck Doppelbuchstaben, so daß auf

---

[1]) *AN* **154**, 77 (1901).

Z die Amben RR, RS usw. folgen. An RZ schließt sich als nächster Stern SS an. Wenn auf diese Weise alle Schlußbuchstaben des Alphabets verbraucht sind, beginnt hinter ZZ eine Folge der Anfangsbuchstaben in Verdoppelung, die von AA, AB ab in gleicher Weise fortschreitet:

Die *A. G.* bedient sich also bei der Bezeichnung der Variabeln folgender Reihe:

R, S, T, ... Z, RR, RS, RT, ... RZ, SS, ST, ... TT, ...
YY, YZ, ZZ, AA, AB, ... AZ, BB, BC ...

Auf diese Weise kann man $9+26\cdot25/1\cdot2=334$ Bezeichnungen für Veränderliche in demselben Sternbild erhalten, eine Zahl, die noch für lange Zeit ausreicht.

Die Bezeichnung im Annuaire du Bureau des Longitudes.

Eine andere, vielleicht einfachere Art der Benennung hatte das in Paris erscheinende Annuaire du Bureau des Longitudes eingeführt; es verwandte statt der Doppelbuchstaben einfach die Wiederholung der großen Buchstaben von R an, aber mit einem oberen Index, so daß also R^2 statt RR gesetzt wurde, R^3 statt SS. Mit dem Jahr 1910 hörten die Publikationen der Veränderlichen im Annuaire auf, so daß damit diese Benennung von selbst verschwand.

Da man häufig noch die Veröffentlichungen des Annuaire du Bureau des Longitudes zu Rate ziehen muß, sei eine Vergleichungstafel für beide Benennungsweisen angeführt.

A. G.	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
R	R^2	S^2	T^2	U^2	V^2	W^2	X^2	Y^2	Z^2
S		R^3	S^3	T^3	U^3	V^3	W^3	X^3	Y^3
T			Z^3	R^4	S^4	T^4	U^4	V^4	W^4
U				X^4	Y^4	Z^4	R^5	S^5	T^5
V					U^5	V^5	W^5	X^5	Y^5
W						Z^5	R^6	S^6	T^6
X							U^6	V^6	W^6
Y								X^6	Y^6
Z									Z^6

	A	B	C	...	H	I	K	...	X	Y	Z
A	R^7	S^7	T^7	...	Y^7	Z^7	R^8	...	V^9	W^9	X^9
B		Y^9	Z^9	...	V^{10}	W^{10}	X^{10}	...	S^{12}	T^{12}	U^{12}

So trägt z. B. der Stern U^3 des Annuaire im Katalog der *A. G.* die Benennung SV und der Stern V^{10} des Annuaire bei der *A. G.* die Bezeichnung BH.

Bezeichnung nach André, Chandler und Harvard.

Eine sehr einfache Art der Bezeichnung hat *Ch. André*[1]) vorgeschlagen: er gibt jedem Veränderlichen den Buchstaben V mit einer Nummer, die für jedes Sternbild von 1 an fortlaufend gezählt wird. Diese Bezeichnung hat aber nirgends Eingang gefunden.

Andere Bezeichnungen, Numerierungen, die der Einordnung der Sterne in Kataloge dienen sollen, sind von *Chandler*[2]) vorgeschlagen. Die Nummern in seinen drei Katalogen sind das Zehntel der in vollen Zeitsekunden ausgedrückten Rektaszensionen für das Äquinox 1900.0. Z. B. Algol: AR (1900) = $3^h1^m40^s = 10900^s$. *Chandler*sche Nummer = 1090.

Eine größere Verbreitung hat die in den *Harvard*-Katalogen übliche Numerierung gefunden, die außerdem das Auffinden der Sterne erleichtert. Jede Nummer eines Sterns besteht hier aus drei Gruppen von je zwei Ziffern, die erste Gruppe gibt die AR-Stunde, die zweite die Minute und die dritte die Deklination, gültig für 1900. Haben mehrere Sterne dieselbe Nummer, so bekommt die Nummer des zuerst entdeckten ein a, die des folgenden ein b usw. angehängt. So ist:

194632 der Stern χ Cygni in 19^h46^m, $+32^0$ (1900).

Beim Aussprechen wird die sechsstellige Zahl in drei Gruppen zu zwei Ziffern geteilt und ähnlich wie bei den Telephonnummern gesagt:

neunzehn, sechsundvierzig, zwounddreißig, nord.

Die Sterne auf der Südhalbkugel werden zum Unterschied zu denen auf der nördlichen *kursiv* gedruckt, z. B. *o* Ceti: AR (1900) 2^h14^m, Dekl. (1900) -3^0. Bezeichnung nach *Harvard*: *021403*.

Bezeichnung der Variabeln in Sternhaufen.

Für die Variabeln in Sternhaufen reichen wegen ihrer großen Häufigkeit und ihrer engen Zusammendrängung die für die gewöhnlichen Veränderlichen üblichen Bezeichnungen nicht aus. Man hat

---

[1]) Traité d'Astronomie stellaire I, 303 (1899).

[2]) *A J* 179/180 (1888).

deshalb für sie besondere Arten der Benennung gewählt. Die drei gebräuchlichen Arten der Numerierung sind[1]):

1. Für die auf dem *Harvard*-Observatorium entdeckten Variabeln ist eine fortlaufende Nummer mit vorangestelltem *H* eingeführt. Zur Identifikation muß der genannte Band nachgesehen werden, z. B. *H* 197.

2. Für Veränderliche in Sternhaufen und Nebelflecken sind ebenfalls Nummern angesetzt mit Voranstellung der Ordnungsnummer des New General Catalogue (abgek. *NGC*) von *Dreyer*.[2]) Auch diese Nummern müssen in den betreffenden Publikationen aufgesucht werden. *H* 197 ist dann bezeichnet mit *NGC* 104, 1.

3. Man bezeichnet den Stern durch rechtwinklige Koordinaten in bezug auf einen Anfangspunkt, der im Mittelpunkt des Sternhaufens liegt und dessen Ort für das Äquinoktium 1900 durch die sechsstellige Zahl in der gleichen Weise wie oben angeführt, bestimmt wird. Der Stern *H* 197 hat dann die dritte Bezeichnung *001972* + 36″.8 — 112″.6. Danach steht der Stern 36″.8 in AR folgend und 112″.6 südlich vom Koordinatenanfangspunkt, der selbst wieder eine AR = 0^h19^m und eine Deklination von — 72° hat.

Zwölftes Kapitel.

Die Sternverzeichnisse und Sternkarten.

Die Positionskataloge.

Um die Sterne, die scheinbar ganz regellos über den Himmel verstreut sind, jederzeit identifizieren zu können, hat man Kataloge hergestellt, die die Örter der Gestirne bezogen auf irgendein Koordinatensystem und gültig für eine bestimmte Epoche enthalten. Als Koordinatensystem hat man ein sphärisches, das des Äquators, in manchen Fällen auch ein rechtwinkliges gewählt. Da sich durch die Präzession die Lage des Koordinatenanfangspunkts und die Richtung der Bezugsachsen mit der Zeit verändern, so ist es notwendig, das Äquinoktium, für welches das System gilt, anzugeben. Die Angabe der Epoche ist nötig, weil die Sterne untereinander in verschiedener Weise bewegt sind. Diese eigene Bewegung ist im

---

[1]) *HA* 53, 147 (1905).

[2]) Mem. *RAS* 49, 1 (1888).

allgemeinen sehr klein und braucht bei der Identifikation der Sterne kaum berücksichtigt zu werden.

Man unterscheidet zwei Arten von Positionskatalogen; die erste gibt den Ort eines Sterns nur genähert, aber für die Identifikation mit hinreichender Genauigkeit, die zweite Art jedoch mit größter erreichbarer Schärfe, da sie auch noch anderen Zwecken zu dienen hat.

Zur Auffindung der Sterne am Himmel dienen die Sternkarten, die in Verbindung mit den Helligkeiten als graphische Darstellung der Kataloge angesehen werden können. Das bei ihnen eingezeichnete Koordinatensystem gilt nur für ein bestimmtes Äquinoktium. Seine geringe zeitliche Veränderung kommt aber beim Gebrauch am Fernrohr kaum in Betracht, da dem Beobachter nur die gegenseitige Stellung der Gestirne von Belang ist.

Das wichtigste Sternverzeichnis ist die Bonner Durchmusterung (abgekürzt *BD*)[1] von *Argelander* und *Schönfeld*. Es enthält sämtliche Sterne bis zur neunten Größe und auch noch viele schwächere zwischen dem Parallel 2 Grad südlicher Deklination und dem nördlichen Pol. Die Fortsetzung nach Süden bis -23^0 Dekl. bildet die südliche Durchmusterung[2] — auch *SD* abgekürzt. Daran schließt sich nach Süden die auf der Sternwarte zu Cordoba beobachtete Cordobaer Durchmusterung (*CD*).[3]

In diesen Durchmusterungen ist der Himmel in Zonen von 1^0 Breite eingeteilt. Die Numerierung der Sterne beginnt in jeder Zone bei 0^h AR mit 1 und schreitet mit wachsender AR fort. Die Nummern der Sterne sind nicht besonders aufgeführt, sondern über jeder Kolumne des Verzeichnisses steht nur die Nummer des ersten und des letzten in ihr enthaltenen Sterns. Dadurch, daß nach jedem zehnten Stern ein größerer Zwischenraum frei gelassen worden ist, vereinfacht sich das Abzählen. Der Katalog gibt für jeden Stern die Helligkeit in Größenklassen, seine AR und seine Deklination.

Diese Durchmusterungen machen es möglich, jeden darin enthaltenen Stern durch die Zone, zu der er gehört, und die Nummer zu bezeichnen. So bedeutet $BD + 45^0 1077$ den Stern Nr. 1077 in der Zone 45 Grad der nördlichen Durchmusterung. Dieser Stern ist sonst bekannt unter dem Namen Capella oder α Aurigae.

---

[1]) Bonner Beob. III—V, 2. Aufl. (1903).

[2]) Astr. Beob. auf d. Stw. Bonn VIII (1886).

[3]) Resultados del Observatorio nacional Argentino **16** (1892), **18** (1900). (Vorl. von -22^0 bis -52^0.)

Die Helligkeit der Sterne ist in diesen Katalogen bis auf eine zehntel Größenklasse gegeben. Die Größenangaben sind weder für die drei Kataloge, noch innerhalb ein- und desselben Verzeichnisses homogen.

Die Cape Photographic Durchmusterung (*CPD*,[1]), am Kap der guten Hoffnung beobachtet, reicht von -18^0 bis zum Südpol, gibt aber nicht die visuellen, sondern die photographischen Helligkeiten. Ihre Anordnung ist die gleiche wie die der anderen Durchmusterungen.

Die Positionen der Sterne in der *BD* und *SD* beziehen sich auf das Äquinoktium von 1855.0, die der beiden anderen Durchmusterungen auf 1875.0.

Nach den visuellen Durchmusterungen sind Sternkarten hergestellt worden, die hauptsächlich zum Aufsuchen der im Katalog enthaltenen Sterne am Himmel dienen.

Handelt es sich um die Bezeichnung noch schwächerer Sterne als 9^m, so muß man die internationale Carte photographique du Ciel zu Hilfe nehmen, an deren Ausführung eine ganze Reihe von Sternwarten beteiligt ist, unter die die zu bearbeitenden Himmelsgegenden nach Zonen verteilt sind. Die Positionen der Sterne werden in rechtwinkligen Koordinaten gegeben, deren Anfangspunkte die Mitte der Platte bilden. Das Identifizieren der Objekte ist hier bedeutend umständlicher, weil bei den meisten Katalogen die Umrechnung in sphärische Koordinaten noch nicht ausgeführt ist, sondern nur die gemessenen rechtwinkligen Koordinaten und die Plattenkonstanten gegeben sind, mit deren Hilfe man allerdings die Aquatorialkoordinaten leicht berechnen kann.

Die photometrischen Kataloge.

Bei der Beobachtung der Durchmusterungen ging neben der Bestimmung der Sternpositionen die Schätzung der Helligkeit nach einer Gedächtnisskala einher. Die Genauigkeit der Größenangaben ist deshalb nicht allzu groß und für feinere Zwecke nicht ausreichend. Hierfür hat man daher besondere Kataloge hergestellt, bei denen auf die Ortsbestimmung vollständig verzichtet und alle Sorgfalt auf die Erzielung höchster Genauigkeit in den Helligkeitsangaben verwendet wurde. Natürlich konnte dieser Zweck nur mit Hilfe von Photometern erreicht werden.

[1]) Ann. of Cape Obs. III—V (London 1896—1900).

a) Kataloge für visuelle Sterngrößen. Während kleinere Helligkeitsverzeichnisse schon bald nach der Erfindung geeigneter Photometer angefertigt wurden, beginnt die Zeit der umfangreichen Kataloge erst um das Jahr 1880. Die wichtigsten von diesen Verzeichnissen sind im folgenden angeführt.

Mit den *Pickering*schen Meridianphotometern ist eine Reihe von Katalogen beobachtet worden, die sich in den Bänden der *HA* finden:

Die Harvard-Photometry[1]) (abgekürzt *HP*) ist der erste von den großen Katalogen und enthält 4260 Sterne im allgemeinen bis zur 6^m zwischen dem Nordpol und 30° südl. Dekl. Jeder Stern wurde in mindestens 3 Nächten gemessen, mancher jedoch viel häufiger. Dabei wurden Unterschiede bis zu $0^m.9$ für zulässig erachtet und nur bei größeren Abweichungen Revisionsmessungen gemacht. Der m. F. einer Beobachtung stellt sich danach auf $0^m.22$, der m. F. einer im Katalog gegebenen Helligkeit auf $\pm 0^m.11$.

Die Photometric Revision of the Durchmusterung[2]) enthält 17000 Sterne heller als 9^m, die über 20′ breite Zonen verteilt sind, deren Mitte die Parallelkreise $-20°$, $-15°$, $-10°$, ... $+80°$, $+85°$ bilden. Der Zweck der Arbeit war, den Skalenwert der *BD* für Sterne aller Helligkeiten in verschiedenen Himmelsregionen photometrisch zu bestimmen und so für den ganzen Himmel ein einheitliches System zu erhalten. Der m. F. einer Kataloghelligkeit beträgt etwa $\pm 0^m.15$.

The Southern Meridian Photometry[3]) ist eine wertvolle Ergänzung der beiden vorhergehenden Verzeichnisse und enthält 7922 südliche Sterne. Als Vergleichstern war der südliche Polstern σ Octantis gewählt, der aber an den Beobachtungsstationen leider keine große Höhe hatte. Die Genauigkeit ist nicht größer als die der *HP*.

Der zweite Teil von *HA* **24** enthält noch 3180 verschiedene nördliche Sterne bis zur 9^m.

Photometric Revision of the *HP*[4]). Eine Revision der Beobachtungen des 14. Bandes. (Titel nicht verwechseln mit dem von *HA* 50!).

---

[1]) *HA* **14** (1884—85).
[2]) *HA* **24** (1890).
[3]) *HA* **34** (1895).
[4]) *HA* **44** (1899—1902).

A Photometric Durchmusterung including all stars of the magnitude 7.5 and brighter north of Decl. -40^0.[1])

Der Katalog umfaßt, wie der Titel sagt, alle Sterne bis zur $7\,^1/_2{}^m$ zwischen dem Nordpol und -40^0; in die Schlußresultate sind eine große Zahl von Bestimmungen aus den früheren Katalogen mit Ausnahme der *HP* und der Southern Meridian Photometry mit einbezogen. Die Genauigkeit der Endwerte ist, je nach der Zahl der Messungen, sehr verschieden, und der m. F. schwankt zwischen wenigen Hundersteln einer Größenklasse und $0^m.3$.

Die Ausdehnung dieses Helligkeitsverzeichnisses bis zum Südpol von -30^0 ab findet sich im ersten Teil des folgenden Bandes.[2])

Revised Harvard Photometry[3]) (abgekürzt *HR*). Beide Teile enthalten die Resultate von 1082060 Messungen während der Jahre 1879—1908 und einen Katalog von 36682 Sternen, die mit dem 2- und dem 4-zölligen Meridianphotometer bestimmt sind. *HA* **50** enthält die Sterne, die heller als $6\,^1/_2{}^m$ sind, und ihre Spektra, *HA* **54** dagegen die Größenangaben der schwächeren Objekte allein. Die Genauigkeit der Verzeichnisse dürfte etwas geringer sein, als die der *HP*.

Es folgen dann noch ein kleinerer Katalog in *HA* **64** (1912) und Durchmusterungszonen in *HA* **70** (1909) mit dem 12-zölligen und in *HA* **72**, IV (1913) mit dem *Rumford*-Photometer, letztere am südlichen Himmel. (Das *Rumford*-Photometer ist dem *Zöllner*-schen durchaus ähnlich, nur wird der künstliche Stern nicht durch *Nicol*sche Prismen, sondern durch einen Photometerkeil moderiert.)

In *HA* **74** (1913) ist ein Helligkeitsverzeichnis von 16300 Sternen gegeben, die mit dem 12-zölligen Meridianphotometer in den Jahren 1902—1912 gemessen wurden.

Die Harvarder Kataloge sind für die Astrophysik von unschätzbarem Wert, sie stellen aber Massenarbeit dar, bei der die Erreichung der höchsten Genauigkeit manchmal erst in zweiter Linie als Ziel galt.

Pritchard, Uranometria nova Oxoniensis[4]) enthält die Helligkeiten von 2784 mit bloßem Auge sichtbaren Sternen, die mit einem einfachen Keil(Auslösch-)photometer beobachtet sind. Es zeigen sich hierbei die Mängel des Auslöschverfahrens, da die Größen, die

[1]) *HA* **45** (1901).
[2]) *HA* **46** I (1903—04).
[3]) *HA* **50** und *HA* **54** (1908).
[4]) Astr. Obs. Oxford II (1885).

meistens nur einmal gemessen sind, eine zunehmende Ermüdung des Auges zu verraten scheinen. Die Extinktion in der Atmosphäre ist nicht scharf berücksichtigt, vielfach sogar gar nicht angebracht. Die Zuverlässigkeit dieses Verzeichnisses dürfte daher nicht an die *Pickering*schen Kataloge heranreichen.

G. Müller und *P. Kempf.* Photometrische Durchmusterung des nördlichen Himmels[1]) (abgekürzt *PD*). Dieses Verzeichnis schließt sämtliche Sterne der nördlichen Halbkugel bis zur $7\,^1/_2{}^m$ ein. Die Beobachtungen sind mit vier besonders konstruierten Photometern nach *Zöllner*s Prinzip mit gebrochenem Fernrohr und azimutaler Montierung ausgeführt. Die Beobachter haben die Schwächen des *Zöllner*schen Photometers dadurch unschädlich gemacht, daß sie zunächst ein System von über 150 Fundamentalsternen festlegten, die durch sehr viele Beobachtungen aneinander angeschlossen wurden und dann als Grundlage bei der Vergleichung der übrigen Sterne dienten. Die Genauigkeit der *PD* ist unübertroffen, man kann den m. F. einer im Katalog gegebenen Größe zu etwa $\pm 0^m.06$ veranschlagen, obgleich jeder Stern im allgemeinen nur in zwei Nächten gemessen wurde und bloß, wenn die Abweichung $0^m.3$ überstieg, Revisionsbeobachtungen angestellt wurden, was nur bei $3\,^0/_0$ notwendig war.

Der Potsdamer Katalog ist in vier getrennten Teilen beobachtet:

Teil	I	von	0^0	bis	$+20^0$	(Bd. 9) enthält 3522	Sterne
„	II	„	$+20$	„	$+40$	(„ 13) „ 4416	„
„	III	„	$+40$	„	$+60$	(„ 14) „ 4108	„
„	IV	„	$+60$	„	$+90$	(„ 16) „ 2153	„
„	V	Generalkatalog				(„ 17) „ 14199	„

Außer den Beobachtungen der Helligkeit wurden auch noch Farbenschätzungen gemacht, wobei eine Benennungsskala zugrunde gelegt wurde. Nur bei dem ersten Katalog unterblieben diese Schätzungen, sie wurden einer anderen Potsdamer Arbeit[2]) entnommen. Außerdem wurden im Laufe der Beobachtungen die Abstufungen der Farbenskala vermehrt.

Der Generalkatalog enthält die Messungen der vier vorhergehenden Kataloge, nachdem sie von systematischen Unterschieden nach Möglichkeit befreit waren. Streng genommen bildet der General-

---

[1]) Publ. d. *APO* Potsdam **9** (1894), **13** (1899), **14** (1903), **16** (1906), **17** (1907).

[2]) Publ. d. *APO* Potsdam **3**, Nr. 11 (1883).

katalog kein ganz einheitliches System, die Homogenität ist aber in sehr hohem Grade erreicht.

Die Bedingungen, die vor allem zu erfüllen sind, um einen Helligkeitskatalog einheitlich zu gestalten, sind folgende:

1. Die Messungen müssen an demselben Ort ausgeführt sein und dürfen sich nicht über einen allzu großen Zeitraum erstrecken.
2. Die Messungen müssen mit ein und demselben Instrument gemacht werden.
3. Das Beobachtungsverfahren darf während der Messungen nicht geändert werden.
4. Es darf während der Beobachtungsreihe kein Wechsel des Beobachters eintreten. Sind mehrere Beobachter an den Messungen beteiligt, so dürfen zwischen ihnen keine starken Auffassungsunterschiede vorhanden sein, und jeder Beobachter muß die gleiche Anzahl von Messungen an jedem Stern ausgeführt haben.

(Dieselben Bedingungen gelten auch für die Messungen veränderlicher Sterne, woraus hervorgeht, daß man die Lichtkurven aus verschiedenartigen Messungen nicht ohne weiteres zu einem System vereinigen darf.)

Bei den Potsdamer Katalogen sind die Bedingungen unter 2 und 3 nicht erfüllt. Trotzdem ist es gelungen, im Generalkatalog einen hohen Grad von Einheitlichkeit zu erreichen.

Diejenigen Harvarder Kataloge, die aus der Zusammenfassung verschiedener Messungsreihen hervorgegangen sind, müssen als inhomogen bezeichnet werden. Aus der Vergleichung der *Pickering*schen Kataloge mit dem Potsdamer geht sogar hervor, daß selbst bei den Katalogen, die mit demselben Instrument und von dem gleichen Beobachter hergestellt sind, jeder für sich ein besonderes photometrisches System bildet.

Die *PD* soll in Potsdam nach der Seite der schwächeren Sterne bis zur $9\,^1/_2{}^m$ ausgedehnt werden, und zwar ist zunächst die Polkalotte von $+75^0$ Dekl. an in Angriff genommen worden.

A. Tass und *L. Terkan.* Photometrische Durchmusterung des südlichen Himmels.[1]) Zone 0^0 bis -10^0. Dieser Katalog bildet die Fortsetzung der *PD* nach Süden. Die Anzahl der Sterne ist 2122. Die Größenskala kann als völlig homogen betrachtet werden.

[1]) Publ. d. *APO* O Gyalla (1916).

b) Photographische Helligkeitskataloge.

Pickering. The *Draper* Catalogue.[1]) Enthält die Helligkeitsangaben und Spektra von Sternen bis etwa $7\,^1/_2{}^m$ zwischen -25^0 und dem Nordpol. Er bildet eine Art unvollständiger Spektralphotometrie, denn alle Schwärzungsmessungen sind nur an einem einzigen Punkt des Spektrums, bei $\lambda = 4320$ Å.-E. (nahe der G-Linie), ausgeführt. Der Nullpunkt der Skala wurde nach den optischen Helligkeiten der A-Sterne der *HP* abgeleitet, der m. F. einer auf einer Platte beruhenden Größenangabe ist etwa $\pm 0^m.20$. Jede Kataloghelligkeit beruht im Mittel auf 2.7 Messungen, also m. F. $= \pm 0^m.12$.

Schwarzschild. Aktinometrie der Sterne der *BD* bis zur $7^m.5$ in der Zone 0^0 bis $+20^0$.[2]) Diese „Göttinger Aktinometrie" ist ausschließlich der photogr. Photometrie gewidmet. Der m. F. einer Kataloggröße beträgt $\pm 0^m.036$. Die Genauigkeit übertrifft die aller anderen Helligkeitsverzeichnisse.

Parkhurst. Yerkes Actinometry[3]) gibt für 630 Sterne über $7\,^1/_2{}^m$ in der Zone $+73^0$ bis $+90^0$ sowohl die photo-visuellen Größen, d. h. solche, die auf photographischem Wege aber mit Vorschaltung eines geeigneten Gelbfilters gewonnen sind (nach der Durchmessermethode), als auch die rein photographischen Helligkeiten (nach der Schwärzungsmethode). Der m. F. ist bei beiden Methoden für eine Einzelbestimmung gleich $\pm 0^m.10$, ein Beweis, daß unter Umständen auch die Durchmessermethode der gleichen Genauigkeit fähig ist. Der m. F. einer Katalogangabe ist für die photo-visuellen Größen $\pm 0^m.054$ (auf 3.4 Aufnahmen beruhend), für die rein photogr. Größen $\pm 0^m.048$ (auf 4.7 Aufnahmen beruhend).

Dyson. Photographic magnitudes of stars brighter than $9^m.0$ between Decl. $+75^0$ and the pole determined at the Obs. Greenwich.[4]) Enthält 2329 Sterne, deren m. F. unter $\pm 0^m.06$ liegt. Anschluß an die *Pickering*sche Skala.

Carte photographique du ciel. Die Größen sind nach der Durchmessermethode bestimmt, aber das Material ist sehr inhomogen. Um die Größenangaben untereinander gleichartig zu machen, sind noch besondere Vergleichungen mit anderen Katalogen erforderlich.

[1]) *HA* 27 (1890).
[2]) Abh. d. Ges. d. Wiss. Göttingen, N. F. 6, 6 und 8, 4 (1910).
[3]) *ApJ* 36, 169 (1912).
[4]) London 1913.

Farbenkataloge.

Da es bis jetzt noch keine brauchbaren Kolorimeter gibt — das in neuester Zeit von *J. Wilsing*[1]) angewandte Keilkolorimeter ist nur für sehr helle Sterne anwendbar —, beruhen die Farbenangaben in den Katalogen durchweg auf Schätzungen nach einer Gedächtnisskala. Die Farbenbezeichnungen in den verschiedenen Verzeichnissen sind durchaus nicht einheitlich, jedoch sind die Beziehungen der verschiedenen Farbenskalen zueinander meistens abgeleitet.

Die hauptsächlichsten Farbenkataloge sind:

Sestini.[2]) Colori stellari, ein in den Jahren 1844—1846 in Rom beobachteter Katalog von über 2500 Sternen, neu bearbeitet von *J. G. Hagen.*

F. Krüger.[3]) Neuer Katalog farbiger Sterne zwischen dem Nordpol und 23° südl. Dekl. Der Katalog enthält nur Farbenschätzungen von Sternen, die sich auffällig von ihrer Umgebung unterscheiden, und bildet eine Erweiterung eines früheren Verzeichnisses von demselben Verfasser.[4]) Für 5915 Sterne sind Größe und Farbe nach der *PD*, Spektraltyp und Farbe in einer neunteiligen Skala nach dem Verfasser gegeben.

H. Osthoff.[5]) Die Farben der Fixsterne auf Grund eigener Beobachtungen. Schon 1900 erschien von demselben Verf. ein Farbenverzeichnis von 1009 Sternen[6]) über $5\,^1/_2{}^m$. Dieser neue Katalog enthält 2520 Sterne bis zur gleichen Größe.

H. E. Lau.[7]) Untersuchungen über die Farben der Fixsterne. Enthält nicht ganz 750 der hellsten, bei uns sichtbaren Sterne.

PD. Die *PD*[8]) enthält neben den Größen auch die Farbenschätzungen aller Sterne der Nordhalbkugel. Für die Zone -1^0 bis $+20^0$ findet man die Farbenangaben in

Vogel und *Müller.* Spektr. Beobachtungen.[9])

---

[1]) Publ. d. *APO* Potsdam **24**, Nr. 76 (1920).
[2]) Spec. Astr. Vat. **3** (1911).
[3]) Spec. Astr. Vat. **7** (1914).
[4]) Publ. d. Stw. Kiel VIII (1883).
[5]) Spec. Astr. Vat. **8** (1916).
[6]) *AN* **153**, 141 (1900).
[7]) *AN* **205**, 49 (1918).
[8]) Publ. d. *APO* Potsdam **9**, **13**, **14**, **16**, **17** (1894—1917).
[9]) Publ. d. *APO* Potsdam **3**, Nr. 11 (1883).

R. von Kövesligethy.[1]) Spektroskopische Beobachtung der Sterne zwischen 0° und −15° bis zur 7.5ten Größe. Dieser Katalog bildet die Fortsetzung des vorigen Verzeichnisses nach Süden.

HP. Die *HP*[2]) enthält für einen Teil der Sterne die Farben nach Schätzungen von *W. S. Franks* in der Flächenskala.

F. Krüger.[3]) Indexkatalog zu den Sternfarbenverzeichnissen von *Hagen*, *Krüger* und *Osthoff*. Dieser Katalog enthält für etwa 6400 Sterne bis $7\,^1/_2{}^m$ die Helligkeit nach der *HR*, den Spektraltypus nach dem *Draper*katalog, den Mittelwert aus den Farbenangaben nach den drei auf dem Titel angegebenen Verzeichnissen, sowie auch noch die Farbenschätzungen von *W. S. Franks*, letztere nach der Flächenskala. Durch diesen Indexkatalog ist die Vergleichung der linearen Farbenskala mit der Flächenskala ermöglicht und von *J. G. Hagen*[4]) ausgeführt worden.

Spektralkataloge.

Von den Verzeichnissen, die die Spektra von Sternen beschreiben und nach gewissen Gesichtspunkten klassifizieren, sind die hauptsächlichsten:

Vogel und *Müller*. Spektroskopische Beobachtungen der Sterne bis $7^m.5$ in der Zone −1° bis +20° Dekl.[5])

R. von Kövesligethy. Spektroskopische Beobachtungen der Sterne zwischen 0° und −15° bis zur $7^m.5$.[6]) Eine genaue Fortsetzung des vorigen Katalogs. Beide Kataloge beruhen auf visuellen Beobachtungen.

Pickering. The *Draper* Catalogue of stellar spectra.[7]) Enthält die Spektren von nahezu 10500 Sternen bis etwa $7\,^1/_2{}^m$ vom Nordpol bis −25° Dekl.

Maury. Spectra of bright stars.[8]) Sterne zwischen + 90° und − 30°.

Cannon. Spectra of bright southern stars.[9]) Enthält 1122 Sterne.

---

[1]) Beob. am *APO* O Gyalla VIII, 2. Teil (1887).
[2]) *HA* **14** (1884).
[3]) Spec. Astr. Vat. **9** (1917).
[4]) *ApJ* **49**, 282 (1919).
[5]) Publ. d. *APO* Potsdam **3**, Nr. 11 (1883).
[6]) Beob. am *APO* O Gyalla VIII, 2. Teil (1887).
[7]) *HA* **27** (1890).
[8]) *HA* **28** I (1897).
[9]) *HA* **28** II (1901).

HA. In den *HA* finden sich noch eine größere Anzahl von Katalogen. Besonders seien noch angeführt:

HR. Die Revised Harvard Photometry[1]) enthält den Spektraltypus von 9110 Sternen heller als $6\,^1/_2{}^m$.

Fleming. Stars having peculiar spectra.[2]) Enthält eine große Anzahl von veränderlichen Sternen.

Cannon. The new *Draper* catalogue.[3]) Ein großer Spektralkatalog, der 241179 Spektra von rund 218000 Sternen enthält.

Parkhurst. Yerkes Actinometry.[4]) Enthält die Sterne bis etwa $7^m.5$ der Zone $+73^0$ bis $+90^0$, für die, wie oben erwähnt ist, die photovisuellen und die photographischen Helligkeiten gegeben sind, in der *Cannon*schen Klassifikation.

Sternkarten.

1. Karten zur allgemeinen Orientierung. Zur Orientierung beim Beobachten am Himmel ist vor allem eine Sternkarte von nöten. Die Kataloge können dabei weniger nützen, vielmehr muß man die gegenseitige Stellung der Sterne schnell überblicken können.

Zur allerersten Orientierung am Himmel sind die kleinen drehbaren Sternkarten mit Horizont zu empfehlen, die nur die hellsten Sterne enthalten und sich für jede Stunde des Jahres leicht einstellen lassen. Man verwende nur die Karten, die das richtige Bild, nicht das Spiegelbild des Himmels, geben, damit später der Übergang zu den größeren Atlanten nicht erschwert wird.

Von den Karten, die nur die mit bloßem Auge sichtbaren Sterne enthalten, mögen die Uranometria nova *Argelander*s[5]), der *Heis*sche Atlas[6]) für den nördlichen Himmel, und die Uranometria Argentina von *Gould*[7]) für den Südhimmel genannt werden, weil sie bei der Beobachtung sehr wichtige Dienste geleistet haben. Sie können durch den wohlfeilen Himmelsatlas von *Schurig*[8]) ersetzt werden, der in seiner neuen Auflage ungefähr die Kartierung des

---

[1]) *HA* **50** (1908).
[2]) *HA* **56**, 6 (1912).
[3]) *HA* **91**, **92**, **93** 94, 95. Die übrigen Bände bis **99** in Vorbereitung.
[4]) *ApJ* **36**, 169 (1912).
[5]) Berlin 1843.
[6]) Neuer Himmelsatlas, Köln 1872.
[7]) Buenos Aires (1879).
[8]) *Schurig-Götz*, Tabulae caelestes 3. Aufl., Leipzig 1916.

*Ambronn*schen Sternverzeichnisses[1]) darstellt, nur daß er noch eine Menge von veränderlichen Sternen, Sternhaufen und Nebelflecken enthält. Die Helligkeiten der Sterne sind von drittel zu drittel Größenklassen unterschieden. Acht Karten stellen den ganzen Himmel dar.

Der in Amerika erschienene Atlas von *Upton* erfüllt ungefähr den gleichen Zweck. Bei ihm sind die Sterne nur in ganzen Größenklassen unterschieden, und der ganze Himmel ist auf nur sechs Karten untergebracht.

Für die schwächeren Sterne muß man die Sternkarten benutzen, die nach den Durchmusterungen gezeichnet sind. Alle Sterne, die in der Durchmusterung enthalten sind, sind auch in den Karten vorhanden und unterscheiden sich je nach ihrer Helligkeit durch die Größe der sie darstellenden Punkte. Diese Karten sind lange Zeit die unentbehrliche Grundlage für alle Arbeiten auf dem Gebiet der teleskopischen Veränderlichen gewesen und sind es heute noch. Sie gelten ebenso wie die Kataloge, auf denen sie beruhen, nördlich vom Parallel -23^0 für 1855.0, südlich davon für 1875.0. (Daher der Name „Kartenort" bei den Ortsangaben der Variabeln.)

Für noch schwächere Sterne als $9\,^1/_2{}^m$ existieren die Klischees der großen photographischen Himmelskarte, an die man sich aber erst gewöhnen muß, da das Auffinden der gesuchten Sterne wegen des Fehlens der Äquatorialkoordinaten Schwierigkeiten bereitet, und namentlich in den höheren Deklinationen, wo die Parallelkreise stärker gekrümmt sind, die gradlinigen Netzkoordinaten stören. Es wäre vorteilhaft, für jede Zone auf durchsichtigem Zelluloid ein den Äquatorialkoordinaten entsprechendes Netz aufzuzeichnen. Durch richtiges Auflegen auf die Karten würde man damit sofort die genäherten sphärischen Koordinaten der Objekte ablesen können.

Viel praktischer in dieser Beziehung und unmittelbar für den Gebrauch am Fernrohr bestimmt sind die photographischen Sternkarten von *Joh. Palisa* und *Max Wolf*, die ebenfalls Kopien von Platten darstellen. Ihr Maßstab ist viel kleiner als der der phot. Himmelskarte, wodurch aber die Übersichtlichkeit erhöht wird. Jede Karte enthält sieben Grad in Deklination und fast sechs Grad in Rektaszension. Die Koordinatenlinien gelten für das Äquinox 1875.0. Ein Nachteil dieser Kartensammlung besteht darin, daß sie kein

---

[1]) *L. Ambronn*, Sternverzeichnis, enthaltend alle Sterne bis zur 6.5. Größe. Berlin 1907.

systematisch ausgeführtes Werk darstellt. Die Platten sind nicht zum Zwecke der Kartierung hergestellt, sondern nur aus dem reichhaltigen Schatz des Königstuhlobservatoriums ausgewählt. Daher sind die Belichtungszeiten nicht bei allen Aufnahmen gleich lang und die schwächsten Sterne auf jeder Karte von verschiedener Größe. (Manche reichen sogar unter 16^m hinab.)

Ganz ähnliche Karten gibt jetzt das Union Observatory in Johannesburg für den südlichen Himmel heraus.

Verzeichnisse, Ephemeriden und Karten für veränderliche Sterne.

a) Ständige Kataloge.

Von den nur einmal erschienenen Verzeichnissen der Variablen sollen hier nur die wichtigsten angeführt werden. Eine vollständige Zusammenstellung darüber findet man in *Hagen*, Die veränderlichen Sterne S. 68 (1913) und in der „Geschichte und Literatur des Lichtwechsels usw." **1**, 3 (1918).

Von den Katalogen des vorigen Jahrhunderts sind zu nennen:

Zwei Verzeichnisse von *Schönfeld* (I und II), in den Jahresber. d. Mannheimer Ver. f. Naturk. 1866 und 1875 erschienen.

Drei Verzeichnisse von *Chandler*:

I. *AJ* 179 u. 180 (1888).
II. *AJ* 300 (1893).
III. *AJ* 379 (1896).

Die *Schönfeld*schen Kataloge enthalten die Positionen, Perioden, Amplituden und wichtige Bemerkungen. Für den Beobachter von besonderem Interesse sind die Angaben der Epochen der Maxima und Minima, der Farben und der relativen Lage von benachbarten Sternen zum Zweck des sicheren Erkennens der Veränderlichen.

Die *Chandler*schen Kataloge bilden eine Fortsetzung der *Schönfeld*schen. Eine «Revision of elements of third catalogue» ist in *AJ* 553 (1904) erschienen.

Von den Verzeichnissen dieses Jahrhunderts sind zu nennen:

Drei Kataloge der Harvarder Sternwarte von *Pickering* und *Cannon*.

I. *HA* **48** (1903) mit 2 Supplementen im *HC* **77** (1904) und *HA* **53**, 145 (1905).
II. *HA* **55** (1907) mit einem Suppl. S. 272.
III. «A new catalogue of variable stars» (noch nicht erschienen).

Die *Pickering*schen Kataloge enthalten auch eine große Zahl von Veränderlichen in Sternhaufen, und statt der Farben sind die Spektraltypen angegeben. Ferner ist eine außerordentlich reiche Bibliographie beigefügt.

Der letzte Katalog enthält 4641 Veränderliche, von denen allein 3397 zu Harvard aufgefunden worden sind.

Von bibliographischen Werken sind vor allem zu nennen:

Cannon. Maxima and minima of variable stars.[1]) Eine vollständige Bearbeitung des gesamten Materials der langperiodischen Veränderlichen. Sie gibt, nach Sternen geordnet, die Beobachtungen und die daraus abgeleiteten Elemente.

Müller und *Hartwig.* Geschichte und Literatur der bis Ende 1915 als sicher veränderlich erkannten Sterne nebst einem Katalog ihres Lichtwechsels. Dieses Werk, als Publikation der *AG* herausgegeben, enthält für jeden Stern eine Nachweisung über seine Position und über die Karte, auf der er zu finden ist, ferner über die Vergleichsterne. Es folgt dann die Geschichte des Sterns, die Beschreibung seines Lichtwechsels und die Literaturzusammenstellung. Der dritte Band soll den eigentlichen Katalog mit den neuesten Elementen nebst einer Anzahl von wichtigen Hilfstafeln enthalten. Gesamtzahl der Sterne = 1687.

b) Jährlich erscheinende Kataloge.

Das älteste Verzeichnis ist die im Annuaire du Bureau des Longitudes (Paris), auch als Extrait gesondert abgedruckte, von 1877 bis 1909 erschienene Ephemeridensammlung. Sie gab auch ein Verzeichnis der Neuen Sterne, sowie einiger Sternhaufen nebst der Anzahl ihrer Veränderlichen.

Die Ephemeriden der *VJS* haben sich mit der Zeit zu einem Katalog entwickelt, nachdem *Chandler* die Herausgabe seiner Kataloge eingestellt hatte. Seit 1909 bringt die *VJS* mit der Überschrift: „Katalog und Ephemeriden veränderlicher Sterne" ein Verzeichnis von allen Variabeln, die als gesichert gelten können. Die zwei ersten Abteilungen enthalten den Kartenort der Sterne, die Elemente, Zeit und Größe der Maxima und Minima. Die dritte und vierte Abteilung geben die Ephemeriden der Verdunkelungssterne nebst einigen Tafeln. Den Schluß bildet ein alphabetisches Verzeichnis zur Ermittlung der Nummern im Katalog aus der Be-

[1]) *HA* **55**, 95—291 (1909).

zeichnung des Sterns nach Sternbild und Buchstaben. In der Einleitung sind stets die Veränderungen angeführt, die gegen das Verzeichnis des Vorjahrs vorgenommen wurden.

In den Proc. Amer. Acad. gab *Pickering* von 1884—86 Verzeichnisse von Variabeln, zuletzt nochmal im Jahre 1888.[1])

c) Besondere und gelegentliche Verzeichnisse.

Unvollständige Verzeichnisse findet man vielfach in populären astronomischen Schriften.

Von Veränderlichen, die sich in einzelnen Sternhaufen in großer Anzahl finden, sind besondere Verzeichnisse erschienen.

Von Spezialregistern, die besondere Klassen von Variabeln enthalten, sind zu nennen:

N. Ichinoe. Studies on the Variables of the Algoltype (1911). Statistik über 93 Sterne mit Bemerkungen.[2])

H. Shapley. A Study of the Orbits of eclipsing Binaries[3]) enthält die Bahnelemente von 90 Verfinsterungsvariablen.

M. Luizet. Les Céphéides.[4]) Untersuchung über die Art des Lichtwechsels von 93 Variabeln des δ Cephei-Typus.

Die Neuen oder temporären Sterne sind in den jährlich erscheinenden Verzeichnissen der *VJS* nicht besonders zusammengestellt, da ihr Katalog sonst alljährlich fast in der gleichen Gestalt wiederkehren würde. Es gibt aber einige besondere Verzeichnisse von den in den letzten Jahrhunderten erschienenen und als sicher verbürgten Neuen Sternen. Sie finden sich an folgenden Orten:

J. G. Hagen. Die veränderlichen Sterne S. 75 (1913).

Newcomb-Engelmann. Populäre Astronomie 5. Aufl., 634 (1914) und 6. Aufl. 662 (1921).

AN **190**, 17 (1912) von *Zinner.*

Sirius, 52. Jg., S. 25 (1919). Außerdem S. 127 und 152 eine kurze Beschreibung auch von Erscheinungen vor 1572 (*Zinner*).

Physik. Ztschr. **21**, 355 (1920) von *H. Kienle.*

d) Ephemeriden.

Ephemeriden sind Vorausberechnungen der Erscheinungen (Maxima oder Minima) an veränderlichen Sternen. Sie dienen dazu,

---

[1]) Proc. Amer. Acad. **19**, 296 (1884); **20**, 393 (1885); **21**, 319 (1886) und **22**, 380 (1887). *HA* 18, 250 (1890).

[2]) Journal of the College of Science, Tokyo **27**, art. 19 (1911).

[3]) Contribution of the Princeton Univ. Observatory (1915).

[4]) Ann. de l'Université de Lyon. N. S. I fasc. **33** (1912).

den Beobachter zu informieren und Beobachtungsergebnisse mit der Berechnung zu vergleichen.

Die *VJS* bringt seit 1870 jährliche Ephemeriden. Ihr Umfang vergrößerte sich mit der Anzahl der bekannten Veränderlichen, ihre Anordnung wurde immer mehr dem Bedürfnis der Beobachter angepaßt. Gegenwärtig ist diese Ephemeride die bedeutendste.

Das Annuaire du Bureau des Longitudes brachte von 1877 bis 1910 ebenfalls eingehende Ephemeriden. Eine Fortsetzung dieser Ephemeriden soll im Journal des Observateurs (Marseille) gegeben werden.

Zu erwähnen sind noch Ephemeriden, die eine Zeitlang das *AJ* brachte, ferner der „Campanion to the Observatory“ und die monatlichen Vorausberechnungen der Maxima und Minima für kurzperiodische Veränderliche, die vom Goodsell Observatory ausgeführt werden und in Popular Astronomy (Northfield) zu finden sind.

Außerdem bringt das *HC* die vorausberechneten Maxima und Minima der langperiodischen Sterne.

Auch im *Sirius* finden sich regelmäßig Hinweise auf die wichtigsten Erscheinungen bei veränderlichen Sternen.

Das Harvard College Observatory Bulletin bringt jeden Monat eine Übersicht, vor allem auch Hinweise auf die U Geminorum-Sterne.

e) Karten.

Zum Beobachten von veränderlichen Sternen, zum Auffinden der Vergleichsterne, gehört vor allem ein Kartenmaterial, das so beschaffen sein muß, daß jede Karte die nächste Umgebung des Variablen gut darstellt, so daß am Himmel die Vergleichsterne schnell und einwandfrei identifiziert werden können. Wenn gerade keine solche Karte zur Hand ist, muß man sich selbst eine solche zeichnen. Dies macht weiter keine Schwierigkeit, wenn die richtige Auswahl der Vergleichsterne schon getroffen ist. Man trägt zunächst ein Koordinatennetz auf, am einfachsten ein rechtwinkliges. Nur ganz in der Nähe der Pole bringt man die Krümmung der Parallelen zum Ausdruck. Wichtig ist es jedoch, bei der Anlage des Netzes zu beachten, daß einer Strecke von 1 Zeitminute in AR eine ebenso lange von $15 \cos \delta$ Bogenminuten in Dekl. entspricht. Man zeichnet nun in dieses Netz nach den Angaben der Durchmusterungen oder der photographischen Himmelskarte die Punkte ein, die den Positionen der einzelnen Objekte entsprechen. Mit Hilfe von kleinen Schablonen, die aus Karton mit Löchern verschiedener Weite be-

stehen, oder von kleinen Stempeln trägt man die Objekte ihrer Helligkeit entsprechend an den Punkten, die die Positionen darstellen, auf.

Zur Orientierung in Sternhaufen benutzt man am besten photographische Abdrucke.

Für die meisten Veränderlichen existieren schon Spezialkarten, die das Beobachten erleichtern sollen, sie finden sich aber in der Literatur ziemlich verstreut. Ein Verzeichnis der Stellen, wo man solche Kärtchen findet, enthält der zweite Katalog der Veränderlichen in den *HA* **55**, 77—85 (1907). Dort ist für fast 700 Variable außer der Harvard-Nummer und der Benennung der *A. G.* noch das Intervall zwischen der Zeit des Minimums und des Maximums, die Farbe und ihr Beobachter und in der letzten Spalte der Nachweis für die Karte, die den Stern enthält, gegeben.

Die hauptsächlichsten Stellen, wo solche Kärtchen zu finden sind, mögen im folgenden kurz aufgezählt sein:

Mem. R. A. S. **52** (1896—98), Bearbeitung von *Knott*s Observations of var. Stars. Karten für 23 Sterne mit Angabe der Vergleichsterne.

Annals of the Cape Obs. IX, Revision of the *CPD*, part. II von *Innes* (1903). Karten für 64 Sterne meist (bis auf 7) südl. von -23°.

Hamburger Mitt. **8** (1905), *K. Graff*, Beiträge zur Untersuchung veränderlicher Sterne. 7 Karten.

Hamburger Mitt. **11** (1907), *K. Graff*. Karten für 10 Algolsterne.

Mem. R. A. S. **58** (1908), Bearbeitung von *Pogson*s Beobachtungen. Karten für 31 langperiodische Sterne mit Vergleichsternen und ihrer Helligkeit.

A. N., *M. Wolf*, über 150 Karten von Veränderlichen in der Milchstraße.

Nicht mehr im Harvard-Verzeichnis berücksichtigt ist eine Sammlung von 86 Karten der

Annales de l'Obs. de Moscou **5** (1908) und ein Supplement (1913) dazu. Sie enthält 87 von Frau *Ceraski* auf photographischen Platten entdeckte Variable ohne weiteres Beiwerk.

Das bedeutendste Kartenwerk für Variable ist:

J. G. Hagen, Atlas Stellarum Variabilium [1]) (abgekürzt *ASV*).

---

[1]) Berlin 1899—1908.

Es ist in 6 Serien erschienen und stellt auf 311 Karten die Umgebung von 338 verschiedenen Veränderlichen dar. Zu jeder Karte gehört ein Verzeichnis der in ihr enthaltenen Vergleichsterne. Die Helligkeit dieser Sterne ist sowohl in Größenklassen nach der *PD* und der *HP*, als auch in Stufen aus Schätzungen nach der *Argelander*schen Methode gegeben. Die Zählung der Stufen beginnt im Gegensatz zum sonstigen Brauch mit 0 beim hellsten Stern und läuft im gleichen Sinne wie die Größenangaben. Die Richtung, in der die Skala wächst, ist an sich gleichgültig und kann nach Bedarf durch Subtraktion aller Stufenzahlen von einer passend gewählten Zahl leicht umgekehrt werden. Im *ASV* ist aber diese Anordnung gewählt, um die Vergleichung mit den daneben stehenden Größenklassen zu erleichtern. Außerdem war stets der hellste, nicht immer aber der schwächste Vergleichstern bekannt, der oft im Laufe der Arbeit erst später nachgetragen werden mußte. Zusatz dazu: Spec. Astr. Vat. **5**, Nr. 11 (1916) Aggiunte . . ., worin noch eine siebente Serie von 42 Karten mit 44 Veränderlichen in Aussicht gestellt wird.

Dreizehntes Kapitel.

Die Bearbeitung der Beobachtungen.

Die Zeit.

Die Angabe der Zeit geschieht bei der Beobachtung der veränderlichen Sterne auf zwei verschiedene Arten:

1. Man drückt die Zeit in Jahren, Monaten, Tagen, Stunden und Minuten aus, wobei man oft anstatt der Stunden und Minuten die Dezimalteile des Tages wählt. Der Tag wird astronomisch, d. h. im Mittag des bürgerlichen Tages mit Null beginnend, gezählt. Dies hat den Vorteil, daß man in der Beobachtungsnacht keinen Datumwechsel vorzunehmen braucht. Ferner ist es üblich, alle Zeitangaben auf den Meridian von Greenwich zu beziehen (Weltzeit).

Da es unvorteilhaft ist, beim Beobachten irgendwelche rechnerischen Korrektionen an die Angaben der Beobachtungsuhr anzubringen, weil dabei leicht Irrtümer unterlaufen können, so ist es ratsam, zu Beginn und am Schluß der Beobachtungsreihe die Korrektion der Uhr im Beobachtungsbuch, außerdem aber auch das Datum und die Zeit, zu der die Korrektion durch Vergleichen mit

einer richtigzeigenden Uhr ermittelt ist, zu notieren. Die Umrechnung in richtige Greenwicher Zeit geschieht am besten erst nach Beendigung der Beobachtungsreihe.

Man unterlasse nie, auch bei langsam veränderlichen Sternen nicht, die Zeit auf die Minute genau zu notieren, da man sie oft später braucht, um für die Extinktion die Höhe des Sterns zu berechnen.

2. Man bedient sich der Angabe der sog. Julianischen Periode, einer Zeitrechnung, die nach Tagen ohne Unterbrechung fortlaufend gezählt wird. Sie hat den Vorteil, daß man beim Übergang von einem Jahr zum anderen oder auch von einem Monat zum anderen nicht durch Zwischenrechnungen gestört wird, und erweist sich namentlich bei langperiodischen Veränderlichen sehr praktisch.

Die Julianische Periode umfaßt einen Zeitraum von $28 \cdot 19 \cdot 15 = 7980$ Jahren. In dieser Zeit durchlaufen die alten Kalenderdaten, Sonnenzyklus mit 28-, goldene Zahl mit 19- und Römerzinszahl mit 15 jähriger Periode alle Kombinationen. Angefangen wird diese Rechnung mit dem 1. Januar des Jahres, in dem diese drei Kalenderdaten gleich 1 waren. Dies ist das Jahr 4713 v. Chr.[1]) *Joseph Scaliger*, der diese Periode vorschlug, nannte sie die Julianische Periode. Sie findet auch in der Chronologie häufig Verwendung. Bequeme Tafeln zur Verwandlung des gewöhnlichen Datums in Julianische Tage finden sich an vielen Orten, u. a. auch unter den Hilfstafeln des Berliner astronomischen Jahrbuchs. Dort findet man für den 0. jedes Monats von 1860—1939 die Anzahl der seit Beginn der Julianischen Periode verflossenen Tage, so daß man zu dieser Zahl nur noch die betreffende Datumszahl zu addieren braucht, um die Zahl der Julianischen Periode zu erhalten.[2])

Die Lichtgleichung.

Die so erhaltenen Zeitangaben sind für die Auswertung der Beobachtung ohne weiteres noch nicht verwendbar. Infolge des jährlichen Umlaufs der Erde um die Sonne wechselt die Entfernung des Beobachters vom beobachteten Stern, und damit ändert sich auch die Zeit, die das Licht braucht, um vom Stern zum Beobachter

[1]) Also astronomisch gerechnet: Anfang der J. P. = – 4712 Jan. 1.

[2]) Außerdem: *HA* 18, 306 (1888) und *HA* 33, 284 (1900). Mitt. d. Hamburger Stw. 8, 70 (1905) und *Hagen*, Die veränderl. Sterne I, 771 (1921).

zu gelangen. Für diesen Unterschied im Lichtlauf müssen die beobachteten Zeitmomente verbessert werden, und zwar reduziert man sie auf den Mittelpunkt der Sonne.

Bezeichnet zur Zeit der Beobachtung:

R den Radiusvektor der Erde in ihrer Bahn,
λ die Länge des Sterns,
β die Breite des Sterns,
L die heliozentrische Länge der Erde,
$\odot$ die geozentrische Länge der Sonne, so daß $\odot = L + 180^0$ ist,

so ist der Wegunterschied d für das Licht vom Stern zur Erde und zur Sonne:

$$d = R\cos(d, R) = R\cos\beta\cos(\odot - \lambda), \tag{57}$$

worin (d, R) den Winkel bedeutet, den die Richtungen von d und R miteinander einschließen. Die Richtung von d ist gleichbedeutend mit der Richtung nach dem Stern wegen seiner im Verhältnis zum Erdbahnhalbmesser unendlichen Entfernung.

Die Lichtzeit für $R = 1$ beträgt $8^m.308$, d. i. die Zeit, die das Licht braucht, um die Strecke Sonne—Erde zu durchlaufen. Damit erhält man:

$$\left.\begin{aligned}\text{heliozentr.—geozentr. Zeit} &= -\,8^m.3\,R\cos\beta\cos(\odot-\lambda)\\ &= +\,8^m.3\,R\cos\beta\sin(\odot+270^0-\lambda).\end{aligned}\right\}\tag{58}$$

Die Daten für $\odot$ und R findet man in jeder Sonnenephemeride tabuliert. Die geringe Änderung von R im Laufe des Jahres kann man meistens vernachlässigen und $R = 1$ setzen. (Der Betrag $8^m.308\,R$ schwankt zwischen den Werten $8^m.17$ und $8^m.45$). Begeht man diese Ungenauigkeit und setzt man die für jeden Stern konstante Größe:

$$8^m.308\cos\beta = A,$$

so erhält man für den Unterschied

$$\text{heliozentrische—geozentrische Zeit} = A\sin(\odot + 270^0 - \lambda). \tag{59}$$

Der Maximalbetrag dieser Größe ist $\pm 8^m.31$ und bleibt bei langperiodischen Veränderlichen ohne Bedeutung. Dagegen muß er bei den raschwechselnden Sternen und den Bedeckungsvariabeln berücksichtigt werden. Deshalb findet man den Wert von A bei diesen Sternen in den meisten Verzeichnissen, z. B. dem der *A. G.* angegeben.

Die Skalen.

Die Beobachtungen nach den Schätzungsmethoden werden, wie wir gesehen haben, in der Weise angestellt, daß der Veränderliche mit zwei oder mehreren unveränderlichen Sternen verglichen wird. Die gesamte Menge der Vergleichsterne für einen Variabeln bildet, nach ihrer Helligkeit geordnet, eine Reihe und ist gewissermaßen das Gerüst, auf dem die Helligkeitsbestimmungen beruhen. Dieses Gerüst ist für die weitere Bearbeitung der Messungen von größter Wichtigkeit: es muß möglichst fehlerfrei in seinem Aufbau sein, da sonst später bei der Ableitung der Helligkeiten des Veränderlichen und der Untersuchung des zeitlichen Lichtverlaufs die Fehler der Vergleichsternhelligkeiten immer wieder zum Vorschein kommen.

Die Aufstellung der Helligkeitsskala mit Hilfe der Vergleichsterne läßt sich nun in gewisser Beziehung mit der Bestimmung der Lage von Punkten in bezug auf einen Ausgangspunkt durch ein Strichmaß vergleichen. Beim Strichmaß ist eine genaue Untersuchung der Strichintervalle erforderlich; ebenso müssen wir in unserem Vergleichsternsystem die Helligkeitsdifferenzen der Sterne feststellen. Das Ergebnis einer solchen Untersuchung bildet dann die Helligkeitsskala. Beim Strichmaßstab haben die Vergleichsobjekte, die Striche, im allgemeinen ziemlich gleichen Abstand voneinander. Daß dies bei der Helligkeitsskala nicht der Fall sein kann, sondern die Intervalle wesentlich untereinander verschieden sind, liegt in der Natur der Sache und ist ohne Belang. Das Wichtigste ist nur die möglichst genaue Ermittlung der Intervalle. Die Wahl der zweckmäßigsten Einheit, in der die Intervallgrößen angegeben werden sollen, kommt erst in zweiter Linie in Betracht.

Man muß zwischen den beiden Arten von Helligkeitsskalen, der Stufenskala und der photometrischen Größenskala, genau unterscheiden. Es hat zunächst den Anschein, als ob beide Skalen nur durch die Einheit verschieden wären, die ihnen zugrunde liegt. Wir werden aber später sehen, daß dies nicht ganz der Fall ist. Man kann die Stufenskala als eine mehr subjektive, die photometrische Größenskala als eine objektive betrachten.

Die Stufenschätzungen geben uns ein Bild vom Verlauf der Lichtschwankungen eines Veränderlichen, und wir können die Stufenskala so lange beibehalten, als es sich nur um die qualitativen Eigenschaften des Lichtwechsels handelt. In der Tat, wenn wir für jeden Zeitpunkt angeben, um wieviel unserer Stufen sich ein Veränder-

licher von einem, sagen wir dem schwächsten, der Vergleichsterne unterscheidet, so können wir hieraus die Zeiten der Maxima und Minima ohne weiteres ableiten und den Lichtverlauf mit allen seinen Eigentümlichkeiten beschreiben. Wenn es sich aber um die physikalische Erklärung des Lichtwechsels handelt, so reichen diese Stufenangaben nicht mehr aus, dann bedürfen wir der exakten quantitativen Unterschiedsbestimmungen der Lichtintensitäten. Handelt es sich z. B. um einen Bedeckungsveränderlichen, dessen Lichtschwankungen durch die gegenseitige Verfinsterung zweier Körper zustande kommen, so müssen wir, um den Mechanismus eines solchen Systems genauer kennen zu lernen, wissen, wieviel von der Oberfläche beider Körper in jedem gegebenen Moment für uns abgedeckt erscheint. Dazu kann uns die Angabe des Lichtverlustes, den das System erleidet, in Helligkeitsstufen wenig nützen, sondern wir müssen die Einbuße an Intensität kennen, und hierzu können wir nur auf Grund einer photometrischen Größenskala gelangen, die auf einem ganz bestimmten photometrischen Gesetz — in unserem Fall dem *Pogson*schen — aufgebaut ist.

Gegenüber der photometrischen Skala hat die Stufenskala manche Nachteile. Die Helligkeitsstufe ist zwar auch eine Lichtquantität, gerade so gut wie die photometrische Größenklasse, aber es fehlt ihr die Konstanz. Sie ist ein rein subjektives Maß, sie ist für jeden Beobachter verschieden und schwankt für den einzelnen Beobachter mit der Zeit. Wegen der unvermeidlichen Intervall- und Helligkeitsfehler ist der Wert einer Stufe, wie früher[1]) auseinandergesetzt wurde, nicht an allen Stellen der Skala gleich. Gegen die objektive photometrische Skala sind Verzerrungen vorhanden, die zwar stets gering sein werden und die Lage der Hauptphasen des Lichtwechsels kaum beeinflussen, trotzdem aber in der Darstellung des zeitlichen Lichtverlaufs Verlangsamungen und Beschleunigungen des Lichtwechsels, ja sogar unter Umständen Inflexionspunkte und Knickungen der Lichtkurve vortäuschen können.

Für die Beibehaltung von Stufenskalen spricht oft der Umstand, daß die unmittelbare Anwendung von Skalen aus Photometermessungen bei Stufenschätzungen nicht so einfach ist, wie es von vornherein erscheint. Die Schwierigkeit liegt vor allem darin, daß die photometrische Skala in den meisten Fällen von einem anderen

[1] Vgl. S. 152 und 153.

Beobachter stammt wie die Schätzungen, und daß daher subjektive Einflüsse mitspielen. Aber selbst wenn die photometrische Skala von demselben Beobachter herrührt, so können doch Auffassungsunterschiede zwischen den geschätzten und den gemessenen Helligkeiten auftreten. Dies ist in der ganzen Eigentümlichkeit der Helligkeitsbestimmungen begründet. Bei den Messungen mit Photometern durchlaufen die Lichtstrahlen besondere optische Systeme, es wird nur die Gleichheit von Intensitäten festgestellt, es werden Vergleichsobjekte zur Vermittlung hinzugezogen, u. a. m. Dadurch entstehen Komplikationen, die unter Umständen zu einer vollständigen Veränderung des Eindrucks, den ein Stern sonst bei unmittelbarer Betrachtung auf das Auge macht, führen können. Daß dadurch die Beurteilung von Helligkeitsunterschieden beeinflußt wird, ist naheliegend. Daher ist die auf den Stufenunterschieden aufgebaute Skala am meisten für die Beobachtungen nach der Schätzungsmethode geeignet und sollte vom Berechner immer so lange beibehalten werden, bis er zum Übergang auf die photometrische Skala notwendigerweise veranlaßt wird. Dies kann unter Umständen früher, als es sonst erwünscht ist, eintreten, z. B. wenn in der Aufeinanderfolge der Vergleichsterne nach der Helligkeit eine größere Lücke auftritt, oder wenn aus irgendeinem Grunde die hinreichende Sicherheit in den Vergleichungen fehlt. Namentlich bei den ganz hellen Sternen sind solche Lücken leicht möglich. Sobald es sich zeigt, daß zwischen beiden Arten von Skalen deutliche systematische Unterschiede vorhanden sind, dürfen die Resultate aus Photometermessungen nicht ohne weiteres auf die Schätzungen angewandt werden.

Technisches Verfahren zur Herstellung der Stufenskala.

Die Skala besteht aus der Liste der Vergleichsterne für einen Veränderlichen, die nach Helligkeiten geordnet ist und deren Helligkeitsdifferenzen gegen einen willkürlich gewählten Nullpunkt in Stufen angegeben sind. Sehr oft dient als Nullpunkt die Helligkeit des schwächsten Vergleichsterns, und die Stufenzahlen laufen umgekehrt wie die Größenklassen. Zur Ableitung der Stufenzahlen benutzt man nach Möglichkeit alle vorhandenen Messungen, bei denen der Veränderliche zwischen wenigstens zwei Vergleichsternen eingeschätzt worden ist, von denen der eine heller, der andere schwächer als der Variable war. Die Summe der Stufenzahlen ergibt die zwischen den beiden Vergleichsternen liegende Anzahl der Stufen.

Sei V der Veränderliche; α, β und γ drei Vergleichsterne nach abnehmender Helligkeit angeordnet; so haben die Beobachtungen die Form:

$$1.\ \alpha m V n \beta, \quad 2.\ \beta p V q \gamma, \quad 3.\ \alpha t V u \gamma, \quad 4.\ \alpha r V, \beta s V, \tag{60}$$

worin m, n usw. die Zahlen, die die Schätzungen ergeben, bedeuten.

Man erhält dann die Helligkeitsdifferenzen zwischen den Vergleichsternen in Stufen:

$$\left.\begin{aligned} &1.\ \alpha - \beta = m + n, && 2.\ \beta - \gamma = p + q, \\ &3.\ \alpha - \gamma = t + u, && 4.\ \alpha - \beta = r - s. \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

Diese Gl. (61) sind durchaus nicht gleichartig: die beiden oberen (1 und 2) sind die gewöhnlichen, aus den Summen gebildeten, die allgemeine Verwendung finden. Die 3. ist mit Überspringung von β, das der Helligkeit nach zwischen α und γ liegt, gebildet und enthält daher ein doppeltes Intervall. In der 4. Gleichung steht auf der rechten Seite keine Summe, sondern eine Differenz, und man wird zu ihr meistens bloß dann greifen, wenn der Veränderliche in seinem Maximum höchstens die Helligkeit von β erreicht hat, so daß die Einschätzung zwischen α und β nur sehr selten vorkommt. Sonst sollte man im allgemeinen derartige Gleichungen, in denen das Intervall durch die Differenz der Schätzungen gebildet ist, nicht verwerten.

a) Hat man nur Gleichungen von den Formen 1. und 2. gebildet, so nimmt man zur Ermittlung der Helligkeitsdifferenz das Mittel aus allen Einzelsummen $(m + n)$ und $(p + q)$. Diese Mittelwerte werden zu dem Nullpunkt addiert, wodurch man die Stufenskala für die Vergleichsterne ohne weiteres erhält.

Die Gleichung der Form 3. wird man nur zu Hilfe nehmen, wenn der Stern unmittelbar zwischen α und γ bei der Vergleichung eingeschätzt wurde. Gleichung 4. wird man nur in dem schon oben erwähnten Ausnahmefall benutzen.

Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung der Stufenskala muß als verfehlt gelten, solange man nicht sicher ist, daß in den Differenzen keine systematischen Fehler stecken. Gerade der Intervallfehler, der darin besteht, daß die Beobachter beim Schätzen größerer Differenzen anders verfahren als bei kleinen Unterschieden, so daß der Stufenwert von der Differenz selbst abhängt, würde bei dieser Art der Ausgleichung die Resultate stark entstellen. Im allgemeinen wird man gut daran tun, keine zu großen Differenzen zur Berechnung heranzuziehen.

b) Eine einwandfreie Methode zur Bildung der Vergleichsternskala, bei der der Intervallfehler keinen Einfluß auf die Differenzen mehr ausüben kann, ist dann anwendbar, wenn für den Variabeln eine mittlere Lichtkurve bereits vorliegt, die jedesmal mit der größten Regelmäßigkeit durchlaufen wird. (Dies ist jedoch nur bei wenigen Veränderlichen der Fall.) Sie kommt also nur für kurzperiodische Veränderliche in Betracht:

Nachdem man aus den Elementen für den Lichtwechsel des Sterns die Zeitpunkte der Minima berechnet hat, schreibt man für jede Beobachtung ihren zeitlichen Abstand von der am nächsten liegenden Minimumepoche an. Alsdann faßt man das Material in Gruppen nach diesen Zeitabständen zusammen. Die Begrenzung dieser Gruppen wählt man so eng, daß die Annahme berechtigt ist, der Stern habe innerhalb der Zeit, die durch die Begrenzung bestimmt ist, seine Helligkeit nicht merklich verändert. Nun wird jede Gruppe gesondert behandelt. Angenommen, die Beobachtungen hätten wieder die Form:

$$\alpha\, m\, V\, n\, \beta, \tag{60}$$

so bildet man die arithmetischen Mittel aus den m und n, wobei aber alle Beobachtungen, bei denen die Zahlen m und n größer als 2 ausgefallen sind, unberücksichtigt bleiben sollen. Die auf diese Weise berechneten Mittelwerte seien (m) und (n). Nun bildet man für jede Gruppe die Summen $(m) + (n)$, die höchstens den Wert 4 erreichen und vom Intervallfehler ziemlich frei sein werden. Wenn schließlich für jedes Paar die (m) und (n) nach Maßgabe ihrer Gewichte, die durch die Anzahl der Beobachtungen bestimmt werden, vereinigt sind, so wird zuletzt durch Addition der Stufenunterschiede zwischen den einzelnen Vergleichsternen die Skala gebildet.

Beziehung verschiedener Stufenskalen aufeinander.

Nachdem auf die oben beschriebene Art durch Addition der Stufendifferenzen zwischen den einzelnen Vergleichsternen die Skala abgeleitet ist, bleibt nun noch die Aufgabe, die für verschiedene Beobachter oder die für verschiedene Instrumente gültigen Stufenskalen auf ein einziges System zu bringen. Diese Skalen werden nämlich immer Unterschiede zeigen, da die Helligkeitsauffassungen verschiedener Beobachter oder diejenigen desselben Beobachters mit verschiedenen Instrumenten nur selten übereinstimmen.

Die Wahl der Skala, auf die man die Stufenskalen beziehen will, kann nun entweder auf eine photometrische, oder wieder auf

eine Stufenskala treffen. Im letzteren Fall wird man eine der schon vorliegenden als Normalskala nehmen, oder man kann auch eine ganz neue Idealskala, die den anderen ziemlich nahe kommt, aufstellen.

Wenn man zwei Stufenskalen A und B unter Beibehaltung der Stufen miteinander in Einklang bringen will, so müssen diesen beiden Skalen wenigstens zwei Sterne gemeinsam sein. Das Verfahren ist dann genau so, als wenn es sich um die Ermittlung der Beziehung zwischen zwei verschiedenen Maßstäben handelt. Die Differenzen zwischen den gemeinsamen Sternen liefern die Beziehung der Skalen zueinander, und ein einziger Stern gibt den Unterschied zwischen ihren Nullpunkten. Jeder Vergleichstern, der beiden Skalen gemeinsam ist, führt zu einer Gleichung von der Form:

$$A = x + y \cdot B. \qquad (62)$$

x ist die Nullpunktsdifferenz, y diejenige der Stufenwerte.

Bei einer größeren Anzahl gemeinsamer Sterne kann man der Gleichung unter Umständen ein drittes oder sogar viertes Glied beifügen, wenn sich dadurch eine bessere Übereinstimmung der Skalen erzielen läßt. Diese Zusatzglieder würden dann die Färbung u. a. berücksichtigen. Wenn die Farben nicht vom Beobachter selbst bestimmt sind, müssen sie einem Farbenkatalog entnommen werden. Jedenfalls aber müssen sie in Zahlen ausgedrückt sein, wozu sich die *Osthoff*sche Skala wegen ihrer Gleichförmigkeit am besten eignet.

Die Reduktion der Stufenskala eines Beobachters B auf diejenige eines anderen A kann mit Vorteil auch noch auf eine andere Art vorgenommen werden, wenn es sich um einen Stern mit regelmäßiger Periode handelt. Wenn nämlich bereits eine Bearbeitung der Beobachtungen von A vorliegt, so daß eine gut gesicherte Lichtkurve oder Tabelle vorhanden ist, so lassen sich hieraus die Helligkeiten des Veränderlichen für die Zeiten, zu denen ihn B beobachtet hat, berechnen. Die Unterschiede: Beobachtungen B—Rechnung A geben dann die Grundlage zur Bestimmung der Differenzen des Nullpunkts und des Stufenwertes beider Skalen gegeneinander. Diese Methode setzt aber nicht nur die größte Regelmäßigkeit im Lichtverlauf voraus, sondern die Messungen beider Beobachter müssen auch zeitlich hinreichend nahe zusammenliegen, damit man nicht zu befürchten braucht, daß die Lichtkurve sich in der Zwischenzeit geändert hat. Auch muß die Periode scharf bestimmt sein, damit stets gleiche Phasen des Lichtwechsels miteinander verglichen werden.

Verbindung von Stufen- und photometrischen Skalen.

Es bleibt jetzt noch die Erläuterung des Verfahrens übrig, wie man die Stufenskala mit der photometrischen zu verbinden hat. Hierzu ist man immer gezwungen, wenn die Beobachtungen zum Teil nach der Schätzungsmethode, zum Teil mit Photometern angestellt sind. Da den Stufenskalen meistens bloß noch Verzerrungen infolge des Intervall- und des Helligkeitsfehlers, und außerdem nur noch geringe andere Eigentümlichkeiten anhaften, die durch die Auffassung des Beobachters bedingt sind, so wird ein Näherungsverfahren für diese Zwecke stets ausreichen.

Die Näherung kann graphisch oder rechnerisch ausgeführt werden.

a) Die graphische Methode. Das Problem läßt sich folgendermaßen kurz fassen: Für die Helligkeiten einer Reihe von Objekten liegen zwei Arten von Angaben vor. Es soll eine Gleichung gesucht werden, die beide Arten ineinander umzuwandeln gestattet. Trägt man in ein Koordinatensystem die Größen der einen Art, sagen wir die Stufen, als Abszissen, und die der anderen Art, die photometrischen Größen, als Ordinaten ein, so erhält man eine Reihe von Punkten, die den Verlauf einer Kurve bestimmen, deren Gleichung die gesuchte Beziehung zwischen den beiden Arten der Helligkeitsangaben darstellt. Die richtige Anpassung der Kurve an die Punkteschar ist nicht immer leicht, denn die Kurve soll einen möglichst glatten Verlauf, d. h. möglichst wenige Wendepunkte haben. *Hagen*[1]) verfährt zur Auffindung eines guten Kurvenverlaufs folgendermaßen: Nachdem die eingetragenen Punkte durch gerade Linien verbunden sind und so der Verlauf der gesuchten Kurve veranschaulicht ist, werden mit stumpfem, weichem Bleistift die Ecken der Zickzacklinie so lange abgerundet, bis ein schattiertes Band von durchgehends gleicher Breite entsteht, das möglichst stetig verläuft und alle Punkte (mit Ausnahme der offenbar abnormen) in sich schließt. Die Breite des Bandes darf als Maß der zufälligen Fehler betrachtet werden. Zuletzt wird das Band ohne Rücksicht auf die Lage der Punkte der Länge nach halbiert.

Wenn die Amplitude des veränderlichen Sterns klein und daher die Anzahl der Vergleichsterne gering ist, so genügt es meistens, durch die Punkteschar eine Gerade so hindurchzulegen, daß die

---

[1]) *Hagen*, Die veränderl. Sterne, S. 380.

Summe der Abstände der Punkte von ihr möglichst klein wird. Die Gleichung dieser Geraden lautet dann

$$m = x + g y, \tag{63a}$$

worin x und y Konstanten sind, die bestimmt werden müssen, während m (magnitudo) und g (gradus) die laufenden Koordinaten bedeuten.

b) Die rechnerische Methode zur Verbindung der Stufenskala mit der photometrischen geht davon aus, daß man für den durch die Punkte bestimmten Kurvenzug eine „interpolatorische Darstellung" sucht.

Bezeichnet man mit:

m die photometrische Größe (magnitudo),
g die Helligkeit nach der Stufenskala (gradus),
c die Farbentönung (color),
x die Nullpunktskorrektion,

so läßt sich für jeden Stern eine Gleichung von der Form aufstellen:

$$m = x + g y + c z + \ldots \tag{63}$$

Die Buchstaben $x, y, z \ldots$ bezeichnen die Unbekannten. Sind mehr Gleichungen vorhanden als Unbekannte, so wird man sie nach der Methode der kleinsten Quadrate oder einfacher und mit ausreichender Genauigkeit nach dem Verfahren von *Cauchy* auflösen.

Oft sind lineare Formeln zur Darstellung der Beziehung zwischen geschätzten und photometrierten Skalen unzulänglich. Man ist, namentlich wenn es sich um Skalen handelt, die sich über große Helligkeitsintervalle erstrecken, genötigt, Glieder höherer Ordnung einzuführen. Man käme dann auf Gleichungen von der Form:

$$m = x + y_1 g + y_2 g^2 + y_3 g^3 + \ldots + z_1 c + z_2 c^2 + \ldots$$

Die Erfahrung muß zeigen, wie viele Glieder man mitzunehmen hat.

Beispiel.

a) Die Aufstellung einer Stufenskala und ihre Vergleichung mit einer photometrischen soll an einem Beispiel vorgeführt werden.

Die ersten Notierungen einer längeren Beobachtungsreihe lauten folgendermaßen:

April 1	a 3 V, b 1 V 2 c	April 7	b 4 V 0 c, V 3 d
„ 2	a 2 V, b 0.5 V 3 c	„ 9	b 4 V, c 1 V 2.5 d
„ 3	a 3 V, b 1 V 3 c	„ 10	c 2 V 1 d
„ 5	a 4 V, b 1.5 V 2 c	„ 12	c 3 V 0 d, V 4 e
„ 6	a 4 V, b 2 V 1 c		usw.

Die genauere Beobachtungszeit ist der Einfachheit halber weggelassen worden. Nehmen wir an, daß die Beobachtungen schon wegen der Extinktion korrigiert seien!

Wir bilden jetzt zunächst die Stufenintervalle zwischen den einzelnen Vergleichsternen, indem wir die Schätzungszahlen, die oben (S. 198) mit m und n bezeichnet waren, addieren. Zwischen den Sternen a und b können nur Differenzen zur Bildung des Stufenunterschiedes dienen, und auch bei der Berechnung des Unterschiedes zwischen b und c wird zuletzt eine Differenz mitgenommen. (Dies soll aber nur ausnahmsweise geschehen!)

Wir erhalten folgendes Schema:

	a – b	b – c	c – d	d – e
	2 Stufen	3 Stufen	3 Stufen	4 Stufen
	1.5 „	3.5 „	3.5 „	
	2 „	4 „	3 „	
	2.5 „	3.5 „	u. a.	u. a.
	2 „	3 „		
		4 „		
		3 „		
Summe:	10 „	24 „		
Anzahl:	5 „	7 „		
Mittel:	2.00 „	3.43 „	2.50 „	5.00 „ usw.

Durch Summierung der Differenzen erhalten wir, wenn wir den schwächsten Stern g zum Nullpunkt wählen:

Stern	Stufen	Differenzen	Photom. Helligkeiten (einem Katalog entnommen)
g	0.00	3.46	$4^m.20$
f	3.46	3.81	3.90
e	7.27	5.00	3.59
d	12.27	2.50	3.10
c	14.77	3.43	2.89
b	18.20	2.00	2.58
a	20.20	Kontrolle: 20.20	2.41

b) Beziehung verschiedener Skalen aufeinander. Um diese Stufenskala auf ein photometrisches System zu beziehen, entnehmen wir einem Katalog die Helligkeiten dieser Sterne (4. Kolumne). Diese Größen sind dort zwar mit ziemlich hoher Genauigkeit gegeben, doch sind sie beeinflußt durch Besonderheiten in der Auffassung und durch das Instrument. Ähnlichen Beeinflussungen unterliegen auch die Schätzungen des anderen Beobachters, nur in anderem Maße und in anderer Richtung.

α) Im allgemeinen wird man nun zunächst durch ein graphisches Verfahren die Beziehung zwischen Stufen und Größen zu ermitteln suchen. Zu diesem Zweck tragen wir in karriertes Papier in der einen Richtung die Stufen, in der anderen die Größen ein und legen durch die Punkte, die auf diese Weise bestimmt sind, eine Gerade, da wir zuerst eine lineare Beziehung zwischen Stufen und Größen voraussetzen. Die Gerade muß so gelegt werden, daß die Summe der Abstände der Punkte von dieser Geraden genau so groß ist für die Punkte, die auf der einen Seite liegen, wie für die auf der anderen Seite und die Summen selbst möglichst klein werden. Der Schnittpunkt der Geraden mit der einen Achse gibt die Nullpunktskorrektion, während die Tangente ihrer Neigung gegen die andere Achse die Beziehung der Intervalle beider Skalen zueinander ausdrückt.

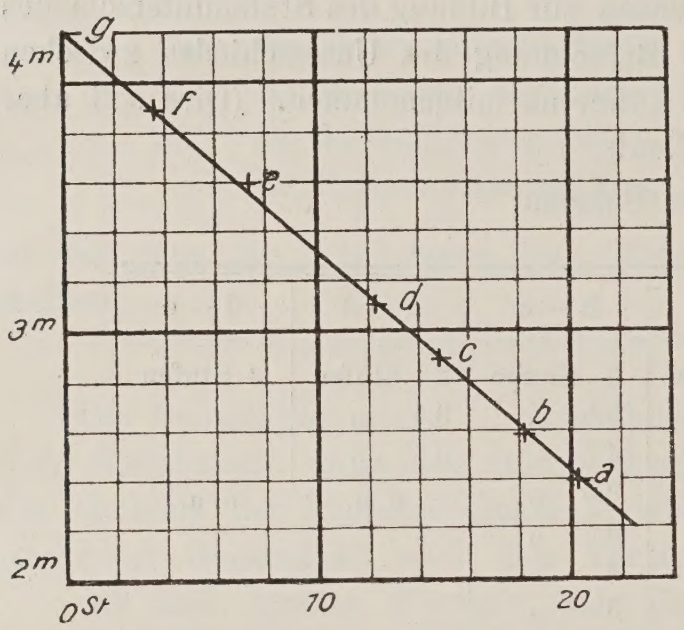

Fig. 30. Beziehung von Stufen und photometrischen Skalen aufeinander.

Fig. 30 zeigt uns die Gerade, die an den 7 Punkten, die durch die Sterne bestimmt sind, möglichst nahe vorbeigeht, und die der Gleichung (63a) entspricht. Die konstanten Koeffizienten dieser Gleichung sind leicht aus der Zeichnung zu bestimmen: Die Nullpunktskorrektion x erhalten wir, wenn wir die Gerade bis zu ihrem Schnittpunkt mit der Ordinate, die 0^m entspricht, durchziehen. Man trifft dann auf den Punkt, der 48 Stufen entspricht. (Dieser Punkt fällt außerhalb des Zeichnungsfeldes.) Er kann auch durch Extra-

polation aus zwei beliebigen Punkten der Geraden, z. B. $m_1 = 4$, $St_1 = 2.0$ und $m_2 = 2$, $St_2 = 25.0$ gewonnen werden. Für $m_0 = 0$ ergibt sich dann $St = 48.0$. Der Wert von y gibt die Steigung der Geraden an; sie kann aus denselben beiden Punkten abgeleitet werden, indem man $m_1 - m_2 = 2$ durch $St_1 - St_2 = -23.0$ dividiert. Man erhält $y = 0.087$, und als Gleichung der Geraden:

$$m = 0.087\ (48 - St.). \qquad (a)$$

β) Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Schon aus der Zeichnung erkennt man, daß die Darstellung der Punkte hinreichend gut ist. Wir wollen aber, um ein Beispiel zu geben, die Rechnung noch einmal rein numerisch unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate durchführen. Aus dem guten Anschluß der Punkte an die Gerade erkennen wir auch, daß systematische Fehler, wie Farbenfehler, in der Stufenskala nicht vorhanden sind, so daß wir von der Hinzuziehung des Gliedes mit c in der Gl. (63) ruhig absehen können. Hierdurch wird die Ausgleichung etwas bequemer. Außerdem werden wir die Rechnung noch vereinfachen durch einen kleinen Kunstgriff, der darin besteht, daß wir für die Umwandlung des Skalenwertes in Größenklassen einen vorläufigen Näherungswert einführen, so daß wir nur die Verbesserung dieses genäherten Wertes, die natürlich viel geringer als der Umwandlungsfaktor selbst ist, zu finden haben.

Die Rechnung nimmt dann folgenden Gang:

Nachdem wir in der folgenden Tabelle unter (1) die Bezeichnung, unter (2) die Helligkeit und unter (3) die photometrische Größe, die wir z. B. der *PD* entnehmen, für jeden Stern hingeschrieben haben, rechnen wir in (4) die Größe aus unter der Voraussetzung, daß der Nullpunkt der Stufenskala der Größe 4.20 und der Wert einer Stufe einem Helligkeitsunterschied von $0^m.1$ entspricht. Wir bestimmen also aus der Stufenskala eine photometrische Skala durch die Beziehung, entsprechend der Gl. (63a):

$$m' = 4.20 - 0.1\,g. \qquad (b)$$

Diese Skala, die derjenigen des Katalogs, dem wir die Größen m entnommen haben, schon ähnlich ist, dient nur dazu, daß wir bei unserer weiteren Rechnung mit kleineren Zahlen auskommen, denn bei der Ausgleichung können wir jetzt die Differenzen $m - m' = m_1$ (Spalte 5) zugrunde legen, die viel kleiner als die m-Werte sind.

Stern (1)	Stufen (2)	m (3)	m' (4)	$m-m'=m_1$ (5)	(6)	Widerspr. (7)	Definitive Größen (8)
g	0.0	4.20	4.20	0.00	0.00	0.00	$4^m.20$
f	3.5	3.90	3.85	+0.05	+0.04	+0.01	3.89
e	7.3	3.59	3.47	+0.12	+0.09	+0.03	3.56
d	12.3	3.10	2.97	+0.13	+0.14	−0.01	3.11
c	14.8	2.89	2.72	+0.17	+0.18	−0.01	2.90
b	18.2	2.58	2.38	+0.20	+0.21	−0.01	2.59
a	20.2	2.41	2.18	+0.23	+0.24	−0.01	2.42

Außerdem wollen wir noch die Stufenzahlen durch 10 dividieren, damit die Koeffizienten unserer Gleichungen in bezug auf ihre Größe möglichst gleichartig werden. Wir setzen also

$$g_1 = \tfrac{1}{10} g \quad \text{und} \quad y_1 = 10\,y. \tag{c}$$

Mit diesen Änderungen erhalten wir als Bedingungsgleichungen:

Bedingungsgleichungen $m_1 = (m-m') = f x_1 + g \cdot y_1$	Berechnung der Koeffizienten d. Ngl. $f \cdot m_1$	$g \cdot m_1$	$f \cdot f$	fg	gg
$0.00 = x_1 - 0.00\,y_1$	+0.00	−0.0000	+1	−0.00	+0.0000
$+0.05 = x_1 - 0.35\,y_1$	0.05	−0.0175	1	−0.35	0.1225
$+0.12 = x_1 - 0.73\,y_1$	0.12	−0.0876	1	−0.73	0.5329
$+0.13 = x_1 - 1.23\,y_1$	0.13	−0.1599	1	−1.23	1.5129
$+0.17 = x_1 - 1.43\,y_1$	0.17	−0.2431	1	−1.43	2.0449
$+0.20 = x_1 - 1.82\,y_1$	0.20	−0.3640	1	−1.82	3.3124
$+0.23 = x_1 - 2.02\,y_1$	0.23	−0.4646	1	−2.02	4.0804
	Summe +0.900	−1.3367	+7	−7.58	+11.6060

Die Bedingungsgleichungen haben die Form:

$$m_1 = f x_1 + g y_1 .$$

In allen unseren Gleichungen ist der Koeffizient f von x_1 gleich 1 und der Koeffizient g von y_1 negativ.

Neben den Gleichungen ist die Berechnung der Koeffizienten für die Normalgleichungen ausgeführt. Wenn wir die Summen dadurch bezeichnen, daß wir die Größen, über die sich die Summierung erstreckt, in eckige Klammern einschließen, so lauten die Normalgleichungen, aus denen die Unbekannten x_1 und y_1 nach dem gewöhnlichen Verfahren ausgerechnet werden:

$$[ff]x_1 + [fg]y_1 = [fm_1] \qquad 7.00\,x_1 - 7.58\,y_1 = +0.900,$$
$$[gf]x_1 + [gg]y_1 = [gm_1] \qquad -7.58\,x_1 + 11.61\,y_1 = -1.337.$$

Hieraus ergibt sich dann:

$$x_1 = 0.00 \quad \text{und} \quad y_1 = -0.12, \qquad y = \tfrac{1}{10} y_1 = -0.012. \qquad \text{(c)}$$

Wenn wir diese Werte in die Bedingungsgleichungen einsetzen, so erhalten wir für die linken Seiten der Reihe nach die Zahlen in der Spalte (6) und durch Subtraktion von den rechten Seiten, die in Spalte (5) gegeben sind, die Widersprüche für die einzelnen Gleichungen in Spalte (7). Die Summe der Werte von Spalte (7) muß 0 ergeben als notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Richtigkeit unserer Rechnung.

Jetzt bringen wir die Werte in Spalte (6) an die vorläufig angenommenen Größenklassen in Spalte (4) an, deren Verbesserungen sie gemäß der Anlage unserer Rechnung darstellen, und erhalten in (8) die definitiven Werte für die Größen unserer Vergleichsterne, wie sie unsere Beobachtungen erheischen.

Die Vereinfachungen, die wir, um kleine Zahlen bei der Rechnung zu erhalten, gewählt haben, erscheinen in diesem Beispiel mehr wie Komplizierungen. Sie gestatten aber die Verwendung einfacher Rechenhilfsmittel, wie z. B. des Rechenschiebers, beim Bilden der Produkte der Koeffizienten, ein Umstand, der bei ausgedehnteren Ausgleichungsrechnungen wesentlich ins Gewicht fällt.

y ist die Korrektion des Skalenintervalls, das wir zu $0^m.1$ angenommen hatten, das aber in Wirklichkeit $0^m.1 + y = 0^m.088$ beträgt. Da wir als Korrektion des Nullpunkts $x_1 = 0.00$ bekommen, so liegt der Nullpunkt der Stufenskala, d. h. die Helligkeit des Sterns g bei $4^m.20$.

γ) Rechnung nach der Methode von *Cauchy*. Dasselbe Beispiel soll uns nochmals zur Erläuterung der *Cauchy*schen Methode dienen, die als Abkürzung der M. d. kl. Q. angesehen werden kann. Bei der M. d. kl. Q. bestanden die Koeffizienten der Normalgleichungen aus den Summen der Produkte aller Koeffizienten für jede Bedingungsgleichung in allen möglichen Kombinationen. Bei der *Cauchy*schen Methode haben wir es nur mit den Summen der Koeffizienten zu tun, wodurch die Rechnung wesentlich verkürzt wird.

Aus der Menge der Gleichungen

$$m = x + y \cdot y$$

bilden wir eine neue Gleichung, die wir als arithmetische Mittel- oder Durchschnittsgleichung bezeichnen können, indem wir aus allen Koeffizienten das Mittel nehmen. Die Durchschnittsgleichung hat dieselbe Form wie jede von den Bedingungsgleichungen und, wenn

wir sie von jeder Bedingungsgleichung subtrahieren, bekommen wir eine Reihe neuer Gleichungen, in denen aber die Unbekannte x eliminiert ist. Diese Gleichungen sehen also folgendermaßen aus:

$$m = g\,y\,.$$

Aus der Menge dieser Gleichungen bilden wir wieder die Durchschnittsgleichung, und da sie nur noch eine Unbekannte enthält, können wir y daraus bestimmen. Mit Hilfe dieses Wertes von y ermitteln wir dann aus der anderen Durchschnittsgleichung das x.

Die Rechnung bekommt also folgende Gestalt:

	Bedingungsgleichungen: $m = x + g\,y$	Reduzierte Bedingungsgleichungen: $m = g\,y$
	$4.20 = x + 0.0\,y$	$0.96 = -10.9\,y$
	$3.90 = x + 3.5\,y$	$0.66 = -7.4\,y$
	$3.59 = x + 7.3\,y$	$0.35 = -3.6\,y$
	$3.10 = x + 12.3\,y$	$0.14 = -1.4\,y$
	$2.89 = x + 14.8\,y$	$0.35 = -3.9\,y$
	$2.58 = x + 18.2\,y$	$0.66 = -7.3\,y$
	$2.41 = x + 20.2\,y$	$0.83 = -9.3\,y$
Summe:	$22.87 = 7\,x + 76.3\,y$	$3.95 = -43.8\,y$
		$y = -0.090$
Durchschnittsgleichung:	$3.24 = x + 10.9\,y$	$x = 4.22$

Wir erhalten also als Skalenwert, ähnlich wie oben $y = -0.090$ und als Nullpunkt der Skala unmittelbar $4^{m}.22$. Das negative Vorzeichen des Skalenwertes bedeutet, daß beide Skalen in entgegengesetztem Sinn verlaufen.

Es ist wichtig, darauf zu achten, daß der Koeffizient der Unbekannten, die eliminiert werden soll, immer positiv ist. Bei den reduzierten Bedingungsgleichungen mußte von der 4. Gleichung ab unter der gestrichelten Linie das Vorzeichen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens umgekehrt werden, weil sonst die Summen der Koeffizienten gleich null geworden wären.

Man sieht, daß das Verfahren von *Cauchy* hier fast dasselbe leistet wie die M. d. kl. Q., es bedeutet aber, namentlich bei langen Vergleichsternskalen mit vielen Objekten, eine beträchtliche Arbeitsersparnis.

Vierzehntes Kapitel.

Die Bestimmung der Elemente des Lichtwechsels.

Unter den Elementen des Lichtwechsels versteht man diejenigen Angaben, die das Verhalten eines Veränderlichen bestimmen, soweit es sich auf die äußeren Erscheinungen bezieht. Als wesentliche Elemente bezeichnet man: die Amplitude der Lichtschwankung (die Helligkeit im Maximum und im Minimum), die Phasen und Hauptepochen des Lichtes, die Periode, die Gestalt der Lichtkurve und das Spektrum. Unter der Amplitude versteht man den Betrag der Lichtänderung von der kleinsten zur nächsten größten Helligkeit oder umgekehrt. Die Epoche bezeichnet einen Anhalts- oder Ausgangspunkt in der Zeitzählung und kann zwei verschiedene Bedeutungen haben: die Phasenepoche und die Hauptepoche. Die Phasenepoche ist der Ausgangspunkt für die Zählung innerhalb eines kleineren Zeitabschnittes, nämlich der Periode. Gewöhnlich wird hierzu eine Hauptphase, also die Zeit der größten oder der geringsten Helligkeit gewählt. Welche Phase als Epoche gilt, muß zur Vermeidung von Unbestimmtheiten angegeben werden. Die Hauptepoche dient als Anfangspunkt für die Zählung der Phasenepochen. Wenn die Periode regelmäßig und unveränderlich ist und die Epochen z. B. für das Minimum gelten, so werden die Zeiten des kleinsten Lichtes durch die Formel

$$\text{Min.} = E_0 + P \cdot E$$

dargestellt, worin E_0 die Hauptepoche und E die Epochennummer heißt. Die zwischen zwei gleichartige Hauptphasen fallende entgegengesetzte Hauptphase wird am besten durch eine Zahl bezeichnet, die zwischen den Epochennummern liegt. So wird z. B. das Maximum zwischen den beiden Minimis $E = 5$ und $E = 6$ mit $E = 5\,^1/_2$ bezeichnet. Oft spricht man aber auch in diesem Fall von einem dem Minimum $E = 5$ folgenden oder $E = 6$ vorausgehenden Maximum. Durch die Einführung des Bruchs lassen sich jedoch sehr einfach auch die Nebenmaxima oder -minima kennzeichnen, indem man z. B. bei β Lyrae die ganze Periode in Viertel teilt, so daß jedem Viertel ein Maximum oder ein Minimum entspricht.

Die Ableitung der Lichtkurve und die Beobachtungsfehler.

Wir setzen voraus, daß die Helligkeitsbeobachtungen so weit bearbeitet sind, daß für eine Reihe von Zeitmomenten die Helligkeitswerte für einen Veränderlichen in Stufen oder in Größenklassen vorliegen. Auf die Maßeinheit, in der diese Werte angegeben sind, kommt es vorläufig nicht an. Liegt den Angaben eine Stufenskala zugrunde, so behalten wir sie möglichst lange bei. Erst wenn es sich um die physikalische Erklärung des Lichtwechsels handelt, müssen wir zu einem photometrischen System, am besten zu den nach dem *Pogson*schen Satz definierten Größenklassen, übergehen.

Um die Lichtkurve, deren Bedeutung schon am Anfang auseinandergesetzt wurde, zu konstruieren, tragen wir jede Beobachtung nach Zeit und Helligkeit in ein Koordinatennetz ein. Die Punkte, die sich so ergeben, bestimmen die Lage der Lichtkurve nur für einzelne Zeitmomente; für die Zeiten, die zwischen den Beobachtungen liegen, müssen wir eine Ergänzung vornehmen. Hierzu sind wir berechtigt, denn wir dürfen voraussetzen, daß sich der Lichtverlauf stetig, nicht sprunghaft vollzieht.[1]) Wenn wir also annehmen, daß die fehlenden Punkte genau zwischen denen liegen, die durch die Beobachtung erhalten sind, so können wir zur Lichtkurve sehr einfach dadurch gelangen, daß wir die gegebenen Punkte in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge durch gerade Linien miteinander verbinden. Wir erhalten dann einen Linienzug mit mehr oder weniger scharfen Ecken, der uns unwahrscheinlich dünkt, da wir keine sprunghafte Lichtänderung als wirklich annehmen können.

In dem Problem der Bestimmung der Lichtkurve liegt eine Schwierigkeit, die ihren Grund darin hat, daß alle unsere Beobachtungen mit Fehlern behaftet sind. Diese sog. Beobachtungsfehler haben ihre Ursache teils in der Unvollkommenheit unserer Sinnesorgane, teils in der Eigentümlichkeit der Instrumente, die wir zum Beobachten benutzen.

Wir müssen scharf unterscheiden, ob diese Fehler in ihrer Art zufällig oder systematisch sind.

Die zufälligen Fehler verfälschen die Beobachtung bald in dem einen, bald im entgegengesetzten Sinne. Sie haben die Eigen-

[1]) Strenggenommen gilt dies nur für Sterne mit kontinuierlicher Lichtänderung.

schaft, daß (dem absoluten Werte nach) kleine Beträge bei ihnen häufiger vorkommen als große. Sie gehorchen nämlich einem bestimmten Verteilungsgesetz. Von großer Wichtigkeit ist es, daß ihre Summe null wird, wenn eine sehr große Anzahl von Beobachtungen in Betracht gezogen wird.

Die systematischen Fehler wirken — wenigstens innerhalb bestimmter Gebiete der Helligkeitsmessungen — stets in demselben Sinne und nahezu mit dem gleichen Betrag auf die Beobachtungen. Sie anullieren sich im allgemeinen nicht und verschieben, solange sie mit dem gleichen Betrag wirken, die Lage aller Punkte, die den Beobachtungen entsprechen, um einen bestimmten Betrag nach oben oder nach unten. Es ergibt sich hieraus die Folgerung, daß Beobachtungsreihen, von denen jede mit einem anderen systematischen Fehler behaftet ist, nicht ohne weiteres miteinander kombiniert werden dürfen, sondern vorher gleichartig gemacht werden müssen. Vor allem dürfen z. B. visuelle und photographische Helligkeitsbestimmungen nicht miteinander vermischt werden, wenn man sie nicht zuvor auf dasselbe System bringt. Bei gleichartigen Beobachtungen, z. B. solchen nach der Stufenschätzungsmethode, erreichen die systematischen Fehler im allgemeinen keine allzu großen Beträge, so daß durch sie die Lichtkurve in ihren einzelnen Teilen nur wenig entstellt wird. Die Auffindung und Berücksichtigung der systematischen Fehler wird dann meistens erst bei der weiteren Bearbeitung des Beobachtungsmaterials stattfinden. Deshalb wollen wir vorläufig annehmen, daß nur zufällige Fehler vorhanden seien. Die oben (Kap. 9) angeführten Fehler sind systematische. Wir setzen einstweilen voraus, daß ihr Einfluß schon ermittelt ist und die Beobachtungen dementsprechend verbessert sind.

Das einfachste Verfahren, die zufälligen Fehler unschädlich zu machen, besteht darin, daß man die Beobachtungen in Gruppen zusammenfaßt und hieraus Mittelwerte ableitet, denn wir haben oben gesehen, daß sich die zufälligen Fehler bei einer sehr großen Anzahl von Beobachtungen gegenseitig aufheben. Daher wird auch schon bei einer mäßigen Anzahl ihr Einfluß stark abgeschwächt. Die Mittelwerte können auf verschiedene Weise gebildet werden, graphisch oder rechnerisch:

Wir bezeichnen die vorliegenden Punkte der Reihe nach mit *a*, *b*, *c* usw. Die geradlinigen Verbindungen je zweier aufeinanderfolgender Punkte, sowie die des Anfangs- mit dem Endpunkt der Gruppe schließen Polygone ein. Dann werden die Schwerpunkte

dieser Vielecke zu Normalpunkten genommen. Je nach der Zusammenfassung der Punkte und dem Belegen der Polygonflächen mit Massen gleicher oder verschiedener Dichte unterscheiden sich die Methoden der Schwerpunktsbildung. So gibt es drei verschiedene Arten:

1. Die einzelnen Gruppen und ebenso die Flächen sind voneinander getrennt:

$\frac{1}{2}(a+b)$, $\frac{1}{2}(c+d)$ usw. oder $\frac{1}{3}(a+b+c)$, $\frac{1}{3}(d+e+f)\ldots$ (64a)

2. Die Gruppen greifen ineinander, die Flächen haben gemeinsame Ecken und Seiten oder liegen teilweise übereinander:

$\frac{1}{2}(a+b)$, $\frac{1}{2}(b+c)$ oder $\frac{1}{3}(a+b+c)$, $\frac{1}{3}(b+c+d)$ usw. (64b)

3. Die Gruppen greifen nach Gewichten ineinander, d. h. den Flächen wird stellenweise größere Dichte zugeschrieben:

$\frac{1}{4}(a+2b+c)$, $\frac{1}{4}(b+2c+d)$ oder $\frac{1}{10}(a+2b+4c+2d+e)$ usw. (64c)

Auf diese Weise lassen sich Normalpunkte finden, die der Lichtkurve schon sehr nahe liegen, und es wird im allgemeinen dann nicht mehr schwierig sein, eine Kurve mit glattem Verlauf diesen neuen Punkten anzupassen, so daß für Willkürlichkeiten kaum noch Raum gelassen ist.

Eine solche Lichtkurve gibt den Verlauf der Helligkeit eines Veränderlichen natürlich nicht mit aller Strenge wieder, sie stellt zunächst nur den allgemeinen Charakter des Lichtwechsels dar. Insofern ist sie aber ein vorzügliches, geradezu unersetzliches Mittel zum weiteren Studium der Eigenschaften der veränderlichen Sterne.

Es muß noch erwähnt werden, daß geradeso wenig, wie visuelle und photographische Helligkeitsbestimmungen ohne weiteres miteinander vermischt werden dürfen, um aus ihnen eine Lichtkurve abzuleiten, auch nicht die Lichtkurven, die aus beiden Arten von Beobachtungen für denselben Stern getrennt abgeleitet sind, ohne weiteres zusammengezogen werden dürfen. Denn abgesehen von dem Unterschied zwischen den Helligkeiten in den verschiedenen Spektralbezirken kann noch bei photographischen Messungen die Belichtungszeit der einzelnen Aufnahmen eine Verschiebung der Phasen und damit auch eine Verzerrung der Lichtkurve, namentlich bei kurzperiodischen Variabeln, hervorbringen.

Die Bestimmung der Hauptphasen.

Unter den Hauptphasen einer Lichtkurve versteht man ihre Maxima und Minima. Trotz aller Vorsichtsmaßregeln unterliegt sowohl die Konstruktion der Lichtkurve als auch die Beurteilung

der Lage ihres höchsten oder ihres tiefsten Punktes subjektiven Einflüssen. Namentlich wenn die Hauptphasen sehr flach verlaufen, wie es bei langperiodischen Variabeln oft der Fall ist, wird die Bestimmung der Zeitpunkte, die dem größten oder dem kleinsten Licht entsprechen, manchmal recht unsicher.

Die Ermittlung der Lage der Hauptphase kann graphisch oder rechnerisch erfolgen.

a) Graphisches Verfahren (*Pogson*).[1]) Die *Pogson*sche Methode zur Bestimmung des Zeitpunktes für das Maximum oder das Minimum der Lichtkurve wird am häufigsten angewandt. Sie lehrt uns die Konstruktion einer Kurve, der sog. halbierenden, die die Lichtkurve im Maximum oder im Minimum trifft. Diese halbierende Kurve, auch die *Pogson*sche genannt, ist der geometrische Ort der

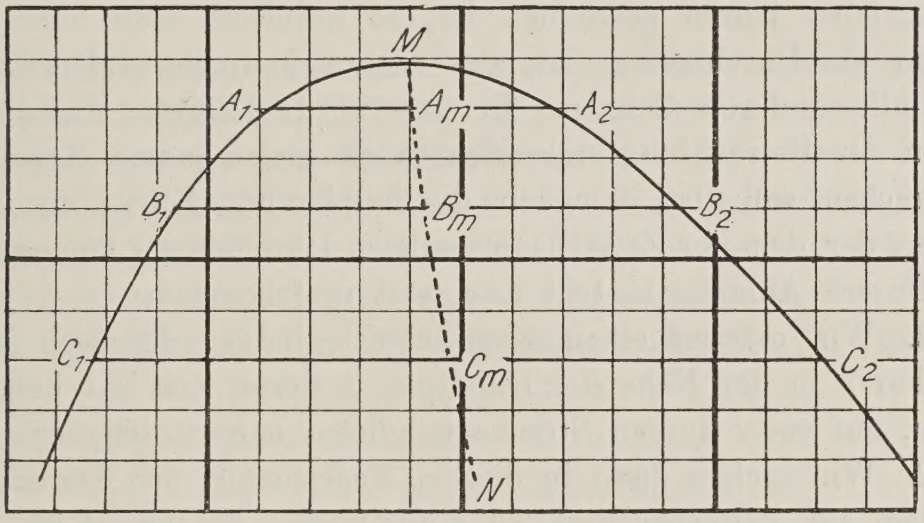

Fig. 31. *Pogson*s halbierende Kurve.

Mitten aller Sehnen, die in der Lichtkurve parallel zur Zeitachse gezogen werden. Ihre Konstruktion geschieht demnach folgendermaßen: Man zieht parallel zur Abszissenachse eine Anzahl von geraden Linien (Fig. 31), die die Lichtkurve in A_1, A_2, B_1, B_2 usw. schneiden mögen. Die Abszissen dieser Schnittpunkte A_2, B_2, ... bezeichnen die Zeiten, zu denen der Variable die gleiche Helligkeit hatte, wie zu den Zeiten, die zu A_1, B_1 gehören, nur mit dem Unterschied, daß letztere Punkte vor, erstere dagegen nach der Hauptphase liegen. Die Halbierungspunkte der Sehnen $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, $C_1 C_2$, die wir mit A_m, B_m, C_m ... bezeichnen, liegen auf einer zur Zeitachse senkrechten Geraden und geben die Zeit der Hauptphase

[1]) Catalogue of Variable Stars, S. 16 (1856).

an, wenn die Lichtkurve genau symmetrisch verläuft. Dies ist jedoch häufig nicht der Fall, und die Halbierungspunkte der Sehnen liegen meistens nicht einmal auf einer Geraden, sondern auf einer schwach gekrümmten Kurve. Führt man diese Kurve über A_m hinaus fort, so trifft sie die Lichtkurve in ihrem Maximum.

b) Rechnerisches Verfahren (*Hagen, Parkhurst*). Die Unsicherheit der graphischen Methode hat die Auffindung der Hauptphasen auf rein rechnerischem Wege veranlaßt. Die rechnerische Methode beruht auf der Annahme, daß die Lichtkurven wenigstens innerhalb eines kurzes Stücks in der unmittelbaren Umgebung der Hauptphasen Kegelschnitte sind. Wäre die Lichtkurve auf einer größeren Strecke genau ein Kegelschnitt, so wäre die *Pogson*sche Kurve eine Gerade. Zieht man aber in einem Kegelschnitt eine Schar paralleler Sehnen, wie es oben bei der Konstruktion der halbierenden Kurve geschehen ist, so halbiert, wenn eine dieser Sehnen ein Durchmesser ist, der hierzu konjugierte Durchmesser auch alle anderen Sehnen. In unserer Lichtkurve, die auf dem kurzen zur Betrachtung stehenden Stück genau einem Kegelschnitt entsprechen soll, ist demnach die halbierende Kurve ein Durchmesser, der dem zur Zeitachse parallelen Durchmesser konjugiert ist.

Unsere Aufgabe besteht also jetzt in folgendem:

1. Wir müssen einen Kegelschnitt finden, der sich unserer Lichtkurve in der Nähe der Hauptphase, deren Zeit wir bestimmen wollen, auf einer kurzen Strecke möglichst nahe anschmiegt.

2. Wir suchen dann in diesem Kegelschnitt den Durchmesser, der dem zur Zeitachse parallen Durchmesser konjugiert ist.

Diese Methode hat *J. G. Hagen*[1]) näher ausgeführt und an einem Beispiel erläutert. Als Kegelschnitt wählte er dabei zunächst eine Parabel.

Wenn h die Helligkeit und t die Zeit bedeutet, die für wenigstens 5 verschiedene Punkte der Lichtkurve zu entnehmen sind, so lautet die Gleichung der Parabel:

$$h^2 + 2aht + a^2t^2 + 2bh + 2ct + 2d = 0. \tag{65}$$

Die Gleichung des konjugierten Durchmessers findet man durch Differentiation nach t und Kürzen mit $2a$:

$$h + at + c/a = 0. \tag{66}$$

Also:

$$h = -(at + c/a). \tag{67}$$

[1]) *A N* **210**, 221 (1920).

Diesen Wert setzt man zur Elimination von h in die Parabelgleichung ein und findet für die Zeit der Hauptphase t_0:

$$t_0(c - ab) + c^2/2a^2 - bc/a + d = 0. \quad (68)$$

Für die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ist diese Form nicht brauchbar, da der Koeffizient quadratisch auftritt. Wählt man dagegen eine besondere Hyperbel

$$t^2 + \alpha th + \gamma t + \delta h + \varepsilon = 0 \quad (69)$$

und differenziiert, um den konjugierten Durchmesser zu finden, wieder nach t:

$$2t + \alpha h + \gamma = 0, \quad (70)$$

so ergibt die Elimination von h eine Gleichung mit linearen Koeffizienten:

$$t_0^2 + 2t_0\,\delta/\alpha - (\varepsilon - \gamma\,\delta/\alpha) = 0. \quad (71)$$

Beispiel: Man entnimmt einer gegebenen Lichtkurve die Koordinaten h und t von fünf dem Maximum benachbarten Punkten. (Es handelt sich um den Veränderlichen R Pegasi, dessen Periode über ein Jahr beträgt.) Die fünf Punkte sind Beobachtungen entnommen, die auf beiden Seiten des Maximums und höchstens 7 Tage davon entfernt liegen. Aus den in den Spalten h und t gegebenen Koordinaten sind die danebenstehenden Gl. (71) gebildet:

h	t	$t^2 + th\,\alpha + t\gamma + h\,\delta + \varepsilon = 0$
$7^m.23$	-7^d	$49 - 50.61\,\alpha - 7\gamma + 7.23\,\delta + \varepsilon = 0$
7.13	−3	$9 - 21.39\,\alpha - 3\gamma + 7.13\,\delta + \varepsilon = 0$
7.09	0	$0 + 0.00\,\alpha + 0\gamma + 7.09\,\delta + \varepsilon = 0$
7.16	+4	$16 + 28.64\,\alpha + 4\gamma + 7.16\,\delta + \varepsilon = 0$
7.20	+4	$16 + 28.80\,\alpha + 4\gamma + 7.20\,\delta + \varepsilon = 0$

Man erhält nach Auflösung dieser Gleichungen die Koeffizienten:

$$\alpha = 31.790, \quad \gamma = -227.101, \quad \delta = -203.09, \quad \varepsilon = +1437.79$$

und als Gleichung zur Ermittlung der Hauptphase t_0:

$$t_0^2 - 2 \times 6.389\,t_0 + 13.03 = 0. \quad (71)$$

Von den beiden Werten von t_0: $1^d.12$ und $11^d.66$ ist nur der erste brauchbar. Danach liegt das Maximum 1^d später als die mittlere Beobachtung.

c) Die *Parkhurst*sche Methode zur Bestimmung der Hauptphasen ist ebenfalls eine rechnerische. Auch bei ihr ist die Lichtkurve in

der Nähe des Maximums oder Minimums als Kegelschnitt angenommen, jedoch mit der wesentlichen Einschränkung, daß es sich um eine Parabel mit einer zur Zeitachse senkrechten Achse handelt. Zählt man die Zeit t der Beobachtungen vom Scheitelpunkt der Parabel t_0 und die entsprechenden Helligkeiten h von der Helligkeit des Maximums oder des Minimums h_0 ab, so erhält man aus der Scheitelgleichung der Parabel:

$$t - t_0 = p\sqrt{h - h_0}. \tag{72}$$

Zwei Beobachtungen zu den Zeiten t_1 und t_2 mit den entsprechenden Helligkeiten h_1 und h_2 ergeben die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} t_1 - t_0 &= p\sqrt{h_1 - h_0}, \\ t_2 - t_0 &= p\sqrt{h_2 - h_0}. \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich der Parameter p und die Hauptphase t_0, von der man zunächst nur einen Näherungswert angenommen hat, ausrechnen. Die Gl. (73) gelten nur für Lichtkurven mit symmetrischem An- und Abstieg der Kurvenäste. Wenn jedoch die beiden Äste unsymmetrisch verlaufen, so muß man nach *H. M. Parkhurst*[1]) hierfür zwei Parabeln mit verschiedenen Parametern p_1 und p_2, aber mit gemeinsamem Scheitel annehmen. Auf jedem Kurvenast ist dann noch ein weiterer Punkt (t, h) erforderlich. Das Verhältnis dieser beiden Parameter zueinander läßt sich auch der mittleren Lichtkurve entnehmen.

Die Bestimmung nach dieser Formel (73) setzt voraus, daß die Helligkeit h_0 zur Zeit der Hauptphase wenigstens genähert bekannt ist, was im allgemeinen der Fall sein wird, da die Zeiten t_1 und t_2 immer in der unmittelbarsten Nähe des Maximums oder Minimums gewählt werden müssen. Unter Umständen muß die Rechnung mit neuen Werten von t_0 und h_0 wiederholt werden.

Auffindung der Hauptphasen bei lückenhaften Beobachtungsreihen.

d) Wenn die Beobachtungen entweder nur vor oder nur nach der Hauptphase liegen, so läßt sich dennoch mit Hilfe der mittleren Lichtkurve die Lage der Hauptphase mit einiger Sicherheit bestimmen. Dies geschieht auf graphischem Wege, wie folgt: In gleiche rechtwinklige Koordinatennetze zeichnet man das eine Mal auf durchscheinendem Papier die mittlere Lichtkurve nebst ihrer Phasen-

---

[1]) *AJ* 17, 122 (1897).

epoche, das andere Mal auf gewöhnlichem Papier die den Beobachtungen entsprechenden Punkte ein. Wenn man nun diese beiden Zeichnungen so übereinanderlegt, daß durch die mittlere Lichtkurve alle Punkte berücksichtigt werden, und zwar diejenigen in der Nähe der Inflexionspunkte mit größerem Gewicht, so läßt sich die Phasenepoche der mittleren Kurve in das Netz der lückenhaften Beobachtungsreihe unmittelbar übertragen.

e) Eine andere Methode zur Auffindung der Hauptphase bei lückenhaften Beobachtungen ist die von *H. M. Parkhurst*[1]) angegebene Subtangentenmethode. Sie beruht auf dem Satz, daß die Subtangente in der Parabel vom Scheitelpunkt halbiert wird. (Die Subtangente ergibt sich, wenn man den Abschnitt der Tangente zwischen ihrem Schnittpunkt mit der Achse und ihrem Berührungspunkt auf die Parabelachse projiziert.) Dieser Satz läßt sich zur Auffindung der Hauptphase anwenden, wenn entweder zwei Tangenten mit ihren Berührungspunkten gegeben sind oder statt der einen Tangente die Scheitelhöhe, d. h. der Extremwert der Helligkeit, bekannt ist. Der erste Fall tritt auch dann ein, wenn man auf dem einen Kurvenzweig nur einen einzigen Punkt kennt. Zur Konstruktion der Tangente in diesem Punkt muß man dann aber das Verhältnis der Geschwindigkeit der Lichtänderung in Punkten gleicher Helligkeit auf beiden Kurvenzweigen kennen.

Die Bestimmung der Periode.

Bei den meisten veränderlichen Sternen wiederholen sich die Vorgänge des Lichtwechsels mit einer gewissen Regelmäßigkeit, die sich vor allem darin offenbart, daß die Zeitdifferenzen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maximis oder Minimis der Helligkeit bei ein und demselben Stern immer nahezu den gleichen Betrag erreichen. Die Zeit, die ein Veränderlicher braucht, um alle Phasen seines Lichtwechsels einmal zu durchlaufen, wird seine Periode genannt; sie ist das wichtigste Element, auf das sich die weiteren Untersuchungen stützen müssen.

Die Regelmäßigkeit der Periode ist im allgemeinen um so geringer, je länger die Periode selbst ist. Daher kann man bei vielen Sternen überhaupt nur von einer mittleren Periodendauer sprechen.

---

[1]) *AJ* **17**, 122 (1897).

Die Ableitung der Periodendauer kann entweder aus den Zeitunterschieden zwischen den Hauptphasen allein oder aus der Gesamtheit der Helligkeitsbeobachtungen vorgenommen werden. Diese letzte Methode setzt eine große Regelmäßigkeit des Lichtverlaufs innerhalb der einzelnen Perioden voraus. Bei den langperiodischen Veränderlichen, bei denen die Lichtkurve sich ständig verändert, kommt nur die erste Methode in Frage. Statt der Hauptphasen können manchmal bei Sternen mit sehr regelmäßigem Lichtverlauf andere besonders markante Stellen der Lichtkurve zur Bestimmung der Periode herangezogen werden.

Ableitung aus den Hauptphasen. a) Aus zwei aufeinander folgenden gleichartigen Hauptphasen läßt sich zwar ein Wert für die Periode ableiten, aber es ist einleuchtend, daß ein solcher Wert nur eine Annäherung darstellen kann, weil die Zeiten der Hauptphasen selbst mit Fehlern behaftet sein können. Man erhält daher schon einen wesentlich besseren Wert für die (mittlere) Periode, wenn man sie aus der Zwischenzeit zwischen dem ersten und dem letzten beobachteten Maximum oder Minimum und durch Division dieser Zeit durch die Anzahl n der dazwischenliegenden Perioden ableitet. Bezeichnet T_0 die Epoche des ersten Maximums bzw. Minimums gemäß der Bestimmung aus der Beobachtung, also die Epoche vom Rang 0, T_n die beobachtete Epoche vom Rang n, so wird die mittlere Periodendauer P_m:

$$P_m = (T_n - T_0)/n. \tag{74}$$

Diese Methode hat den Vorteil, daß man die übrigen Epochen nicht zu kennen braucht.

b) Um diesen Mittelwert zu verbessern, kann man folgendermaßen verfahren, wobei man die beobachteten Epochen der dazwischenliegenden Maxima oder Minima zu Hilfe nimmt. Es sei

T_0 die Epoche des ersten beobachteten Maximums (bzw. Minimums),
$d\,T_0$ der Fehler dieser Epoche,
T_n die Epoche des beobachteten Maximums vom Rang n,
P_m der nach Gl. (74) berechnete Periodenwert,
$d\,P_m$ sein Fehler,
T_n' die Epoche T_n, jedoch aus T_0 mit P_m berechnet, also $T_n' = T_0 + n\,P_m$.

Wenn P_m richtig wäre, so müßte T_n' mit T_n übereinstimmen. Es ist aber

$$T_n = T_0 + dT_0 + n(P_m + dP_m). \tag{75}$$

Also

$$T_n - T_n' = dT_0 + n\,dP_m = a. \tag{76}$$

Jede Bestimmung einer Epoche aus einer Beobachtung liefert eine solche Gleichung; aus der Gesamtheit dieser Gleichungen lassen sich dann — nach der Methode der kleinsten Quadrate — dT_0 und dP_m bestimmen.

c) Nach *J. Baxendell*[1]) kann man einfacher folgendermaßen verfahren:

Jedes Minimum ist von der Ausgangsepoche durch n_p Perioden getrennt. Man bilde das Mittel aller n_p und die Differenzen a_p gegen dieses Mittel. Ebenso bilde man die Differenzen S_p der in Tagen ausgedrückten Intervalle gegen ihr Mittel, so erhält man, wenn P der noch unbekannte Wert der Periode ist, für jedes Minimum:

$$a_p P = S_p \quad \text{oder auch} \quad a_p^2 P = a_p S_p. \tag{77}$$

Summiert man alle diese Werte und drückt diese Summierung durch das Zeichen Σ aus, so ist:

$$P\Sigma a_p^2 = \Sigma a_p S_p \quad \text{und} \quad P = \Sigma a_p S_p / \Sigma a_p^2. \tag{78}$$

Ableitung aus der Gesamtheit aller Beobachtungen. Bei den Sternen mit langer Periode vollzieht sich der Wechsel der Helligkeit im allgemeinen so langsam, daß während ein und derselben Periode stets genügend Beobachtungen vorliegen, um die Zeit einer Hauptphase ableiten zu können, selbst wenn die Beobachtungsreihe an einer Stelle eine längere Unterbrechung zeigt. Bei den rasch wechselnden Veränderlichen dagegen liegt meistens eine größere Anzahl ungleichmäßig verteilter Helligkeitsbestimmungen vor, von denen man zunächst nicht ohne weiteres sagen kann, zur wievielten Wiederholung der Periode, oder, wie man zu sagen pflegt, zu welcher Epoche sie gehören. Man hat also, wenn man sich anschickt, eine Lichtkurve zu konstruieren und hierzu die den einzelnen Beobachtungen entsprechenden Punkte in das Koordinatennetz eingetragen hat, eine oft recht regellos erscheinende Anordnung von Punkten vor sich. Nun muß man zunächst diejenigen Beobachtungen heraussuchen, bei denen der Stern augenscheinlich in der

[1]) Astron. Register, Vol. I, Suppl. S. 14.

Nähe eines Maximums oder Minimums war, und daraus eine ganz genäherte Periode bestimmen. Oft jedoch führen erst neue Beobachtungen zum Ziel, die man ganze Nächte hindurch oder mehrere Nächte hintereinander anstellt, weil die aus den nicht systematisch angestellten Beobachtungen errechnete Periode unter Umständen ein Vielfaches der einfachen Periodendauer sein kann. Besondere Schwierigkeit macht die Bestimmung, wenn die Periode oder ein ganzes Vielfaches derselben nahezu mit der Länge eines Tages übereinstimmt.

Hat man nun einen genäherten Periodenwert gefunden, so wird man die Beobachtungen zunächst nach der Phase ordnen. Ist t die Zeit einer Beobachtung, T_0 die Epoche des Maximums oder Minimums, die man zum Ausgangspunkt wählt, P die vorläufig angenommene Periode, n eine ganze positive oder negative Zahl, so ist die Phase φ:

$$\varphi = t - T_0 + nP. \tag{79}$$

Findet man bei der Anordnung der Beobachtungen nach der Phase in den Helligkeiten, die zu derselben Phase gehören, mit wachsendem n, d. h. mit zunehmendem Abstand von der Ausgangsepoche, einen Gang, so bedeutet dies, daß die angenommene Periode noch merklich falsch ist, und daß wir unsere Rechnung mit einem verbesserten Wert von P wiederholen müssen.

Wenn die Beobachtungen sich über mehrere Jahre erstrecken, so wird man nicht das ganze Material auf einmal in dieser Weise behandeln, sondern man wird es mit Vorteil in Abschnitte von Jahren zerlegen, wobei man die Nullepochen so legt, daß sie in die Mitte jedes Abschnitts fallen. Denn da der Fehler dP der Periode P mit dem Abstand n von der Ausgangsepoche T_0 multipliziert ist, so bleiben die Werte von n und damit auch diejenigen von $n \cdot dP$ absolut am kleinsten, wenn T_0 in der Mitte des Abschnitts liegt. Auf diese Weise können wir unter der Annahme eines vorläufigen Periodenwertes, der dem wahren aber schon recht nahekommt, die Beobachtungen eines abgegrenzten Zeitraums auf eine einzige Epoche reduzieren, gerade als wären alle Beobachtungen dieses Zeitabschnittes im Verlauf einer einzigen Periode gemacht. Das gesamte Beobachtungsmaterial kann nun zur graphischen Bestimmung so vieler Maxima oder Minima dienen, als wir Zeitabschnitte gewählt haben. Sollte sich dabei zeigen, daß die Verbesserung der Periode noch nicht ausreichend ist, so daß innerhalb der einzelnen Zeitabschnitte

noch schädliche Fehler in der Reduktion der Beobachtungen auf die Epoche auftreten, so muß das Verfahren mit einer neuen Verbesserung wiederholt werden.

Die mittlere Lichtkurve wird schließlich aus der Gesamtheit aller Beobachtungen mit der endgültigen Periode abgeleitet, indem man das ganze Material auf eine einzige Epoche reduziert und für zweckmäßig gewählte Phasenintervalle Mittelwerte aus den einzelnen Helligkeiten, sog. Normalhelligkeiten ableitet. Aus der graphischen Darstellung dieser Normalpunkte konstruiert man dann die Lichtkurve.

Das Verfahren setzt vor allem die vollständige Konstanz der Periode voraus, was in jedem Fall genau zu prüfen ist. Deshalb kann es auf die Sterne vom Miratypus nicht angewandt werden. Auch bei manchen Bedeckungsveränderlichen und Sternen des δ Cephei-Typus ist Vorsicht geboten, wenn man ein Material zusammenfassen will, das sich über einen sehr großen Zeitraum erstreckt.

Scheinbare und wirkliche Periodenlängen.

Die Periodenlänge, die wir aus den Beobachtungen ableiten, wird die scheinbare genannt; sie wird mit der wirklichen nicht immer übereinstimmen, sobald sich der Abstand zwischen dem Beobachter und dem Veränderlichen mit einer Geschwindigkeit ändert, die im Verhältnis zur Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes nicht vernachlässigt werden darf. Das Problem ist ähnlich dem schon früher besprochenen *Doppler*schen Prinzip. Auch dort handelte es sich um eine stets wiederkehrende Erscheinung (Lichtwellen), deren Periode einem gegen den Ausgangspunkt der Erscheinung bewegten Beobachter verändert erscheint.

Wird die wahre Periode mit P, die scheinbare mit P', die relative Geschwindigkeit des Beobachters gegen den Stern mit v, und zwar positiv mit zunehmendem gegenseitigen Abstand, schließlich mit V die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet, die wir mit rund 300000 km in der Sekunde annehmen, so folgen aus rein geometrischer Betrachtung die Formeln:

$$P' = P(1 + v/V) \quad \text{oder} \quad P' - P = Pv/V. \tag{80}$$

Von den drei Größen P, P', v müssen demnach immer zwei bekannt sein, damit man die dritte bestimmen kann. Im Fall der Geschwindigkeitsbestimmung eines Sterns im Visionsradius sind

uns, wie schon früher dargelegt, die wahre Periode P der Lichtwellen aus Laboratoriumsversuchen, ihre scheinbare Periode P' aus Beobachtungen des Himmelskörpers bekannt. Gesucht wird seine relative Geschwindigkeit v.

Bei dem Problem, das wir jetzt zu behandeln haben, ist P' aus den Helligkeitsbeobachtungen bekannt, die wahre Periode dagegen nicht. Um sie zu ermitteln, muß v aus den Linienverschiebungen bestimmt werden. Ist dies unmöglich (wenn der Stern zu schwach ist), so bleibt uns die Kenntnis der wahren Periode verschlossen. Sie ist uns aber unter Umständen von Wichtigkeit, da sie bei den Untersuchungen über die physikalischen Eigenschaften, z. B. bei den Verfinsterungsvariabeln, eine große Rolle spielt, wie wir später sehen werden.

Wir erkennen aus der Formel (80), daß die Differenz $P - P'$ von der Relativgeschwindigkeit v abhängt. Diese Geschwindigkeit ist von der Größenordnung 30 km/sec und erreicht nur ausnahmsweise 100 km/sec, ist also im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit so klein, daß wir die höheren Potenzen von v/V nicht zu berücksichtigen brauchen.

Die Relativgeschwindigkeit ist im allgemeinen nicht konstant, da sich sowohl der Beobachter, als auch in manchen Fällen das System des Veränderlichen nicht geradlinig bewegen. Eine solche krummlinige Bewegung haben wir schon oben bei der Ableitung der Lichtgleichung kennen gelernt, die ihre Ursache in der Verschiedenheit der Bewegung der Erde in bezug auf den Stern bei ihrem jährlichen Lauf um die Sonne hat. Diese Bewegung bewirkt, daß z. B. die Minima eines Algolsterns in kürzeren Abständen aufeinander folgen, wenn die Erde sich auf den Stern zu bewegt, als ein halbes Jahr später, wenn sie sich von dem Stern wieder entfernt. Auch der Stern, dessen Lichtwechsel wir beobachten, kann eine periodische Bewegung haben, wie wir aus den Linienverschiebungen erkennen können. Unter Umständen ist die Radialbewegung sogar von mehrfacher Periode. Dies ist z. B. bei Algol der Fall: Der Stern hat einen Begleiter, der den Lichtwechsel verursacht. Die beiden Körper bewegen sich mit der Periode des Lichtwechsels (etwa 3 Tage) um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Außerdem führt aber dieses System noch eine andere Bewegung um ein Attraktionszentrum mit einer Periode von etwas weniger als zwei Jahren aus.

Ohne die Genauigkeit der Rechnung wesentlich zu beeinträchtigen, kann man diese Bewegungen als kreisförmig ansehen. Es

liegt dann eine Zentralbewegung mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit vor. Die Komponenten der Geschwindigkeit des Sterns in seiner Bahn in bezug auf die Richtung unserer Blicklinie lassen sich dann als einfache Kosinusfunktionen darstellen in der Form:

$$v = v_{\max.} \cos(2\pi/U)\, t = (2\pi/U)\, R \cos(2\pi/U)\, t = a \cos(2\pi/U)\, t, \qquad (81)$$

worin R der Radius, U die Umlaufsdauer und t die Zeit ist, von dem Augenblick an gerechnet, in dem sich der Körper am schnellsten von uns entfernt. Die Maximalgeschwindigkeit $v_{\max.}$ im Visionsradius, sowie U lassen sich spektroskopisch bestimmen.

Nehmen wir an, die relative Bewegung sei aus einer konstanten Geschwindigkeit c und außerdem noch aus mehreren anderen, die aus Zentralbewegungen resultieren, zusammengesetzt, so finden wir, wenn wir unter Begehen eines kaum merkbaren Fehlers statt P/V die Größe P'/V und diese gleich k setzen:

$$P' - P = k\,(c + a \cos(2\pi/U_1)\, t' + b \cos(2\pi/U_2)\, t'' + \ldots). \qquad (82)$$

U_1, U_2 ... sind die verschiedenen Umlaufsperioden, t', t'' usw. die Zeiten von den verschiedenen Nullpunkten ab gezählt, die den Maximalbewegungen entsprechen. Bei einer langen Reihe von gleichmäßig verteilten Beobachtungen werden sich die Beträge, um die die Periode verfälscht erscheint, von selbst aufheben, da im allgemeinen die t ziemlich gleichmäßig über den Umfang verteilt sein werden. Anders ist es mit dem konstanten Glied kc. Es verändert die Periode systematisch und kann nur berücksichtigt werden, wenn die Radialgeschwindigkeit des Veränderlichen bekannt ist. (Bei β Persei ist infolge der Radialgeschwindigkeit die wahre Periode um 3.7 Sekunden, bei λ Tauri um 14.8 Sekunden kürzer als die scheinbare.)

Bei den Verfinsterungsvariabeln bringt der Umlauf eines Begleiters um den Hauptstern sowohl eine Schwankung der Radialgeschwindigkeit als auch eine solche der Helligkeit hervor, die beide gleiche Periodendauer haben. Es ist klar, daß durch eine derartige periodische Bewegung keine Änderung von P bewirkt wird, da die Helligkeitsänderungen immer an der gleichen Stelle der Bahn eintreten.

Die Lichttabellen und Formeln für die Lichtkurven.

Lichttabellen. Die Lichtkurve ist diejenige Darstellungsform für das Verhalten eines veränderlichen Sterns, aus der wir die charakteristischen Eigenschaften seines Helligkeitswechsels am

schnellsten erkennen. Statt der Lichtkurve wird aber häufig bei Sternen mit sehr regulärem Wechsel eine Lichttabelle gegeben, die in passend gewählten Zeitintervallen, von einer Hauptphase ab gerechnet, die Größe des Sterns enthält. In manchen Fällen, z. B. bei genauer Verfolgung der Verfinsterung eines Bedeckungsveränderlichen zum Zweck der Ableitung der Verfinsterungselemente, ist einer Lichtkurve die zahlenmäßige Darstellung vorzuziehen. Entweder werden die Helligkeiten des Sterns unmittelbar aus der Lichtkurve abgelesen, oder sie werden für die gewünschten Zeitmomente aus den Normalhelligkeiten interpoliert, die aus den nach Phasen gruppenweise zusammengefaßten Mittelwerten von m gebildet sind. In diesem Fall kann die Lichttabelle als Ersatz für die Kurve dienen, da sie leichter zu reproduzieren ist.

Formeln für die Lichtkurve. Als eine ganz andere Art der Darstellung von periodischen Helligkeitsschwankungen ist die mathematische Helligkeitsformel anzusehen, die eine Beziehung zwischen der Größe eines Sterns und der Zeit angibt. Man bedient sich hierzu der *Fourier*schen Reihe, in der gewisse konstante Koeffizienten mit trigonometrischen Funktionen multipliziert erscheinen. Da die Lichtkurven meistens keine einfachen Sinuslinien sind, so muß man sich vorstellen, daß sie durch Übereinanderlagerung mehrerer Sinuskurven mit verschiedenen Amplituden und verschiedenen Perioden zustande kommen. Die Amplituden werden durch die konstanten Koeffizienten definiert; die Argumente der trigonometrischen Funktionen bilden die als Phase dargestellte Zeit und ihre Vielfachen, so daß die Perioden, welche die einzelnen Glieder der Reihe durchlaufen, aliquote Teile der einfachen Periode sind. Bezeichnet man mit m die Helligkeit des Sterns, die der Phase φ entspricht, so hat diese Reihe die Form:

$$\left.\begin{aligned} m = X_0 &+ X_1 \sin\varphi + Y_1 \cos\varphi + X_2 \sin 2\varphi \\ &+ Y_2 \cos 2\varphi + X_3 \sin 3\varphi + Y_3 \cos 3\varphi + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (83)$$

Die Größen X und Y sind zunächst unbekannte konstante Koeffizienten, X_0 speziell ist die mittlere Helligkeit des Sterns. Die Phase φ muß in Winkelmaß ausgedrückt werden. Ist t_0 die Ausgangsepoche, z. B. die Zeit einer bestimmten Hauptphase, und P die Periode des Lichtwechsels, so ist:

$$\varphi = 360^0 (t - t_0 - n P)/P, \quad (79a)$$

wo t die Zeit der Beobachtung und n eine ganze Zahl bedeutet. P und t müssen in der gleichen Einheit ausgedrückt werden.

Zur Ermittlung der Koeffizienten X und Y greifen wir nun aus der Lichtkurve oder der Tabelle eine Anzahl von Phasenwinkeln φ_1, φ_2 ... und die dazugehörigen Helligkeiten m_1, m_2 ... heraus und stellen die Bedingungsgleichungen auf. Wenn wir vorher noch folgende Abkürzungen einführen:

$$\left.\begin{array}{llll} \sin\varphi_1 = a_1, & \sin 2\varphi_1 = c_1, & \sin 3\varphi_1 = e_1 & \text{usw.} \\ \sin\varphi_2 = a_2, & \sin 2\varphi_2 = c_2, & \sin 3\varphi_2 = e_2 & \text{„} \\ \cos\varphi_1 = b_1, & \cos 2\varphi_1 = d_1, & \cos 3\varphi_1 = f_1 & \text{„} \\ \cos\varphi_2 = b_2, & \cos 2\varphi_2 = d_2, & \cos 3\varphi_2 = f_2 & \text{„} \end{array}\right\} \quad (84)$$

so lauten die Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = X_0 + a_1 X_1 + b_1 Y_1 + c_1 X_2 + d_1 Y_2 + \ldots \\ m_2 = X_0 + a_2 X_1 + b_2 Y_1 + c_2 X_2 + d_2 Y_2 + \ldots \end{array}\right\} \quad (83\,a)$$

usw.

Wir erhalten ebenso viele Gleichungen, wie wir Punkte herausgegriffen haben, und lösen sie nach der Methode der kleinsten Quadrate auf. Die Normalgleichungen lauten dann, wenn wir unter $[a\,b]$ die Summe aller Produkte $a_1 b_1 + a_2 b_2 \ldots$ verstehen und dementsprechend die übrigen Produktsummen bezeichnen:

$$\left.\begin{array}{l} [1\cdot 1]X_0 + [1\cdot a]X_1 + [1\cdot b]Y_1 + [1\cdot c]X_2 + [1\cdot d]Y_2 + \ldots = [1\cdot m] \\ [a\cdot 1]X_0 + [a\cdot a]X_1 + [a\cdot b]Y_1 + [a\cdot c]X_2 + [a\cdot d]Y_2 + \ldots = [a\cdot m] \\ [b\cdot 1]X_0 + [b\cdot a]X_1 + [b\cdot b]Y_1 + [b\cdot c]X_2 + [b\cdot d]Y_2 + \ldots = [b\cdot m] \end{array}\right\} \quad (83\,b)$$

usw.

Die Zahl der Normalgleichungen ist gleich derjenigen der Unbekannten X_0, X_1, X_2 ..., Y_0, Y_1 ..., und die Werte der unbekannten Koeffizienten sind daher eindeutig festgelegt. Bei der Anlage der Rechnung müssen wir so viele Koeffizienten X und Y für die *Fourier*sche Reihe verwenden, d. h. so viele Vielfache des Phasenwinkels φ berücksichtigen, als zur befriedigenden Darstellung der Beobachtung nötig scheint. Die Einfügung der Werte von X und Y in die oben gegebene Reihe gibt uns die gesuchte Gleichung für die Lichtkurve.

Oft ist es erwünscht zu ermitteln, wie genau durch diese Gleichung die Lichtkurve, insbesondere die herausgegriffenen Punkte dargestellt werden. Im allgemeinen wird man bedeutend mehr Punkte ausgewählt haben, als zur Bestimmung der Koeffizienten

unbedingt erforderlich war (denn sonst hätte die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate keinen Sinn).

Setzt man die gefundenen Werte von X und Y in die Bedingungsgleichungen ein, so erhält man die Abweichungen v der Beobachtungen von der berechneten (durch die Reihe dargestellten) Lichtkurve, und der m. F. einer Beobachtung ergibt sich zu:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{[v\,v]/(n-q)}, \tag{83}$$

worin $[v\,v]$ die Summe der Quadrate der Abweichungen, n ihre Anzahl und q die Anzahl der Unbekannten X und Y angibt.

Eine wesentliche Vereinfachung dieses Rechnungsverfahrens läßt sich durch passende Wahl der Punkte aus der Lichtkurve erzielen. Teilt man die Periode in n gleiche Teile von der Größe α, so daß also $P = n\,\alpha$ ist und bezeichnet mit $m_1, m_2, \ldots m_i$ die Helligkeiten, die zur Phase $\varphi = \alpha$, $\varphi = 2\alpha \ldots \varphi = i\,\alpha$ gehören, so hat man analog dem Schema von oben, wenn man der Reihe nach als Phase die Werte 0, α, $2\alpha \ldots$, $(n-1)\alpha$ nimmt und zur Abkürzung den Faktor $2\pi/P = \Pi$ setzt, folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
m_0 &= X_0 + && + Y_1 + Y_2 + \ldots,\\
m_1 &= X_0 + X_1 \sin \Pi\cdot\alpha && + Y_1 \cos \Pi\cdot\alpha\\
&\quad + X_2 \sin 2\Pi\cdot\alpha && + Y_2 \cos 2\Pi\cdot\alpha + \ldots\\
&\quad \cdots\cdots && \cdots\cdots\\
&\quad \cdots && \cdots\\
m_{n-1} &= X_0 + X_1 \sin \Pi\cdot(n-1)\alpha && + Y_1 \cos \Pi\cdot(n-1)\alpha\\
&\quad + X_2 \sin 2\Pi\cdot(n-1)\alpha && + Y_2 \cos 2\Pi\cdot(n-1)\alpha + \ldots
\end{aligned}\right\} \tag{83c}$$

Die Auswertung dieser Bedingungsgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate wird sehr einfach dadurch, daß alle Koeffizienten der Normalgleichungen, außer den quadratischen ($[a\,a]$, $[b\,b]$ . . .) und denen, die m enthalten ($[a\,m]$, $[b\,m]$ . . .), gleich Null werden, weil jedem Posten einer Summe ein gleicher entspricht, der das entgegengesetzte Vorzeichen hat. Statt der Größen m kann man zur Vereinfachung der Rechnung ihre Differenz gegen den Mittelwert einführen (was man aber beim Schlußresultat wieder berücksichtigen muß). In der oben angegebenen Weise gelangt man dann wieder zum m. F. der Beobachtungen.

Eine derartige Darstellung der Lichtkurven langperiodischer Veränderlicher hat *H. H. Turner*[1]) unternommen. Er ordnet die

[1]) Mem. *RAS* 55 (1904); *MN* **64**, 547 (1904); *MN* **67**, 334 (1907).

langperiodischen Variabeln, für die er die Untersuchung anstellt, je nach der Größe der Koeffizienten in Gruppen und bringt sie in Beziehung zur Lage der Rotationsachse des Körpers gegen die Gesichtslinie, indem er das Zustandekommen der Lichtvariation durch Fleckenbildung auf der Oberfläche der Sterne und Rotation ähnlich wie bei der Sonne erklärt.[1]) (Siehe darüber später im 16. Kapitel.)

Ein sehr einfacher Weg zur Ermittlung eines Näherungswertes für den m. F. ε einer Beobachtung führt über den durchschnittlichen Fehler D, der mit dem mittleren durch die Gleichung verbunden ist:

$$\varepsilon \sim 1.25\, D. \tag{85}$$

Zu dem durchschnittlichen Fehler gelangt man, indem man aus den Abweichungen der einzelnen Beobachtungen von der graphisch ermittelten Lichtkurve ohne Rücksicht auf die Vorzeichen das Mittel nimmt und es gleich $\pm D$ setzt. Diese Methode ist wenig korrekt und kann nur als Notbehelf angesehen werden.

Auch die Ermittlung des m. F. nach Auffindung der Koeffizienten der *Fourier*schen Reihe ist nicht als einwandfrei zu betrachten. Theoretisch läßt sich durch Mitnahme einer genügenden Anzahl von Gliedern mit $\sin n\alpha$ und $\cos n\alpha$ jede Lichtkurve genau wiedergeben. Es ist aber sehr zweifelhaft, ob es sich vom Standpunkt der Arbeitsökonomie aus lohnt, allzu viele Koeffizienten zu bestimmen, da die Einführung jeder weiteren Unbekannten die Arbeit der Ausgleichung ungeheuer vergrößert und man vorläufig von der Möglichkeit, den Koeffizienten irgendeine physikalische Bedeutung beizulegen, noch weit entfernt ist.

---

[1]) *MN* 73, 116 (1913).

Vierter Abschnitt.

Lichtwechselhypothesen.

Fünfzehntes Kapitel.

Erklärungsversuche für die bei den Neuen Sternen beobachteten Erscheinungen.

Die Neuen Sterne unterscheiden sich von allen anderen Veränderlichen vor allem dadurch, daß sie, soweit wir es bis jetzt wissen, nur einmal zu einem Maximum ansteigen. Wenn ein mehrmaliges Ansteigen zu einem Maximum erfolgt, so sind diese Maxima meistens zeitlich nicht weit voneinander getrennt und zwischen ihnen liegen keine tiefen Minima. Dem ersten Maximum geht stets eine schnelle und ziemlich starke Helligkeitszunahme voraus, was darauf hindeutet, daß es durch irgendeine gewaltige Katastrophe veranlaßt ist. Die später eintretenden Maxima scheinen dann immer mit dieser Katastrophe in ursächlichem Zusammenhang zu stehen. Durch ihr plötzliches Erscheinen und ihre manchmal auffallende Helligkeit haben diese Sterne von jeher die Aufmerksamkeit der Himmelsbeobachter auf sich gelenkt. Für die Astrophysik wurden sie erst von größerer Bedeutung, als man das Spektroskop auf sie richtete. Die erste Nova, die spektroskopisch untersucht wurde, war der von *Birmingham* im Jahre 1866 in der nördlichen Krone entdeckte Stern. Der Erfolg dieser Untersuchungen war aber nicht sehr groß, da damals die Apparate und Methoden noch zu unvollkommen waren. Erst die Verbesserung dieser Hilfsmittel und die Einführung der Photographie brachten die Kenntnisse über diese merkwürdigen Himmelskörper so weit, daß man die Hypothesen über ihre Entstehung oder ihr plötzliches starkes Aufflammen kritischer prüfen konnte.

Die Erscheinungen.

Lichtverlauf. Der Verlauf der Lichtkurve ist nicht bei allen Neuen Sternen gleichartig. Die Maximalhelligkeit hält im allgemeinen nur ganz kurze Zeit an. Während aber bei einigen von

ihnen der Abfall der Lichtkurve steil vor sich geht, erfolgt bei anderen ein allmähliches Abklingen unter langsamen, meist periodischen Schwankungen. Die Dauer der Periode dieser Schwankungen entspricht vielleicht der Zeit der Achsendrehung. Später werden diese Schwankungen unregelmäßiger und verschwinden mit der Zeit ganz, so daß die Lichtkurve durchaus den Eindruck von gedämpften Schwingungen erweckt.

Die Farbe der Neuen Sterne ist zur Zeit des Maximums meistens rein weiß, geht aber mit abnehmender Helligkeit in einen gelblichen, später in einen rötlichen Ton über. Die rötliche Tönung rührt nicht von der Energieverteilung im kontinuierlichen Spektrum her, wie es bei den Sternen des 3. und 4. *Secchi*schen Typus der Fall ist, sondern von dem überaus starken Hervortreten der roten Emissionslinie des Wasserstoffs H_α, deren Intensität viel langsamer als das kontinuierliche Spektrum nachläßt. Insofern findet eine große Abweichung in der sonst bei Sternen allgemein festgestellten Beziehung zwischen Farbe und Spektrum statt, als hier eine einzige Spektrallinie für die Färbung bestimmend wirkt. Hierdurch wird es unter Umständen schwierig, die Farben der Novae in die *Osthoff*sche Skala einzuordnen. Auch die übrigen Linien des Wasserstoffs treten an Helligkeit manchmal gegen den kontinuierlichen Untergrund stark hervor. In langbrennweitigen Fernrohren erhält man in diesem Stadium oft um das Brennpunktsbild als Zentrum getrennte Ringe, deren Licht monochromatisch ist und sich nicht in einem einzigen Brennpunkt vereinigen läßt. In ihrem letzten Stadium nimmt die Nova einen helleren, meistens gelblichgrünen Ton an.

Der Farbenindex erreicht fast gleichzeitig mit dem Helligkeitsmaximum des Sterns seinen kleinsten Wert, manchmal auch etwas später. Mit abnehmender Helligkeit nimmt er gemäß der Vertiefung des Farbentons zu. Während der periodischen Helligkeitsschwankungen ändert sich der Farbenindex ebenfalls periodisch, so daß die photographische Amplitude größer als die visuelle ist. Hierin ähnelt das Verhalten der Neuen Sterne während einer gewissen Zeit ihrer Entwicklung dem der Blinksterne.

Das Spektrum der temporären Sterne unterscheidet sich von dem der übrigen ganz wesentlich und ist so charakteristisch für die Novae, daß man Sterne, die das typische Novaspektrum zeigen, unbedenklich zu dieser Klasse von Veränderlichen rechnen kann, auch wenn die plötzliche Helligkeitssteigerung, durch die die meisten

Sterne dieser Art die Aufmerksamkeit auf sich ziehen, der Beobachtung entgangen ist.

Nicht immer werden die temporären Sterne so lichtstark, daß sie der spektroskopischen Beobachtung zugänglich sind. Jedoch hat es in den letzten Jahrzehnten nicht an günstigen Gelegenheiten gefehlt, helle Novae zu beobachten. Die glänzendsten Erscheinungen waren diejenigen der Nova Persei 1901 und der Nova Aquilae 1918.

Das spektroskopische Verhalten der temporären Sterne ist im allgemeinen folgendes:

Im Anfang des Erscheinens bildet ein sich weit ins Violett erstreckendes kontinuierliches Spektrum einen helleuchtenden Unter-

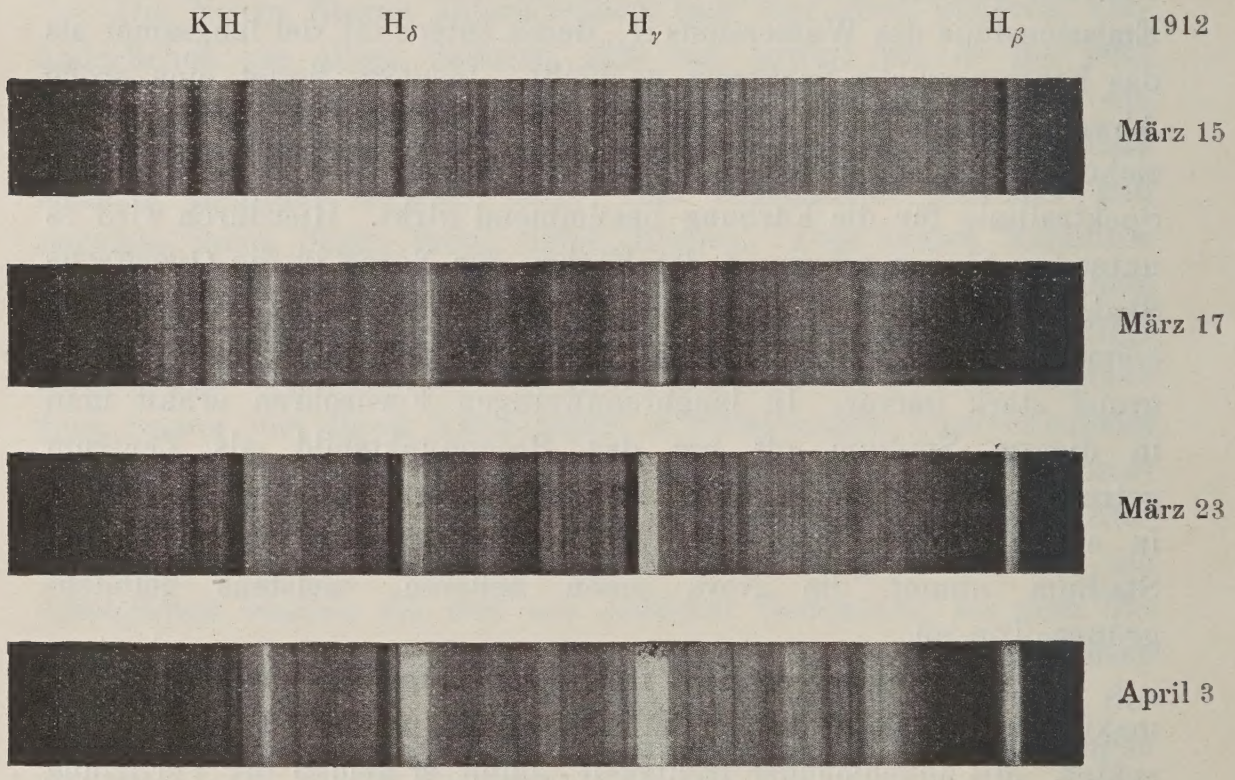

Fig. 32. Spektren der Nova Geminorum Nr. 2 (1912).
(Vergrößert und verbreitert nach Aufnahmen mit dem großen Refraktor und dem Spektrographen I in Potsdam.)

grund, von dem sich später dunkle Absorptionsstreifen abheben (vgl. Fig. 32, März 15). Das eigentümliche ist nun, daß sich nach einigen Tagen ein zweites Spektrum mit hellen Linien darüber lagert (März 17), die vor allem dem Wasserstoff, daneben aber auch dem Helium, Kalzium und Natrium angehören. Alle diese Linien liegen paarweise nebeneinander, und zwar die dunklen stets auf der

dem Violett zu gerichteten Seite der hellen Linien (März 23). Die Intensitätsverteilung in den Bändern ist durchaus ungleichmäßig: in den hellen sind manchmal zwei (März 23) bis drei (April 3) Maxima deutlich zu erkennen, und ihre Begrenzungen sind auf beiden Seiten verschieden: nach dem Innern der Linienpaare ist die Begrenzung scharf, nach außen hin dagegen ziemlich unscharf. Die Anordnung der Linienserien in dieser Art, die dunklen Linien auf der nach dem violetten Ende zu gerichteten Seite, ist für die temporären Sterne typisch, namentlich im Unterschied zu einigen langperiodischen Veränderlichen, bei denen die Anordnung der hellen Linien, wenn solche vorhanden sind, gerade umgekehrt ist. Die Verlagerung der Absorptionslinien ist außerordentlich stark und beträgt bis zu 20 Å.-E.; sie ist aber nicht für sämtliche Linien gleich. Ihre Feststellung war natürlich für die Theorie dieser Sterne von großem Einfluß. Würde man diese Linienverschiebungen als Geschwindigkeiten im Visionsradius deuten, so käme man auf ganz ungeheuere Werte von der Größenordnung bis zu 2000 km/sec, Werte, wie sie bis jetzt nur bei einigen Spiralnebeln beobachtet wurden.

Bei weiterer Helligkeitsabnahme nimmt auch das kontinuierliche Spektrum an Intensität ab. Die äußeren Partien und die dunklen Linien verschwinden mehr und mehr, und allmählich zieht sich das Spektrum auf einige wenige helle Linien im Gelb und Grün zusammen. Unter diesen ist besonders die helle Nebellinie λ 5007 von Wichtigkeit.

In diesem Zustand gewinnt der Stern ein ganz eigentümliches Aussehen. Das grüne Licht des Nebelbandes bei λ 5007 ist jetzt für die Farbe des Sterns bestimmend. In größeren Fernrohren wird das Bild der Nova immer verwaschener. Das scharfe, punktförmige Aussehen, das andere Fixsterne von geringer Helligkeit zeigen, verschwindet allmählich, der Stern nimmt langsam die Gestalt eines kleinen planetarischen Nebelscheibchens an, in dem schließlich noch eine schwache zentrale Verdichtung übrig bleibt.

Das Spektrum zeigt aber, daß zwischen einer Nova in diesem Zustand und einem planetarischen Nebel doch ein Unterschied besteht. Während die Emissionslinien eines Nebels schmal und scharf sind, sind diejenigen einer Nova stark verbreitert und verwaschen.

Ganz eigentümlich ist es, daß sich das Spektrum einer Nova in ihrer weiteren Entwicklung immer mehr dem eines Sterns vom Typus O nähert, während die Hauptnebellinien allmählich ver-

schwinden. Hierdurch gewinnt der Stern schließlich das Aussehen eines *Wolf-Rayet*-Sterns.

Dieser Übergang der Novae aus dem Zustand eines planetarischen Nebels in den eines *Wolf-Rayet*-Sterns ist für die Entwicklungsgeschichte aller Sterne von großem Interesse. Er weist deutlich auf die Verwandtschaft zwischen diesen Gebilden hin, namentlich nachdem man festgestellt hat, daß die Spektren der Nebelkerne mit denen der O-Sterne übereinstimmen.

Hypothesen.

Um das Verhalten der Neuen Sterne zu erklären, ist eine Reihe von Hypothesen aufgestellt worden, die sich nach zwei wesentlich verschiedenen Gesichtspunkten ordnen lassen. Bei der einen Art wird die Veranlassung zu dem plötzlichen Aufflammen in inneren Vorgängen gesucht, während nach der anderen die starke Lichtentwicklung durch mechanische Einwirkung von außen zustande kommt. Man unterscheidet demnach Eruptions- und Kollisionstheorien. Es können natürlich nur diejenigen Theorien von Wert sein, die das Verhalten dieser Sterne, namentlich die Eigentümlichkeiten des Spektrums, möglichst einwandfrei erklären. Da sich in vielen populären Büchern über Astronomie Darstellungen der verschiedensten Erklärungsversuche finden, auch solcher, die sich heute als unmöglich herausgestellt haben, so soll eine Aufzählung aller dieser Theorien hier unterbleiben. Nur diejenigen sollen angeführt werden, die auch in neuerer Zeit noch Anspruch auf Gültigkeit verdienen.

Hierzu gehört eine der ältesten, die eine Zeitlang für abgetan galt, deren Grundgedanke aber wieder einige Geltung erlangt hat, nachdem man gewisse Analogien in dem Verhalten der temporären Sterne und dem einer anderen Klasse von Veränderlichen aufgedeckt hat, bei denen dieselbe Theorie sicherlich eine Rolle spielt. Es handelt sich um die *Zöllner*sche, die für die Erklärung der Lichtentwicklung innere Ursachen heranzieht.

Nach der *Zöllner*schen Theorie[1]) erreichen die Sterne in ihrem Entwicklungsgang ein Stadium (das letzte vor der vollendeten Erkaltung), in dem es durch die Wirkung der inneren Glutmasse zu Eruptionen oder gewaltsamen Zersprengungen der bereits kalt und dunkel gewordenen Oberfläche kommen kann. Diese Glutmasse ist von

[1]) *Zöllner*, Photometrische Unters. S. 241 (1865).

einer Schlackenkruste eingeschlossen, die sich infolge der Wärmeausstrahlung des Sterns auf seiner Oberfläche gebildet hat. Die bereits bis zum Nichtglühen erkaltete Schlackendecke kann plötzlich gewaltsam zerreißen. Es muß dann notwendigerweise die eingeschlossene Glutmasse hervordringen, und sie wird, je nach der Größe ihrer Ausbreitung, mehr oder weniger große Stellen des bereits dunklen Körpers wieder leuchtend machen.

Einem entfernten Beobachter wird sich eine solche Begebenheit durch das plötzliche Aufleuchten eines Neuen Sterns ankündigen. *Zöllner* zeigt auch, daß die Farbenveränderungen, die man bei den Neuen Sternen beobachtet hat, mit seiner Theorie im Einklang stehen. Spektroskopische Beobachtungen einer Nova lagen damals noch nicht vor. Um solche Beobachtungen zu erklären, wäre eine Erweiterung der Theorie erforderlich.

Diese Theorie gehört also zur ersten Art von Hypothesen, nach denen die Lichtausbrüche ihre Ursache im Innern des Körpers haben. Unter der anderen Art der Erklärungen erfreut sich gegenwärtig diejenige von *Seeliger* des höchsten Ansehens. Andere Hypothesen derselben Art, nach denen die starke plötzliche Lichtentwicklung durch den Zusammenstoß zweier Weltkörper erzeugt wird, verlieren dadurch an Wahrscheinlichkeit, daß sich die kinetische Energie beider Körper zum allergrößten Teil in Wärme umwandeln würde und infolgedessen die Temperatur auch in ihrem Innern bis zur Weißglut steigen müßte, während man wegen der relativ schnellen Abkühlung, auf die man aus der raschen Lichtabnahme dieser Sterne schließen muß, nur eine oberflächliche starke Erhitzung annehmen darf.

Die plötzliche Temperatursteigerung wird nach der *Seeliger*schen Theorie[1]) auf einem ziemlich abgekühlten Himmelskörper beim Eindringen in eine kosmische Staubmasse hervorgebracht. Durch die Bezeichnung „Staub“ soll nicht gesagt sein, daß es sich um Partikel von winziger Ausdehnung handelt, wie wir im gewöhnlichen Sprachgebrauch anzunehmen gewohnt sind, sondern daß die Dimensionen der Teilchen im Verhältnis zu ihren gegenseitigen Abständen fast verschwindend klein sind. Daß aber der Weltenraum stellenweise mit derartigen Staubwolken erfüllt ist, — in den Gegenden der Milchstraße scheinen sie sogar am häufigsten vertreten zu sein —

[1]) Über den neuen Stern im Fuhrmann, *AN* **130**, 393 (1892) und **133**, 305 (1893).

ist lange bekannt und mit den modernen lichtstarken Instrumenten nachgewiesen. Wir müssen uns nicht nur vorstellen, daß allen Staubteilchen eine gemeinsame Bewegung zukommt, sondern auch, daß sie sich gegeneinander in allen möglichen Richtungen bewegen. Die Verhältnisse kann man etwa mit denen in einem Mückenschwarm vergleichen, bei dem die gemeinsame, etwa durch Wind erzeugte, gleichgerichtete Bewegung der Tiere den Schwarm zusammenhält, während im Innern des Schwarms das bunteste Durcheinanderschwirren herrscht. Nur werden die Staubteilchen im Verhältnis zur Wolke, nicht sehr schnell fortschreiten und auch nicht dauernd ihre Richtung wechseln.

Über die Verhältnisse, die beim Eindringen eines stark erkalteten Körpers von größerer Masse in eine kosmische Staubwolke eintreten, kann man sich am besten eine Vorstellung machen, wenn man den analogen Fall betrachtet, der das Aufleuchten eines Meteors veranlaßt. Wenn ein kleiner kosmischer Körper von außen in unsere Atmosphäre eindringt, so erleidet er einen Widerstand, der einen Verlust an lebendiger Kraft zur Folge hat. Die Einbuße an Energie wird in Wärme umgesetzt, und dies bewirkt das schnelle Aufleuchten des meteorischen Körpers. Die Luftteilchen in der unmittelbarsten Umgebung des Meteors scheinen sich dabei ebenfalls an dem Leuchten zu beteiligen. Wenn man nun diesen Vorgang, den man in jeder klaren Nacht häufig beobachten kann, auf den Fall der Neuen Sterne überträgt, so gelangt man nach der *Seeliger*schen Hypothese zu folgender Erklärung: Die Hauptmasse des Sterns spielt die Rolle des Meteoriten, sie dringt in eine kosmische Wolke ein, und ihre Oberfläche gerät dort infolge des Verlustes an kinetischer Energie in helles Glühen. Während es sich aber bei den Meteoren nur um verhältnismäßig kleine Körper handelt, hat man bei den Neuen Sternen Massen anzunehmen, die von der Größenordnung der Fixsterne sind. Daher ist es auch zu verstehen, daß durch den Einfluß der kosmischen Staubwolke nicht die Gesamtmasse des Sterns in Glut gerät, sondern daß die Erhitzung auf die Oberfläche beschränkt bleibt. Dies ist von Wichtigkeit, weil sich sonst die schnellen Helligkeitsschwankungen der Neuen Sterne nicht erklären ließen. Jedoch wird man annehmen dürfen, daß die Vorgänge auf der Oberfläche auch auf das Innere des Eindringlings wirken und daß es daher zu Gasausbrüchen kommen kann. Auch die Teilchen der kosmischen Wolke, die mit der großen Masse zusammenprallen, werden sich an dem Aufleuchten beteiligen, ebenso

wie es bei den Meteoren mit den unmittelbar benachbarten Luftteilchen der Fall ist. Durch diesen Vorgang wäre also das schnelle Aufflammen der Neuen Sterne zu erklären.

Der Neue Stern dringt nun in seinem Lauf weiter in der kosmischen Wolke vor, und sein Glühzustand kann je nach der Dichte dieser Wolke zu- oder abnehmen. Durch Ungleichheiten in der Dichte lassen sich die unperiodischen Helligkeitsschwankungen ohne weiteres erklären. Dagegen scheint der periodische Helligkeitswechsel, wie er bei den Novis einige Tage nach dem Aufflammen häufig beobachtet worden ist, seinen Grund in der Achsendrehung des Körpers zu haben, wobei man annehmen muß, daß die Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche ungleichmäßig ist, und die Ausbruchstelle, der Punkt der erkalteten Sternoberfläche, der dem Druck aus dem Innern am wenigsten Widerstand leisten kann, wird wohl als die hellste Stelle anzusehen sein. Eine solche Ungleichmäßigkeit in der Leuchtkraft auf der Oberfläche dürfte durch Lichtausbrüche aus dem Innern veranlaßt sein. In dieser Annahme würde eine Verknüpfung der *Seeliger*schen mit der *Zöllner*schen Theorie liegen. Die *Seeliger*sche Theorie geht aber insofern weiter, als sie die Veranlassungen zu den Lichtausbrüchen erklärt, während die *Zöllner*sche Hypothese die Frage nach dem Grund dieser Eruptionen offen läßt.

Daß die regelmäßigen periodischen Lichtschwankungen nicht sofort nach dem Aufflammen, sondern erst beim Abnehmen der Helligkeit, und zwar erst einige Zeit nach dem Eintritt des Maximums wahrzunehmen sind, wird dadurch erklärt, daß der Stern anfangs von einer dichten leuchtenden Gasschicht eingehüllt erscheint. Erst wenn diese Hülle von Gasmassen sich soweit gelichtet hat, daß die Oberfläche des Körpers selbst zum Vorschein kommt, können die Ungleichförmigkeiten in der Helligkeitsverteilung zur Wirkung kommen, so daß die Rotation durch die periodischen Lichtschwankungen bemerkbar wird. Die Periode dieser Schwankungen betrug bei der Nova Persei (1901) rund $4^1/_2$ Tage, bei der Nova Aquilae (1918) etwa 12 Tage. Bei der Nova Persei zeigte die Periode allmählich eine geringe Zunahme von einigen Zehnteln eines Tages, und der Umfang der Helligkeitsschwankung war etwas größer als 1^m (siehe Fig. 1), bei der Nova Aquilae betrug sie dagegen nur $^3/_4{}^m$. Bei beiden Sternen trifft man, wenn man mit der Periode vom Maximum der ersten ausgeprägten Schwankung zurückrechnet, auf das Hauptmaximum der Helligkeit des Sterns. Dies

könnte so gedeutet werden, daß das Hauptmaximum mit dem ersten Erscheinen der hellsten Stelle eines Lichtausbruchs auf der Oberfläche des Körpers zusammenfällt (vgl. auch S. 282).

Wenn die große Masse sich der kosmischen Staubwolke nähert, werden die Partikelchen, die dem Körper am nächsten sind, am stärksten von ihm angezogen. Hierdurch wird die Wolke deformiert und auch die Dichteverteilung in ihr wesentlich beeinflußt. Übrigens werden nicht alle Teilchen der Wolke auf den Körper fallen oder mit ihm zusammenstoßen, sondern ein großer Teil von ihnen wird je nach der Richtung und der Geschwindigkeit der ursprünglichen Bewegung offene oder geschlossene Bahnen um ihn beschreiben. Dadurch wird der eigentliche Stern von einem Wirbel von Materie umgeben.

Nun dürfte es fraglich erscheinen, ob der Körper nach seinem Eindringen in die Wolke infolge des Widerstandes, den er dort erfährt, so lange Zeit, Wochen und Monate hindurch, seine Geschwindigkeit beibehalten kann. Diese Frage hat *Seeliger*[1]) ebenfalls untersucht, indem er die Verhältnisse, die man an den Meteoren auf der Erde beobachten kann, in entsprechend vergrößertem Maßstab auf den Eindringling in die kosmische Wolke übertrug. Durch strenge Vergleichung kam er zu dem Schluß, daß sich die Bewegung des Körpers innerhalb von 100 Tagen verhältnismäßig kaum anders abspielt, wie diejenige eines Meteors in wenigen Bruchteilen einer Sekunde, wenn man die Dichte der kosmischen Wolke etwa gleich der unserer Atmosphäre und die Geschwindigkeit der Nova 15mal größer als die des Meteors annimmt. Da innerhalb einiger hundertstel Sekunden die Bewegung eines Meteors in den höchsten Schichten der Atmosphäre keine merkliche Verlangsamung zeigt, so wird demnach auch bei den Neuen Sternen innerhalb einiger Monate kaum eine Geschwindigkeitsabnahme eintreten.

Seeliger weist außerdem nach, daß, obgleich der Widerstand, den der Körper in der Wolke findet, so gering ist, daß sich keine Verlangsamung zeigt, doch noch genügend Bewegungsenergie in Wärme umgewandelt wird, um den Stern in oberflächliches Glühen zu bringen. Die theoretischen Berechnungen zeigen, daß alle Zahlenwerte, die man annehmen muß, um sie den Untersuchungen zugrunde zu legen, innerhalb sehr weiter Grenzen variierbar sind, ohne daß man zu befürchten braucht, auf Widersprüche zu stoßen.

---

[1]) *AN* **130**, 398 (1892).

Die Theorien des Spektrums.

Die Erklärung der Eigentümlichkeiten des Novaspektrums hat lange Zeit große Schwierigkeiten bereitet. Vor allem mußte die starke Violettverschiebung der Absorptionslinien, die in allen diesen Spektren auffällt, während doch die Verlagerung der Emissionslinien viel geringer ist, auf ganz enorme Geschwindigkeiten im Visionsradius führen, solange man sie als Folge des *Doppler*schen Effekts erklärte. (Eine Verschiebung von $2\,\mu\mu$ ergibt eine Bewegung von über 1000 km/sec). Dabei zeigen sich auch große Abweichungen im Verhalten der Linien untereinander, obwohl sie demselben chemischen Element angehören, z. B. im Verhalten der Wasserstofflinien.

Die Helligkeitsverteilung in den Wasserstofflinien erweist sich als ziemlich kompliziert. Man muß annehmen, daß nur gewisse feine, scharf abgegrenzte Linien die wirklichen Radialgeschwindigkeiten ergeben. Sie sind dann von derselben Größenordnung, wie man sie bei anderen Sternen findet.

a) Die Nebeneinanderlagerung des Emissions- und des Absorptionsspektrums erklärt *J. Halm*[1]) nach dem *Doppler*schen Prinzip. Wir waren oben zu der Vorstellung gelangt, daß der Stern von einem Wirbel glühender Materie umkreist ist. Während beim ersten Auftreffen der Teilchen nur die Oberfläche des Sterns leuchtet, was wir durch das Erscheinen des kontinuierlichen Spektrums erkennen, bildet sich sehr bald um den Körper eine mächtige Gasschicht, durch die die Absorptionslinien hervorgerufen werden können. In Fig. 33 sei der äquatoriale Durchschnitt durch das System dargestellt: In der mächtigen Gashülle, die den Kern umgibt, finden gewaltige Strömungen statt, sei es durch die Expansion der Gase oder auch infolge des Strahlungsdrucks. Die Richtung dieser Strömungen sei durch die Pfeile, die radial vom Hauptkörper ausgehen, angedeutet. Die beiden Parallelen tangential an den Hauptkörper sind in der Richtung nach der Erde gezogen. Sie schneiden

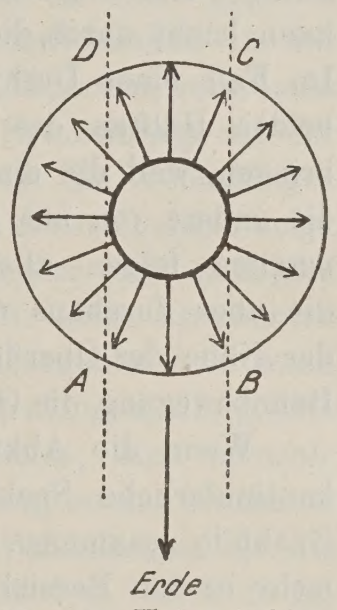

Fig. 33. *Halm*s Erklärung des Novaspektrums.

[1]) *AN* **156**, 147 (1901).

aus dem System um die Sternkugel einen Zylinder *ABCD* aus. Die Strahlen, die von dem Raum außerhalb des Zylinders herkommen, rühren nur von den heißen Gasen her und erzeugen daher die Emissionslinien. Die Strahlung der heißeren Oberfläche der Sternkugel erzeugt dagegen das kontinuierliche Spektrum, aus dem beim Durchgang der Strahlen durch die vorgelagerte kühlere Gasschicht die Absorptionslinien herausgeschnitten werden. Durch die große Geschwindigkeit der Gasteilchen nach dem Beobachter hin entsteht die Violettverschiebung des Absorptionsspektrums, während die Verbreiterung der Linien des Emissionsspektrums durch die Divergenz der übrigen Gasströmung erzeugt wird. Die hellen Linien erscheinen nicht verschoben, weil ihre Geschwindigkeiten sich gegenseitig kompensieren. Da die Radialgeschwindigkeiten außerhalb des Zylinders immer kleiner sind als im Inneren, so können sich Emissions- und Absorptionslinien höchstens zum Teil, niemals aber gänzlich aufheben. Die ungleiche Helligkeitsverteilung in den Emissionslinien kann leicht durch die Geschwindigkeit der Rotation gedeutet werden. Im Fall einer Drehung des Systems um seine Achse werden die beiden Hälften des rotierenden Gasmantels zwei Maxima hervorbringen, weil die eine Hälfte sich auf uns zu bewegt, während sich die andere von uns entfernt. Aus der Verschiebung der Intensitätsmaxima folgen allerdings ungeheuere Rotationsgeschwindigkeiten, die aber durchaus nicht so unwahrscheinlich sind, da für die in der Nähe der Oberfläche des Sterns befindlichen Teilchen infolge der Bahnbewegung die Geschwindigkeit weit über 400 km steigen kann.

Wenn die Abkühlung des Systems fortschreitet, so wird das kontinuierliche Spektrum schwächer. Gleichzeitig zieht sich die Gashülle zusammen. Daher rücken die Absorptionslinien mehr und mehr in den Bereich der Emissionslinien, es treten Überdeckungen ein, und die Emissionslinien verstärken sich scheinbar. Schließlich muß allein das Spektrum des Gashülle übrig bleiben, wie es ja in der Tat beobachtet ist. Das Novaspektrum geht dann in das eines Gasnebels über.

b) Von den Erklärungen, die nicht das *Doppler*sche Prinzip heranziehen, kommen nur noch zwei ernstlich in Betracht: *Humphreys* und *Mohler*[1]) haben gezeigt, daß, wenn man Gase unter höherem Druck leuchten läßt, in ihren Spektren Linienverschiebungen nach dem Rot eintreten können. Während sich aber beide

[1]) *ApJ* 3, 114 (1896) und *ApJ* 4, 175 und 249 (1896).

Forscher auf verhältnismäßig geringe Drucke beschränkten, bei denen nur ganz geringe Verschiebungen zu beobachten waren, hat *J. Wilsing*[1]) durch hohe Drucke Verlagerungen erreicht, indem er den elektrischen Funken unter Flüssigkeiten zwischen Metallelektroden überspringen ließ. Dadurch konnte er Spektren erzeugen, die denen der Novae sehr ähnlich waren. Allerdings konnte er dabei nur Metallinien erzeugen, während gerade die Wasserstofflinien, auf die es ankommt, nicht zum Leuchten zu bringen waren. Weitere Untersuchungen hierüber sind von *N. Lockyer*[2]), *H. Konen*[3]) und *G. Hale*[4]) angestellt worden. Die *Lockyer*schen widersprechen den *Wilsing*schen Beobachtungen. Gegen die Erklärung der großen Linienverschiebungen durch Druckwirkungen spricht die Feststellung von *W. G. Duffield*[5]), daß ihre Beträge den Wellenlängen proportional verlaufen, was nur beim *Doppler*schen Effekt [vgl. Gl. (11)], nicht aber durch Druckeffekte möglich ist.

c) Ein anderer Erklärungsversuch ist von *H. Ebert* gegeben worden. *Ebert*[6]) nimmt an, daß die Eigentümlichkeiten in der Helligkeitsverteilung der Linien durch anomale Dispersion verursacht seien. Unter dieser Dispersion versteht man die Erscheinung, daß der Brechungsindex selektiv absorbierender Medien für die Wellenlängen in der Nähe von Absorptionslinien ganz auffällige Abweichungen zeigt.

Schon *Christiansen* und *Kundt*, die Entdecker der anomalen Dispersion, fanden, daß ein Medium, welches für einen bestimmten Wellenlängenbereich ein ausgeprägtes Absorptionsgebiet hat, wenn es als brechendes Medium auftritt, für alle Wellenlängen, die größer sind als die des betreffenden Absorptionsgebietes, eine anomale brechende Kraft hat, die sich mit der Annäherung an das Maximum der Absorption steigert. Für die kürzeren Wellenlängen ist die brechende Kraft so stark vermindert, daß die nach dem Violett zu gelegenen Wellenlängen viel weniger abgelenkt werden, als die nach dem Rot gelegenen. Namentlich bei den Dämpfen der Metalle mit ihren scharf ausgeprägten Linien lassen sich diese Erscheinungen sehr genau verfolgen. *Ebert*[7]) hat darauf hingewiesen, daß bei den Metall-

---

[1]) Sitzber. d. Berl. Akad. 24 (1899); *AN* **151**, 333 (1900).
[2]) *ApJ* **15**, 190 (1902).
[3]) Ann. d. Phys. **9**, 742—786 (1902).
[4]) *ApJ* **15**, 132 (1902).
[5]) *MN* **73**, 631 (1913).
[6]) *AN* **164**, 65ff. (1904).
[7]) *AN* **162**, 193 (1903) und Physik. Ztschr. **4**, 473 (1903).

dämpfen die anomale Dispersion zu den allgemeinen Eigenschaften gehört und daß sich ihr Einfluß auf ziemlich umfangreiche Wellenlängengebiete erstreckt, auf viel weitere, als sie je von den Einflüssen der Radialbewegung oder von Druckwirkungen erreicht werden dürften. Die Folge davon ist, daß der Brechungsexponent der Metalle für gewisse Wellenlängen sogar negativ gegenüber dem luftleeren Raum erscheint. Durch die anomale Dispersion können daher in der Nähe der hellen Linien Absorptionsgebiete erzeugt werden, die derartig gelagert sind, daß sie eine Verschiebung der dunklen Linien, unter Umständen sogar eine Verdoppelung vortäuschen.

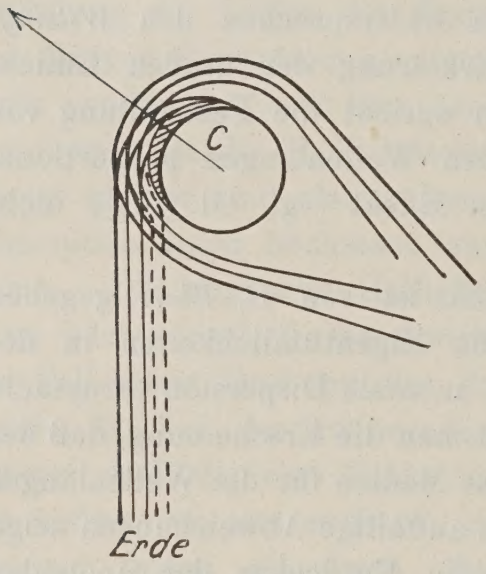

Fig. 34. *Eberts* Erklärung des Novaspektrums.

Die Erscheinungen, die wir an den Spektren der Neuen Sterne beobachten, ließen sich demnach folgendermaßen erklären:

In der Fig. 34 stellt der Kreis den Stern dar, der durch sein Eindringen in die Staubwolke nach der *Seeliger*schen Theorie zum Aufleuchten gebracht wird. Um ihn herum lagern sich die Gase, die bald nach dem ersten Auftreffen der Partikel frei werden, also hauptsächlich das leichtflüchtige Helium und Wasserstoff. Der Pfeil *C* deutet die Richtung der Bewegung des Systems an. Auf der Stirnseite wird sich eine Kalotte maximaler Leuchtkraft bilden. Die Dichteverhältnisse in der Dampfhülle werden ähnlich sein wie die Verdichtungswellen um ein mit großer Geschwindigkeit durch die Luft fliegendes Rundgeschoß; jedenfalls wird die Dichte der Gase von außen nach der Kugel hin wachsen.

Nehmen wir an, das Gas habe ein Absorptionsgebiet *A* für einen gewissen Wellenlängenbereich, so haben wir für die Wellenlängen, die in der Nachbarschaft dieses Bereichs liegen, zwei deutlich verschiedene Anordnungen in der optischen Dichte der Hülle. Für die von *A* aus nach dem Rot gelegenen Wellenlängen ist die Brechung normal, und der Brechungsindex nimmt mit der Gasdichte nach innen zu. Der Strahlengang wird dann konkav nach dem Mittelpunkt der Kugel hin. Ein Beobachter auf der Erde übersieht einen viel größeren Teil der Kalotte, als es ohne Brechung

der Fall wäre. Selbst wenn er sich auf der abgewandten Seite befände, würden noch von dem rötlicheren Licht durch normale Brechung Strahlen der Kalotte um die Kugel herum zu ihm gelangen. (Der Gang der Strahlen hat Ähnlichkeit mit dem Weg des Lichtes bei der astronomischen Refraktion.)

Anders wird es sich jedoch für die Strahlen verhalten mit kleinerer Wellenlänge als der des Bereiches *A*: für sie tritt das Umgekehrte ein, da die optische Dichte infolge anomaler Dispersion nach dem Inneren abnimmt. Der Strahlengang entspricht dann den gestrichelten Linien in der Fig. 34, und der Lichtweg bildet einen gegen die Kugel konvexen Bogen. Daher sieht der Beobachter von der Erde aus nur ein geringes Stück der Kalotte, und der Stern erscheint ihm daher in dem Licht der kürzeren Wellenlängen bedeutend schwächer. Die Trennungslinie für die Helligkeiten im Spektrum bildet die Wellenlänge der Absorptionslinie. Tragen wir die Helligkeit des Spektrums in der unmittelbaren Umgebung der Absorptionslinie graphisch auf, indem wir die Zunahme der Intensität in der Richtung nach oben zeichnen, so erhalten wir ungefähr die Fig. 35: Auf der violetten Seite lagert sich ein dunkler Schatten über das kontinuierliche Spektrum und täuscht eine Verbreiterung der Absorptionslinie und gleichzeitig eine Verschiebung nach Violett vor, während auf der anderen Seite sich noch ein helles Band über das Spektrum legt, dessen Intensität nach dem roten Ende allmählich abnimmt, dagegen nach der Absorptionslinie scharf abfällt. Diese Erklärung deckt sich also völlig mit den Beobachtungen im Spektrum der Neuen Sterne.

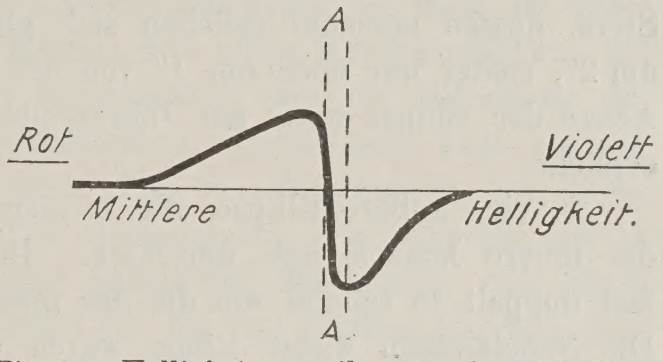

Fig. 35. Helligkeitsverteilung in der Umgebung einer Linie bei anomaler Dispersion.

Welche von diesen Erklärungen richtig ist, läßt sich vorerst noch nicht entscheiden.

Die Nebelmaterie.

Von großer Bedeutung für die Befestigung der Theorie von *Seeliger* war die Auffindung großer Nebelmassen in unmittelbarer Nähe der Nova Persei 1901. Schon früher hatte man bei einigen Neuen Sternen neblige Gebilde wahrgenommen, eine einwandfreie

Bestätigung gelang aber erst *G. W. Ritchey*[1]) und *M. Wolf*[2]), die beide feststellten, daß der Stern von einer Art Spiralnebel umgeben sei, dessen Gestalt sich sehr schnell veränderte.

Im wesentlichen ließen sich in der unmittelbaren Umgebung der Nova dreierlei in Entfernung und Verhalten verschiedene Nebelkondensationen erkennen:

1. eine kleine helle Nebelwolke, die Monate hindurch an der gleichen Stelle in 135″ Abstand vom Stern blieb, dann aber in Bewegung geriet und sich mit großer Geschwindigkeit ausbreitete.

2. ein innerer elliptischer Ring von Nebelstreifen um den Stern, dessen einzelne Teilchen sich gleich von Anfang an täglich um 2″, später nur noch um 1″ von der Nova entfernten. Die große Achse der Ellipse hatte am Jahresende 1901 eine Länge von $8\,^1/_2{}'$ erreicht.

3. eine äußere Ellipse, die in ziemlich genau doppelter Weite die innere konzentrisch umschloß. Ihre Nebelstreifen wanderten fast doppelt so schnell wie die der inneren Ellipse vom Stern weg. Die Nebelmassen dieser Ringe waren einer lebhaften Form- und Helligkeitsänderung unterworfen.

Zur Erklärung dieser werkwürdigen Erscheinungen wurden mehrere Theorien aufgestellt. *Lockyer*[3]) glaubte, daß diese Nebel, ebenso wie die Neuen Sterne selbst, durch den Zusammenstoß von mehreren Meteorschwärmen entständen. Sieht man von dieser Erklärung, die wegen ihrer Unwahrscheinlichkeit keine Gültigkeit verdient, ab, so lassen sich alle übrigen Hypothesen in zwei Gruppen einteilen:

A. Die Strahlungshypothesen. Nach ihnen geht beim Aufleuchten von der Nova eine Strahlung irgendwelcher Art aus und trifft mit der Zeit auf bereits im Raum vorhandene dunkle Nebel, die dadurch für uns auf irgendeine Weise sichtbar werden. Je nach dem physikalischen Vorgang, der diese Sichtbarkeit bewirkt, unterscheidet man wieder zwei Arten von Theorien:

1. Die einfache Reflexionstheorie, nach der das von den Nebeln kommende Licht nichts anderes ist als das Licht der Nova, das dort reflektiert wird. Diese Theorie wurde fast gleichzeitig

---

[1]) *ApJ* **14**, 167 (1901).

[2]) *AN* **157**, 143 u. 162 (1901).

[3]) Nature **65**, 133 (1901).

von *J. C. Kapteyn*[1]), *Seeliger*[2]) und *W. E. Wilson*[3]) aufgestellt. Ihre Einzelheiten wurden von *Seeliger*[4]) in mehreren Abhandlungen genau erörtert.

2. Die Hypothese der sekundären Strahlung, veranlaßt durch das Fehlen der sonst bei reflektiertem Licht beobachteten Polarisation. Diese Theorien von *L. Bell*[5]) und von *Ch. Nordmann*[6]) behaupten, daß die Nebel durch elektrische Wellen, die von der Nova ausgingen, zum Selbstleuchten angeregt worden seien in ähnlicher Weise, wie die Nordlichter durch gewisse Strahlungen von der Sonne in Gasen unter geringem Druck veranlaßt würden.

B. Die zweite Gruppe von Hypothesen nimmt an, daß von der Nova fein verteilte Materie ausgegangen sei, die dann als Nebel sichtbar wurde. Daß diese Massen mit einer Geschwindigkeit, die an die Lichtgeschwindigkeit heranreichte, wie die Bewegung der Nebel zeigte, vom Stern ausgeschleudert worden sind, kann als ausgeschlossen gelten. Als Ursache für die Verlagerung der Nebel werden daher Repulsivkräfte angenommen, die teilweise erst in Wirksamkeit treten, wenn eine bestimmte Entfernung vom Stern erreicht ist. Als Analoga werden die bei der Bildung von Kometenschweifen auftretenden Kräfte angeführt. *Wilsing*[7]) nimmt dafür elektrische Abstoßung an. *F. W. Very*[8]) behauptet, daß unter der Einwirkung magnetischer Kräfte diamagnetische Ionen auf den Kurven der Kraftlinien vom Stern weggeführt werden. Aus dem Verhältnis der Abstände der einzelnen Nebelgebilde schließt er, daß die Ionen zu Gasen gehören, deren Atomgewichte in demselben Verhältnis (1 : 2 : 4) stehen. Dem Vorhandensein eines solchen Abstandsverhältnisses legt er besondere Wichtigkeit bei. Darin, daß die Ionen den magnetischen Kraftlinien folgen, erblickt er eine Erklärung für die beobachtete krummlinige Bewegung der Nebelteilchen. *S. Arrhenius*[9]) schließlich glaubt, daß der Druck der von der Nova ausgehenden Strahlung die Ursache der ungeheuer schnellen Nebelwanderungen sei.

---

[1]) *AN* **157**, 202 (1902).
[2]) *AN* **157**, 255 (1902).
[3]) Nature **65**, 198 (1902).
[4]) *ApJ* **16**, 187 (1902) und **20**, 105 (1904).
[5]) *ApJ* **16**, 38 (1902).
[6]) Ann. de l'Obs. de Nice IX, 147 (1905).
[7]) *AN* **157**, 345 (1902).
[8]) The American Journal of Science 4. Ser., **16**, 54 (1903).
[9]) Lehrbuch d. kosmischen Physik II, 925 (Leipzig 1903).

Wenn es auch nicht an vereinzelten Einwänden fehlt, so erklären doch die Strahlungshypothesen, vor allem die einfache Reflexionstheorie, die an den Novanebeln beobachteten Erscheinungen am besten. Nach dem jetzigen Stand der Untersuchungen muß man also annehmen, daß von der Nova Energiewellen ausgegangen sind, von denen der Nebel nach und nach getroffen wurde, so daß er reflektiertes Licht aussandte, vielleicht aber auch zu sekundärem Leuchten angeregt wurde. Das Fortschreiten der Energiewellen konnte zum Teil unmittelbar nachgewiesen werden. Nur in der allernächsten Nähe einer Nova könnten auch noch andere Ursachen die Veranlassung zum Aufleuchten von Nebelmaterie sein.[1])

Der Erklärungsversuch von Nölke.

Gegen die *Seeliger*sche Hypothese ist der Einwand erhoben worden, daß die kosmischen Wolken, in welche die Sterne eindringen sollen, von sehr geringer Ausdehnung sein müssen, da sie schon in wenigen Wochen oder Monaten durchschritten werden. Außerdem müßte das Aufleuchten viel langsamer erfolgen, da die Dichte der kosmischen Wolke am Rande geringer angenommen werden muß und nach der Mitte zu eine allmähliche Steigerung stattfindet. Die Nebel der Nova Persei von 1901 haben aber, wie die Aufnahmen zeigen, eine ungeheuere Ausdehnung gehabt, und der Stern erschien bei seinem Aufleuchten nicht am Rande, sondern schon tief im Innern des Nebels. Gegen die *Zöllner*sche Hypothese Einwände zu erheben, ist schon schwieriger, da sie sich stets durch besondere Annahmen entkräften lassen.

In neuester Zeit hat *Fr. Nölke*[2]) einen Erklärungsversuch unternommen. Danach wird das plötzliche Aufleuchten einer Nova durch das Aufstürzen von Massen auf einen von einer hohen Atmosphäre eingehüllten Stern verursacht. Infolge der Rotation haben sich planetarische Massen gebildet, die um den Hauptkörper innerhalb der äußersten Schichten seiner Atmosphäre zunächst in kreisförmigen Bahnen herumlaufen. Durch die gegenseitigen Störungen dieser Körper werden die Bahnen elliptisch, und das Periastron des innersten Planeten kann so nahe an den Zentralkörper heranrücken,

---

[1]) Vgl. hierüber *A. Kopff*, Über die Nebel der Nova Persei. Publ. d. Astrophys. Inst. Heidelberg 2, 9 (1906).

[2]) *AN* 213, 345 (1921).

daß ein Eindringen in die inneren dichteren Atmosphärenschichten erfolgt. Durch den Widerstand, den der Planet hier findet, wird seine Bahn immer enger, sein Abstand vom Hauptkörper kleiner, und schließlich kann sogar ein fast senkrechter Absturz auf den anziehenden Hauptstern stattfinden. Meistens wird sich der Körper vorher in Bruchstücke auflösen, die sich auf seiner Bahn zerstreuen und als Meteorregen von längerer Dauer auf dem Hauptstern niedergehen. Die gewaltige Energie des Aufprallens ruft bei den planetarischen Massen und den davon getroffenen Massen eine mächtige Lichtentwicklung hervor. Die Nova leuchtet zunächst mit kontinuierlichem Spektrum auf.

Von den planetarischen Massen werden nun glühende Teilmassen des Sterns hochgeschleudert und mit ungeheuerer Geschwindigkeit in die Sternatmosphäre oder darüber hinaus emporgespritzt. Beim Aufsteigen kühlen sie sich, den Gesetzen der mechanischen Wärmetheorie entsprechend, ab und erzeugen, da sie gasförmig sind, ein Absorptionsspektrum, welches das kontinuierliche Spektrum der darunterliegenden Massen überdeckt. Da sich die aufsteigenden Gase auf der Vorderseite des Sterns, die wir allein überblicken können, schnell auf uns zu bewegen, so erscheinen die Linien des Absorptionsspektrums stark nach Violett verschoben. Im nächsten Stadium der Entwicklung sinken diese Massen wieder hinab, und ein Teil ihrer Fallenergie wird in Wärme verwandelt. Sie werden heißer als die unter ihnen liegenden Massen und senden ein Emissionsspektrum mit starker Linienverschiebung nach Rot aus. Allmählich beruhigt sich nun der Stern, während die ganze Atmosphäre hochgradig erhitzt ist. Daher verschwinden die Absorptionslinien, und die Emissionslinien der atmosphärischen Gase bleiben übrig. Bei weiterer Abkühlung tritt schließlich wieder von neuem ein Absorptionsspektrum auf, doch bleiben daneben noch einige Emissionslinien übrig. Das Spektrum verwandelt sich zuletzt in das der *Wolf-Rayet*-Sterne.

Bis jetzt wurden nur die Verhältnisse betrachtet, die in einer Gassäule herrschen, die senkrecht auf der Oberfläche des Sterns nach der Erde zu gerichtet steht. In den seitlich davon gelegenen Gasmassen sind die Geschwindigkeitskomponenten im Visionsradius kleiner. Sie werden deshalb zur Verbreiterung der Spektrallinien im Sinne gegenseitiger Annäherung der Begrenzung je zweier sich entsprechender Linien beitragen.

Die *Nölke*sche Theorie erklärt also das Aufflammen der Neuen Sterne durch mechanische Einwirkung von außen, nämlich durch das Aufschlagen von meteorischen Massen. Im Unterschied zur Erklärung von *Seeliger* gehören aber diese Massen von jeher dem Körper an, während sie nach *Seeliger* erst von außen als Fremdkörper in das System hineingezogen werden. Als Vorzug vor der *Seeliger*schen Theorie wird geltend gemacht, daß sie das plötzliche starke Aufflammen besser erklärt und auch die verhältnismäßig kurze Dauer der Lichtzunahme plausibler macht. Der periodische Lichtwechsel kann sowohl durch Rotation des Sterns, als auch durch Pulsationen erklärt werden; der Anstoß zu letzteren wäre durch das Aufprallen der meteorischen Massen gegeben. Eine gewisse Schwierigkeit dürfte doch noch in der vollständig einwandfreien Erklärung des merkwürdigen Spektrums, nämlich des gleichzeitigen Auftretens von Absorptions- und Emissionslinien liegen. Über die eigentümliche Erscheinung der Novanebel sagt die Hypothese gar nichts.

Im Anschluß an diesen Erklärungsversuch möge noch eine Hypothese von *H. Vogt*[1]) erwähnt werden. *Vogt* nimmt mit *Seeliger* eine Nebelwolke, mit *Nölke* ein Doppelsternsystem an. Durch das Eindringen des Systems in die Wolke werden die Komponenten infolge der Bewegung im widerstehenden Mittel einander genähert und stürzen zuletzt zusammen, wodurch das Aufleuchten der Massen als Nova bewirkt wird.

Sechzehntes Kapitel.

Die langperiodischen Veränderlichen.

Der Lichtverlauf und die Periode der Mira-Sterne.

Die Sterne mit langsamem und kontinuierlichem Lichtwechsel gehören im allgemeinen zu einer Klasse, die nach ihrem Hauptvertreter *o* Ceti die Miraklasse genannt wird. In der Regel ist der Lichtwechsel dieser Sterne von großem Umfang. Im Mittel beträgt er über 4^m, bei einigen Sternen überschreitet er aber sogar das Doppelte. Die Sterne durchlaufen ihre Lichtkurven nicht immer gleichmäßig. Sowohl in bezug auf die Länge der Periode, als auch

---

[1]) *AN* **214**, 85 (1921).

auf die Amplitude, namentlich auf die Maximalhelligkeit kommen bei ein und demselben Stern große Unregelmäßigkeiten vor. Deshalb kann man bei ihnen nur von einer mittleren Periodendauer sprechen, und die Abweichung vom Mittel erreicht bis zu 15%. Der Charakter der Lichtkurve bleibt im allgemeinen gewahrt, dagegen zeigen die Kurven verschiedener Sterne untereinander große Unterschiede. Für eine Anzahl von ihnen, zu denen auch *o* Ceti gehört, ist steiler Anstieg und flacherer Abfall der Helligkeitskurve typisch. Bei den meisten kommen, namentlich auf dem absteigenden Ast, Nebenmaxima und Nebenminima vor. Bei gehöriger Verkleinerung gewinnen die Lichtkurven mancher Sterne eine gewisse Ähnlichkeit mit denen der δ Cephei-Sterne; vielleicht ist diese Ähnlichkeit kein Zufall, sondern überhaupt in der Art begründet, wie der Lichtwechsel dieser Sterne zustande kommt.

Die Unregelmäßigkeit des Lichtwechsels brachte es mit sich, daß man in den Formeln, die zur Berechnung der Ephemeriden dienen, oder die die Epochen der Hauptphasen darstellen sollen, außer der mittleren Periode noch Zusatzglieder eingeführt hat, die entweder Potenzen der Zeit oder auch Sinusglieder enthalten. Alle diese Formeln geben die Beobachtungen nur für eine gewisse Zeitdauer gut wieder. Bei der Betrachtung eines längeren Zeitraums versagen sie jedoch. Diesem Übelstande ließe sich zwar durch die Einführung neuer Zusatzglieder für eine gewisse Zeit abhelfen, aber später würde sich doch wieder das alte Übel zeigen, so daß die Hauptphasen durch die manchmal recht komplizierte Formel nicht mehr genügend dargestellt werden. Solange den Zusatzgliedern keine physikalische Deutung zukommt, und solange man über die Tatsachen, die den Lichtwechsel veranlassen, noch so wenig weiß, wie es jetzt der Fall ist, bedeutet das Mitnehmen mehrerer Zusatzglieder für die Vorausberechnung der Erscheinungen nur eine entbehrliche Komplikation. Die Voraussage bleibt trotz allem stets innerhalb gewisser Grenzen unsicher. Ähnlich verhält es sich auch mit der Vorherbestimmung der Helligkeit im Maximum oder im Minimum dieser Sterne. Aber trotz ihres geringen Wertes für die Vorhersage der Phasen ist doch, wie *H. H. Turner*[1]) gezeigt hat, diesen Zusatzgliedern eine gewisse Realität nicht abzusprechen, und vielleicht sind sie für die Theorie dieser Veränderlichen nicht unwichtig.

---

[1]) *MN* **68**, 544 und 677 (1908).

Im folgenden sollen die Unregelmäßigkeiten im Eintreffen der Hauptphasen und die Unsicherheit in der Bestimmung der Zusatzglieder in den Formeln an zwei klassischen Beispielen gezeigt werden.

Von den Sternen der Miraklasse sind die beiden: *o* Ceti und χ Cygni am eingehendsten untersucht.

1. Die verschiedenen Bearbeitungen von *o* Ceti zeigen deutlich die Schwierigkeiten, die Periode zu bestimmen. Die erste eingehende Untersuchung rührt von *Wurm*[1]) her. Aus den Beobachtungen zwischen 1660 und 1811 bestimmte er von zehn zu zehn Jahren die Epoche und die Periode und erhielt Werte, die zwischen 330.0 und 335.8 Tagen schwanken. Die mittlere Periode, die er ableitete, beträgt 331.96 Tage.

*Argelander*s ausgedehnte Untersuchungen[2]) ergaben die mittlere Periode zu 331.3363 Tagen, und zur Darstellung der Maxima erhielt er eine Formel mit vier periodischen Gliedern:

$$\begin{aligned} T_{\max.} = 1751\ \text{Sept.}\ 9.76 + 331^d.3363\,E &+ 10^d.48 \sin(32^\circ.7\ E + 86^\circ.4) \\ &+ 18^d.16 \sin(4^\circ.1\ E + 231^\circ.7) \\ &+ 33^d.90 \sin(2^\circ.05\ E + 170^\circ.3) \\ &+ 65^d.31 \sin(1^\circ.36\ E + 6^\circ.6). \end{aligned}$$

Die neueren Beobachtungen werden durch diese Formel ungenügend dargestellt.

Die umfassendste Bearbeitung dieses Sterns stammt von *P. Guthnick*[3]), der alle ihm zugänglichen Beobachtungen bis zum Jahre 1900 benutzte. Er gelangt zu der Formel:

$$\begin{aligned} T_{\max.} = 1901\ \text{Juli}\ 8.96 + 331^d.6926\,E &+ 9^d.5 \sin(1^\circ.4\ E + 245^\circ.8) \\ &+ 11^d.5 \sin(3^\circ.85\ E + 124^\circ.1) \\ &+ 17^d.5 \sin(4^\circ.56\ E + 307^\circ.2) \\ &+ 12^d.3 \sin(9^\circ.12\ E + 71^\circ.8). \end{aligned}$$

Die beiden Gleichungen, diejenige von *Argelander* und die von *Guthnick*, haben dieselbe Form. Jedes der vier periodischen Glieder zeigt einen Zyklus an. Diese Zyklen dauern:

bei *Argelander*: 240, 160, 80 und 10 Jahre,
bei *Guthnick*: 234, 85, 72 und 36 Jahre.

Aus 27 Minimumepochen hat *Guthnick* ebenfalls eine mittlere Periode abgeleitet, und zwar erhält er 331.3359 Tage. Ob die

---

[1]) Ztschr. f. Astron. I, 230 ff. (1816).
[2]) Astr. Beob. Bonn VII, 320 ff. (1869).
[3]) Neue Unters. über *o* (Mira) Ceti (1901).

Minima Ungleichheiten unterworfen sind, die denen der Maxima parallel laufen, ließ sich bei der geringen Anzahl der verfügbaren Epochen nicht mit Sicherheit nachweisen.

Auch die Form der Lichtkurve, vor allem aber die Maximalhelligkeit in den einzelnen Erscheinungen, ist veränderlich. *Guthnick* unterscheidet vier Gattungen von Lichtkurven, die er als besondere Typen charakterisiert. Sie dürften jedoch einen einzigen Typus mit mehr oder weniger starken Abweichungen darstellen: eine in bezug auf das Maximum unsymmetrische Lichtkurve mit steilerem Anstieg als Abfall. Ein stärkerer Unterschied kommt allerdings in der Maximalhelligkeit zum Ausdruck: manchmal steigt der Stern bis zur 2^m, manchmal erreicht er kaum die 5^m.

2. Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse bei χ Cygni.

Die Ephemeriden der *VJS* geben für diesen Stern folgende Formel:

$$T_{\max.} = 2337555 \text{ J.D.} + 404.908 \cdot E + 0.00843 \cdot E^2 + 25 \text{ Tage} \cdot \sin(5^0 \cdot E + 300^0),$$

ausgedrückt in Tagen der Julianischen Periode (E für das Maximum von 1687 gleich 0, für das von 1911 = 201).

Sie ist von *M. Wasnetzoff*[1]) aus der Bearbeitung von 96 Beobachtungen der Maxima vom Jahre 1687 bis 1911 entstanden. Hierin ist also sowohl eine Verlängerung der Periode, als auch eine Zusatzperiode enthalten. Zum Vergleich mögen einige Formeln von anderen Rechnern für denselben Stern angeführt sein.

Der Entdecker des Veränderlichen, *Gottfried Kirch*, nahm die Periode regelmäßig und zu $404\,^1/_2$ Tagen an. *Maraldi* erkannte schon um die Mitte des 18. Jahrhunderts eine Verlangsamung. Der erste, der die Zunahme der Periode genauer untersuchte, war *Olbers*. Er teilte den ganzen Zeitraum, der ihm zur Verfügung stand, in sechs Abschnitte und fand[2])

von	1687—1695	die Periode	gleich	$404\,^6/_7$ Tagen
„	1695—1712	„	„	405.0 „
„	1712—1747	„	„	$405\,^3/_4$ „
„	1747—1785	„	„	$406\,^3/_{34}$ „
„	1785—1799	„	„	$407\,^1/_{12}$ „
„	1799—1815	„	„	$407\,^2/_{15}$ „
mittlere Periode			„	$406\,^8/_{115}$ „

[1]) *AN* **192**, 387 (1912).

[2]) Ztschr. f. Astron. II, 191 (1816).

Olbers hat mit Hilfe der sicher bestimmten Maxima die Periodenlänge für 1687 zu 404.7466 Tagen und die Verlangsamung von einem Maximum bis zum nächsten zu 0.02289 Tagen ermittelt. Diese Koeffizienten ließen in der Darstellung der Maxima Reste bis zu 2.7 Tagen, während bei den nicht benutzten Maximis Differenzen bis zu 27 Tagen auftraten, was entschieden vielzuviel ist, da man im Mittel das Maximum auf zwei Tage genau bestimmen kann. *Olbers* untersuchte nun nochmals die Reihe der Maxima und gelangte zur Formel[1]):

$$T_{\max.} = 1815.280543 + 407^{d}.3905 \cdot E + 0^{d}.0114454 \cdot E^{2}, \qquad \textit{Olbers})$$

worin E die Anzahl der seit 1815 verflossenen Epochen ist.

Argelander[2]) führte in seiner Formel ein Sinusglied ein, verwarf aber dafür das Glied, welches die Verlangsamung ausdrückt. Seine Formel lautet:

$$\left.\begin{aligned} T_{\max.} = {} & 27602^{d}.484 + 406^{d}.0911 \cdot E \\ & + 11^{d}.78 \cdot \sin(42^{0}.72 \cdot E + 132^{0}.4). \end{aligned}\right\} \quad (\textit{Argelander})$$

Auch bei der Darstellung mit diesen Formeln kommen noch große Reste vor, die nicht durch die Unsicherheit in der Bestimmung des Maximums erklärt werden können.

Chandler[3]) hat nun sowohl eine Verlängerung, als auch ein periodisches Glied in seiner Formel angegeben:

$$\left.\begin{aligned} T_{\max.} = {} & 1763 \text{ Juni } 3.5 + 406^{d}.02 \cdot E \\ & + 0^{d}.0075 \cdot E^{2} + 25^{d}.0 \cdot \sin(5^{0}.E + 272^{0}). \end{aligned}\right\} \quad (\textit{Chandler})$$

Auch mit dieser Formel ergeben sich noch sehr große Reste in der Darstellung der Maxima — bis über 30 Tage —.

Rosenberg[4]), der den Lichtwechsel dieses Sterns noch genauer untersucht hat, beschränkt sich auf das Verlangsamungsglied und findet in bemerkenswerter Übereinstimmung mit *Olbers*, aber aus einem bedeutend längeren Intervall:

$$T_{\max.} = 2384230 \text{ J. D.} + 406^{d}.94 \cdot E + 0^{d}.0103 \cdot E^{2}. \qquad (\textit{Rosenberg})$$

Nur das konstante Glied hat eine größere Abweichung.

---

[1]) a. a. O. S. 195.
[2]) Astr. Beob. Bonn VII, 340 (1869).
[3]) *AJ* **10**, 103 (1899).
[4]) Der Veränderliche χ Cygni (1906).

Alle diese Formeln zeigen uns, daß die Koeffizienten mit großer Unsicherheit behaftet sind, und daß sie nur Annäherungen an die Wirklichkeit geben können.

Ein ganz eigentümliches Verhalten in bezug auf die Periodenlänge zeigt der Veränderliche R Hydrae. Stellt man die Längen der Perioden dieses Sterns für jede zehnte Epoche zusammen, so erhält man folgende Werte:

Jahr	Epoche	Periode	Jahr	Epoche	Periode
1784	−50	497 Tage	1860	+10	445 Tage
1797	−40	482 „	1872	+20	437 „
1810	−30	470 „	1884	+30	429 „
1823	−20	461 „	1896	+40	419 „
1835	−10	456 „	1907	+50	409 „
1848	0	452 „	1918	+60	398 „

Auf den ersten Blick erkennt man hieraus eine starke Abnahme der Periodendauer mit der Zeit. In dieser Beziehung steht R Hydrae ganz einzig da, und nur bei R Aquilae werden ähnliche Verhältnisse vermutet. Im übrigen verläuft bei R Hydrae die Lichtkurve in jeder Periode mit verhältnismäßig großer Regelmäßigkeit, und auch hierin liegt ein Unterschied gegen die beiden vorhin genannten Sterne *o* Ceti und χ Cygni vor. Die Zahlen zeigen aber auch, daß die Periodenverkürzung nicht gleichförmig ist. Ob diese Verkürzung dauernd ist, läßt sich noch nicht entscheiden. Jedenfalls bieten aber derartige Erscheinungen für die Theorie dieser Veränderlichen sehr große Schwierigkeiten dar.

Farbe, Spektrum und Radialbewegung.

Die Färbung der langperiodischen Variabeln ist fast durchweg ziemlich stark rötlich. Bei *o* Ceti, und vielleicht auch bei vielen anderen Sternen dieses Typus, findet eine deutliche Farbenänderung parallel mit dem Lichtwechsel statt, die darin besteht, daß mit der Abnahme der Helligkeit eine Vertiefung der Tönung eintritt.[1])

Das Spektrum. Was das Spektrum der Sterne vom Miratypus anlangt, so läßt sich bei den meisten wegen ihrer Lichtschwäche nur der allgemeine Spektralcharakter angeben: Fast alle gehören zur Klasse Md, nur einige zu den Klassen N und R. Noch

[1]) *W. S. Franks*, *MN* 67, 538 (1907).

nie ist bis jetzt ein Stern, der zu diesen Klassen gehört, als unveränderlich befunden worden, andererseits sind die Fälle, in denen ein Angehöriger der Klassen Ma, Mb oder Mc Lichtschwankungen nach Art der Mirasterne zeigt, außerordentlich selten. Die Mirasterne haben die Eigentümlichkeit, daß die Amplitude ihrer Lichtschwankungen für verschiedene Wellenlängenbezirke verschieden ist, und zwar ist der Umfang des photographischen Lichtwechsels stets größer als der des visuellen. In dieser Eigentümlichkeit stimmen die Mirasterne mit den Blinksternen (siehe 17. Kap.) überein. Außerdem geht mit der Zunahme der Periode der mittlere Spektralcharakter der Md-Sterne von Md 1 nach Md 10.

Am eingehendsten unter allen Sternen der Miraklasse ist *o* Ceti selbst spektroskopisch untersucht worden. Der Stern gehört zur Klasse Md 9. Die Spektren dieser Klasse (vgl. Fig. 14) haben die Eigentümlichkeit, daß außer den dunklen Linien, von denen das Farbenband durchzogen ist, auch helle Linien vorhanden sind. Diese gehören hauptsächlich dem Wasserstoff, einige jedoch auch dem Eisen, dem Magnesium und dem Silizium an. Wenn gleichzeitig die hellen und die dunklen Linien desselben Stoffs erscheinen, so sind die hellen gegen die dunklen um einen geringen Betrag nach Violett verschoben. Die gegenseitige Lage der hellen und dunklen Linien ist also umgekehrt wie im Spektrum der Neuen Sterne.

Als helle Linien sind die des Wasserstoffs von H_γ bis H_ν sichtbar. Dagegen ist H_β merkwürdigerweise meistens nur schwach angedeutet und H_α überhaupt noch nicht gesehen worden. Diese Linie wird zwar wohl vorhanden sein, wegen ihrer geringen Intensität dürfte aber ihre Sichtbarkeit unserem Auge zu große Schwierigeiten bereiten. Am hellsten sind H_γ, H_δ und H_ζ. Sehr sonderbar ist es dagegen, daß H_ε außerordentlich schwach erscheint, und daß diese Linie manchmal überhaupt gar nicht zu sehen ist. Der Grund hierfür dürfte darin zu suchen sein, daß fast an der gleichen Stelle eine starke Absorptionslinie des Kalziums liegt, durch welche H_ε überdeckt wird. Man muß also annehmen, daß auf dem Stern über dem Wasserstoff noch eine kühlere Kalziumschicht gelagert ist. Bei der starken Absorption des Kalziumdampfes würde schon eine verhältnismäßig geringe Dicke dieser Schicht zum Auslöschen der H_ε-Linie genügen. Die Kalziumschicht kann sich wegen ihres größeren spezifischen Gewichtes nur im labilen Gleichgewicht befinden, und mit ihrer Mächtigkeit ändert sich die Intensität der H_ε-Linie.

Die Untersuchungen von *J. Stebbins*[1]) erstrecken sich fast über eine volle Lichtwechselperiode von Mira Ceti. Sie zeigen ein durchaus ungleichmäßiges Verhalten des kontinuierlichen Spektrums während der Helligkeitsabnahme des Sterns. Auch die H_γ- und die H_δ-Linie sind relativen Schwankungen unterworfen. Sonst werden die Wasserstofflinien im allgemeinen mit der Abnahme der Intensität des Sterns schwächer, nur die Eisenlinien, besonders $\lambda\lambda$ 4202 und 4308, verhalten sich umgekehrt, ihre Intensität nimmt zu.

Nach Beobachtungen von *Adams* und *Joy*[2]) erscheinen die hellen H-Linien im Spektrum von Mira Ceti zur Zeit des Minimums verbreitert und stark nach Rot verschoben. Die hellen, scharfen Linien anderer Elemente, die im Laufe der Helligkeitsabnahme erscheinen, die sog. «low temperature lines», zeigen dieselbe relative Lage wie die hellen Wasserstofflinien im Helligkeitsmaximum des Sterns.

Campbell[3]) hat während des Maximums von Mira im Jahre 1898 bei den beiden Linien H_γ und H_δ eine Dreiteilung festgestellt, und *W. Sidgreaves*[4]) glaubt diese Beobachtung aus der ungleichen Helligkeitsverteilung im Inneren dieser Linien nach seinen Aufnahmen im Jahre 1906 bestätigen zu können. Zur Erklärung dieser Erscheinung müßte man den sog. *Zeemann*-Effekt heranziehen, durch den Verdoppelungen und Verdreifachungen von Spektrallinien mit gleichzeitiger Polarisation des Lichtes dieser Linien unter dem Einfluß von magnetischen Feldern auf dem Stern zustande kommen können.

Wenn man nämlich das Licht einer Flamme untersucht, die sich in einem magnetischen Feld befindet, so zeigt sich im Spektroskop bei genügender Dispersion, daß eine Spaltung der Spektrallinien eintritt, die je nach der Richtung des Lichtstrahls in bezug auf die Kraftlinien des magnetischen Feldes verschieden ausfällt. Laufen die Lichtstrahlen in der Richtung der magnetischen Kraftlinien, so spalten sich die Linien in Doppellinien, die zu beiden Seiten der ursprünglichen Linie liegen, und beide sind zirkular polarisiert, die eine rechtszirkular, die andere linkszirkular. Verlaufen jedoch die Kraftlinien senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Strahls, so tritt durch die Magnetisierung eine Dreiteilung ein. Es entstehen dicht nebeneinander drei Linien, von denen die mittlere

---

[1]) Lick Bull. **41**; *ApJ* **18**, 341 (1903).
[2]) Publ. Astr. Soc. Pacific **32**, 163 (1920).
[3]) *ApJ* **9**, 31 (1899).
[4]) *MN* **67**, 536 (1907).

dieselbe Lage wie die ursprüngliche hat. Alle drei Linien sind linear polarisiert, die Polarisationsebene der mittleren steht senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien, die der beiden äußeren ist den Kraftlinien parallel. Im magnetischen Felde entstehen also aus dem ursprünglich unpolarisierten monochromatischen Lichte zwei bzw. drei monochromatische Strahlenarten von etwas veränderter Wellenlänge und verschiedenem Polarisationszustande. Diese Erscheinung wird der direkte *Zeemann*-Effekt genannt, und zwar heißt der erste Fall, bei dem Licht und magnetische Kraftlinien gleichgerichtet sind, der longitudinale, der andere, bei dem beide gekreuzt sind, der transversale *Zeemann*-Effekt. Die doppelte bzw. dreifache Linie heißt das normale Duplet oder Triplet.

Um die Entscheidung darüber herbeizuführen, ob das Triplet im Spektrum von *o* Ceti einem magnetischen Feld entstammt, wäre demnach eine Untersuchung auf Polarisation des Lichtes, aus dem die vervielfältigten Linien bestehen, notwendig. Dies ist aber bisher wegen der großen Lichtschwäche nicht möglich gewesen.

Der kontinuierliche Teil des Spektrums nimmt, wie erwähnt, mit dem Schwächerwerden des Sterns ab. Hierbei ist konstatiert worden, daß die Helligkeit des Spektralgebiets von λ 4300 an nach dem Rot hin schneller verblaßt als die Partien nach dem violetten Ende hin. Dies könnte jedoch, wie *Stebbins* bemerkt, auch durch ein Sinken der Helligkeit der zahlreichen hellen Bänder des Spektrums vorgetäuscht sein.

Auch das Aussehen der hellen Eisen- und Magnesiumlinien ändert sich mit den Helligkeitsschwankungen. Während sie im Maximum kaum erscheinen, nimmt ihre Intensität mit sinkender Helligkeit des Sterns stark zu, umgekehrt, wie es bei den hellen Wasserstofflinien der Fall ist. Das ganze Verhalten dieser Linien deutet darauf hin, daß sich bei der Lichtabnahme die Oberfläche des Sterns abkühlt.

Zwei merkwürdige Beobachtungen aus neuerer Zeit sind noch zu erwähnen, weil sie vielleicht auf einen Zusammenhang zwischen diesen langperiodischen und den Neuen Sternen hinweisen, wenigstens soweit es sich um die physikalischen Ursachen ihres Lichtwechsels handelt. Im Spektrum des Sterns R Aquarii traten etwa einen Monat vor dem Maximum die drei Hauptnebelbänder $\lambda\lambda$ 5007, 4959 und 4363 auf. Für kurze Zeit hatte das Spektrum große Ähnlichkeit mit dem einer Nova im vorgerückten Stadium.

Die zweite Feststellung bezieht sich auf *o* Ceti. Danach waren zur Zeit des Minimums helle Heliumlinien vorhanden (die im Maximum nicht nachgewiesen sind), die Emissionslinien des Wasserstoffs waren kräftiger als sonst und stark verbreitert und im Vergleich zu den anderen schmalen Emissionslinien um einen Betrag, der 100 km/sec Radialbewegung entspricht, nach Rot verschoben, also entgegengesetzt, wie zur Zeit des Maximums, aber in gleicher Richtung wie bei den Neuen Sternen.

Die Bewegung. Sehr eigentümlich ist das Resultat der Untersuchungen, die man zur Feststellung der Geschwindigkeit im Visionsradius angestellt hat. Bei den hellsten Sternen *o* Ceti und χ Cygni lassen sich die spektroskopischen Beobachtungen über einen großen Teil der Lichtkurve ausdehnen. Es hat sich gezeigt, daß die Radialgeschwindigkeit nicht veränderlich ist, so daß es nicht wahrscheinlich ist, daß diese Sterne Doppelsysteme sind. Dagegen fiel der Betrag der Geschwindigkeit verschieden aus, je nachdem er aus der Verlagerung der hellen oder der dunklen Linien bestimmt wurde. So hat *Campbell*[1]) die Geschwindigkeit von Mira Ceti aus den dunklen Linien zu + 62 km/sec, aus den hellen Wasserstofflinien dagegen zu +48 km/sec ermittelt. *P. W. Merrill*[2]) hat diese Untersuchung noch auf einige andere Mirasterne ausgedehnt und ist dabei zu dem gleichen Resultat gelangt, wobei sich stets ergab, daß die hellen Wasserstofflinien um einen gewissen Betrag gegen die Absorptionslinien nach Violett verschoben sind. Die Größe dieses Betrags scheint in einer Beziehung zur Dauer der Periode P zu stehen. *H. Ludendorff*[3]) erhält für die in km/sec ausgedrückte Verschiebung die Formel:

$$\Delta = + 0.08\,(P - 100), \tag{86}$$

worin P in Tagen auszudrücken ist und die Verschiebung Δ im Sinne: dunkle minus helle Linien genommen ist. Die Gültigkeit dieser rein empirischen Gleichung ist zwar nicht absolut sicher, sie stellt jedoch die Linienverschiebung bei 14 Sternen recht gut dar. Von Wichtigkeit ist sie aber zur Feststellung der Geschwindigkeiten schwächerer Mirasterne, bei denen sich die Radialbewegung nur aus den hellen Linien im Lichtmaximum bestimmen läßt.

---

[1]) *ApJ* **9**, 31 (1899); und *G. Eberhard*, Über die Bewegung von χ Cygni, *AN* **157**, 342 (1902).

[2]) Publ. of the Astr. Obs. of the Univ. of Michigan. Vol. II.

[3]) *AN* **212**, 483 (1921).

Bis jetzt kennt man die Radialbewegungen von 30 Mirasternen, die sich nach der obigen Formel in wirkliche Geschwindigkeiten umrechnen lassen. Es ergibt sich für das Mittel der absoluten Beträge der Radialgeschwindigkeit ϱ ein auffallend großer Wert, nämlich 33 km/sec, und für Sterne mit Perioden P von weniger als 500 Tagen kann man näherungsweise die Formel benutzen:

$$|\varrho| = 0.17 \cdot (500 - P). \qquad (86a)$$

Es folgt daraus, daß die Radialgeschwindigkeit der Mirasterne im Durchschnitt mit der Dauer der Periode abnimmt. Auch im Verhalten der lateralen Eigenbewegungen scheint sich dieses Gesetz zu verraten.[1])

Die Erklärungen des Lichtwechsels.

Über die Ursachen, die den Lichtwechsel der Mirasterne veranlassen, ist eine Reihe von Theorien aufgestellt worden, von denen die wichtigsten im folgenden besprochen werden sollen:

Die *Klinkerfuess-Wilsing*sche Theorie[2]) zieht eine Fluthypothese zur Erklärung heran: Ein Begleiter des Sterns bringt in der Atmosphäre des Hauptsterns eine Flutwirkung hervor, die bei großer Annäherung so stark werden kann, daß dadurch ein Teil der Oberfläche zeitweilig ganz frei gelegt wird. Hierdurch tritt eine bedeutende Erhöhung der Leuchtkraft ein. Es können sogar in den glühenden Gasmassen des Inneren Flutbewegungen stattfinden, die Eruptionen von Wasserstoff hervorbringen, wodurch das Auftreten von hellen Linien im Spektrum zu erklären ist. Die Hypothese ist wohl unrichtig, da sich, wie schon erwähnt, kein einziger Veränderlicher vom Miratypus als spektroskopischer Doppelstern gezeigt hat.

Eine zweite Hypothese, die zur Erklärung des Lichtwechsels langperiodischer Variabler dient, ist die Schlackentheorie. Nach ihr wird die Lichtschwankung durch Rotation eines Körpers mit ungleichförmig leuchtender Oberfläche verursacht, wobei die Umdrehungszeit die Hauptperiode des Lichtwechsels bildet. Diese Idee wurde zum ersten Male wissenschaftlich von *Zöllner*[3]) verwertet, der auch noch die Schwankungen in der Hauptperiode erklärte, und

---

[1]) *AN* **213**, 297 (1921).

[2]) *W. Klinkerfuess*, Über den Lichtwechsel der Veränderlichen. Göttinger Nachr. (1865); *J. Wilsing*, *AN* **124**, 131 (1890).

[3]) Photometrische Untersuchungen S. 256. Leipzig 1865.

zwar durch eine Verschiebung der Schlacken, während *H Gyldén*[1]) die Ursache für diese Schwankungen in der Verlagerung der Rotationsachse außerhalb einer der Hauptträgheitsachsen des Körpers suchte. Eine mathematische Behandlung erfuhr die Schlackentheorie durch *H. Bruns*[2]), allerdings nicht zur Erklärung des Lichtwechsels langperiodischer Variabler, sondern der Algolsterne. Er zeigte zuerst, wie man aus der Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche und der Lage der Rotationsachse die Lichtkurve ableitet und wies dann nach, daß es immer, und zwar auf unendlich viele Weisen, möglich ist, die Bestimmungsstücke für die Helligkeitsverteilung so zu wählen, daß die resultierende Helligkeitskurve sich innerhalb vorgeschriebener, beliebig enger Grenzen einer beobachteten, stetigen und periodischen Lichtkurve anschließt. Die Behandlung dieses Problems gibt aber nur eine rein formale Lösung, weil auf die physikalisch notwendigen Bedingungen keine Rücksicht genommen ist. So müssen sowohl die negative Flächenhelligkeit, als auch noch andere theoretische Lösungen, wie z. B. die Verteilung von Licht und Dunkelheit in der Gestalt von Zweiecken als physikalisch unwahrscheinlich ausgeschlossen bleiben. Dasselbe Problem wurde später von *H. N. Russell*[3]) nochmals aufgegriffen. Er untersuchte den Einfluß der Rotation von Körpern (Planeten, Satelliten) ohne und mit Atmosphäre, mit Flecken auf der Oberfläche, von allgemein konvexer Oberfläche und einer aus verschieden konvex gekrümmten Flächen zusammengesetzten Begrenzung auf die Form der Lichtkurve. Die Hauptfolgerungen aus dieser Arbeit sind: Wir können erkennen, ob die Lichtkurve überhaupt durch Rotation zu erklären ist, ob in diesem Fall der Körper eine Atmosphäre hat, ob seine Oberfläche konvex ist und ob ungleiche Lichtverteilung darauf angenommen werden muß. Ferner läßt sich stets die Lage der Rotationsachse, doch nicht das Vorzeichen des Neigungswinkels bestimmen. Läßt man für den Körper jede beliebige Form seiner Oberfläche zu, so ist aus der Lichtkurve seine Gestalt nicht zu ermitteln, denn zu jeder Gestalt läßt sich eine Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche finden, mit der die Lichtkurve dargestellt werden kann.

---

[1]) *CR* **89**, 598 (1879); Acta societatis scientiarum Fennicae **9**, 345 (Helsingfors 1880).

[2]) Monatsber. d. preuß. Akad. d. Wiss. 1881 S. 48 (1882).

[3]) *ApJ* **24**, 1 (1906).

Eine andere Hypothese stellt eine Analogie auf mit dem Verhalten unserer Sonne. Unsere Sonne würde infolge der Fleckenbildung aus weiter Ferne beobachtet wohl auch als Veränderlicher vom Miratypus erscheinen, nur würden die Lichtschwankungen bedeutend geringer sein. Die Dauer der Periode, die im übrigen ebenfalls ungleichförmig ist, wäre etwa 11 Jahre. Nimmt man nun an, daß solche Fleckenbildungen auf der Oberfläche der Miraveränderlichen in größerem Maßstabe auftreten, so wäre damit eine Erklärung für ihre Veränderlichkeit gefunden. Für diese Annahme spricht, daß das Spektrum der Mira mit dem der Sonnenflecke eine gewisse Ähnlichkeit zeigt. Wenn man ferner davon ausgeht, daß diese langperiodischen Veränderlichen M-Sterne in ziemlich weit vorgeschrittener Entwicklung darstellen, so wird man eine erhöhte Fleckentätigkeit bei ihnen schon annehmen dürfen.

Die Untersuchungen von *W. Gyllenberg*[1]) haben jedoch gezeigt, daß diese Md- und N-Sterne von großer absoluter Helligkeit sind, und daß sie daher als Riesensterne am Anfang der Entwicklungsreihe stehen. Es erscheint zweifelhaft, ob es berechtigt ist, die Verhältnisse eines Zwergsterns, der Sonne, auf einen Riesen anzuwenden.

Man muß zwischen der Fleckenhypothese und der Schlackentheorie wohl unterscheiden: Die Schlackentheorie erklärt den Lichtwechsel bei bestimmter Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche allein durch die Rotation, nach der Fleckentheorie ändert sich aber die Gesamthelligkeit des Körpers periodisch. Bei der ersteren fällt die Periode der Rotation, bei der letzteren die der Fleckenbildung mit der Hauptperiode des Lichtwechsels zusammen.

Eine weitere Hypothese von *Lockyer*, nach der es sich bei den Veränderlichen des Miratyps um große Meteorschwärme handelt, die in stark exzentrischen Bahnen bei ihrem Zusammentreffen durch Anprall einzelner Teile ein starkes Aufleuchten hervorrufen, sei nur nebenbei erwähnt. Sie hat nur wenig Anklang gefunden, da zur Erklärung anderer Begleiterscheinungen noch zu Hilfshypothesen unwahrscheinlicher Art gegriffen werden muß.

Turners Untersuchung.

Turner[2]) hat die Fleckentheorie weiter ausgebaut und mathematisch verfolgt. Er sucht die Hauptcharakteristiken für die Lichtkurven zahlenmäßig festzulegen, indem er sie harmonisch analysiert.

[1]) Meddelande från Lunds Astr. Obs. Nr. 90 (1918).

[2]) *MN* **67**, 332 (1907) und **68**, 482 (1908).

Bezeichnet man mit m_0 die mittlere Helligkeit eines Sterns und mit ϑ den sog. Phasenwinkel, so läßt sich die Lichtkurve darstellen durch die Formel:

$$\left.\begin{aligned} m = m_0 &+ A\sin\vartheta + B\cos\vartheta + C\sin 2\vartheta \\ &+ D\cos 2\vartheta + E\sin 3\vartheta + F\cos 3\vartheta + \ldots, \end{aligned}\right\} \quad (87)$$

worin m die Helligkeit ist, die dem vom Maximum ab gezählten Phasenwinkel entspricht. Die Koeffizienten A und B sind natürlich für die Gestalt der Kurve ausschlaggebend. Als zweites Charakteristikum kann man die Asymmetrie der Kurve bezeichnen, die sich durch die Formel ausdrückt:

$$\alpha = [2(M - m) - P]/P, \quad (88)$$

worin M und m die Zeiten der Maxima und Minima der Lichtkurve und P die Periode bedeutet.

Turner nimmt nun an, daß die Fleckenbildung in ähnlicher Weise wie auf der Sonne vor sich gehe, daß also die Flecken nach dem Minimum zuerst die höheren Breiten bevorzugen, dann allmählich dem Äquator des Sterns zuwandern und schließlich ziemlich rasch wieder in höheren Breiten auftauchen. Für die Sonne wird aus den Fleckenrelativzahlen eine Lichtkurve abgeleitet, und es wird gezeigt, daß sie sich mit ihren Koeffizienten ganz gut unter die übrigen (31) Sterne einordnet.

Wenn nun die Achse eines Sterns so im Raum gelagert ist, daß wir senkrecht auf den Pol blicken, so werden die Flecken in den hohen Breiten die Helligkeit des Sterns stärker beeinflussen, als wenn sie in der Äquatorzone liegen, da sie dort durch die Perspektive stark verkürzt erscheinen und außerdem die Absorption der Atmosphäre, die den Stern ähnlich wie unsere Sonne umgibt, ihre Sichtbarkeit stark beeinträchtigt. Ferner können wir bei unserem Blick senkrecht auf den Pol die ganzen Fleckenzonen der uns zugewandten Halbkugel übersehen. Blicken wir dagegen senkrecht auf den Äquator, so sehen wir die Hälften aller Zonen. Eine periodisch wechselnde Fleckenverteilung auf die beiden Halbkugeln wird dann in der Lichtkurve nicht zum Ausdruck kommen. Die Amplitude der Wanderung der Fleckenzone kann dabei als mäßig angenommen werden, wenn nur der Absorptionskoeffizient der Atmosphäre des Sterns entsprechend hoch ist. Für die Erklärung der Unregelmäßigkeiten in der Periode müssen noch be-

sondere Annahmen gemacht werden, da sie sich nicht rechnerisch darstellen lassen. Die Verhältnisse mögen in dieser Beziehung ähnlich wie bei der Sonne liegen.

Die Phillipssche Einteilung nach Reihenkoeffizienten.

Der erste Versuch, den Lichtverlauf eines Sterns in Form einer Reihe darzustellen, tritt wohl in der Untersuchung *Pickerings* über den Lichtwechsel der Saturnsmonde[1]) auf.

In neuerer Zeit sind von *Phillips* Untersuchungen über die Koeffizienten von Reihen gemacht worden, die die Lichtkurven von langperiodischen Variabeln darstellen.[2]) Seine Reihen haben ähnliche Form wie diejenigen von *Turner* (87):

$$\left.\begin{aligned} y = R_0 + R_1 \cos(\vartheta - \varphi_1) + R_2 \cos(2\vartheta - \varphi_2) \\ + R_3 \cos(3\vartheta - \varphi_3); \quad (\varphi_1 = 180^0). \end{aligned}\right\} \tag{89}$$

Zur Grundlage seiner Untersuchung wählt er 80 Lichtkurven und betrachtet das Verhalten der beiden Konstanten φ_2 und φ_3, indem er sie als Koordinaten für jeden Stern wählt. Er gelangt dadurch zu einer Reihe von Punkten, die den Verlauf einer Parabel oder Hyperbel bestimmen. *Phillips* wählt jedoch nicht diese Kurven, sondern Gerade, die sich unter einem spitzen Winkel schneiden, und teilt die Sterne in zwei Gruppen, je nachdem die Koordinaten einen Punkt in der Nähe der einen oder der anderen Geraden bestimmen. Bei der ersten Gruppe ist φ_3 fast konstant, bei der zweiten dagegen nahezu eine lineare Funktion von φ_2.

Eine solche Einteilung kommt auf dasselbe hinaus wie eine Klassifikation nach der Gestalt der Lichtkurven, wie sie von *Pickering*[3]) gegeben worden ist. Die Kurven sind bei ihm unterschieden nach breiten Maximis, breiten Minimis, symmetrischem Verlauf, steil aufsteigendem und steil abfallendem Zug.

Wie *Hagen*[4]) zeigt, entspricht die *Phillips*sche Gruppe I im wesentlichen *Pickerings* Sternen mit gleichförmigem Lichtwandel, während sich diejenigen mit flachen Minimis der Gruppe II unter die mit flachen Minimis und mit steilem Aufstieg der *Pickering*schen Klassifikation verteilen.

---

[1]) *HA* **11**, 265 (1879); Proc. Amer. Acad. **16** (1881).
[2]) *BAA* **27**, 2 (1917); *MN* **78**, 62 und 161 (1918).
[3]) *HA* **57**, 210 (1907).
[4]) *AN* **209**, 257 (1919).

Die Klassen II b, c und III.

Eine Erklärung für den Lichtwechsel dieser Sterne mit veränderlicher Periode oder ganz irregulärem Verhalten ist bis jetzt noch nicht mit Sicherheit gegeben worden. Es handelt sich um Änderungen physikalischer und chemischer Art im Inneren dieser Sterne, über die wir aber noch nichts Bestimmtes sagen können, weil sich die Zustände im Inneren solcher Massen vorläufig noch unserer Kenntnis entziehen.

U Geminorum und SS Cygni gehören nach *Fleming* zum Spektraltypus F. Die Kalziumlinien *H* und *K* sind breit und kräftig, die Wasserstofflinien dagegen sehr schwach, oft ganz unsichtbar, zuweilen als Emissionslinien auftretend. Manchmal scheint es, als ob zwei Spektra übereinandergelagert seien. Daher vermutet man, daß man es mit engen Doppelsystemen zu tun hat, oder daß ähnliche Verhältnisse, wie bei den Neuen Sternen vorliegen (vgl. auch S. 282).

Siebzehntes Kapitel.

Die Blinksterne.

Die Erklärung des Lichtwechsels der Blinksterne ist eins der schwierigsten Probleme auf dem Forschungsgebiet der veränderlichen Sterne. Es ist noch nicht gelungen, alle beobachteten Tatsachen mit einer Theorie streng in Einklang zu bringen.

Allgemeine Eigenschaften.

Die Erscheinungen, die an Blinksternen beobachtet werden, sind im folgenden aufgezählt:

1. Photometrisches Verhalten. Bei allen Blinksternen vollzieht sich der Lichtwechsel mit sehr großer Regelmäßigkeit: Nach dem Minimum steigt die Helligkeit sehr schnell an, während das Abfallen nach dem Maximum bedeutend langsamer erfolgt. Die Lichtkurve ist also unsymmetrisch. Bei vielen Blinksternen finden sich auf dem absteigenden Ast der Kurve Stillstände und Verzögerungen mit von Stern zu Stern schwankender Sicherheit angedeutet.

2. Spektroskopisches Verhalten. Die meisten Blinksterne ändern mit der Helligkeit ihren Spektralcharakter und ihren Farben-

index, mit der Lichtabnahme werden sie röter. Die photographische Amplitude ist daher größer als die visuelle, das Verhältnis beider Amplituden ist im Durchschnitt 1.6. Diese Eigentümlichkeit scheint ein Hauptcharakteristikum der Blinksterne zu sein, jedoch fehlt sie bei einigen Sternen mit ausgesprochenen δ Cephei-Lichtkurven.

Die Beobachtungen von *W. S. Adams* und *H. Shapley*[1]) zeigen, daß bei δ Cephei im Maximum die Linien, die hoher Temperatur entsprechen, sehr stark, dagegen die Linien, die tieferer Temperatur zugehören, nur schwach sind. Im Lichtminimum des Sterns findet das Umgekehrte statt.

3. Radialbewegung. Alle Blinksterne haben, soweit sie bis jetzt untersucht werden konnten, veränderliche Bewegung im Visionsradius. Die Periode dieser Bewegung stimmt mit der des Lichtwechsels überein. Im Gegensatz zu den Bedeckungsvariabeln fallen aber bei ihnen die Konjunktionen nicht mit den Lichtminimis zusammen; der Begleiter von η Aquilae z. B. geht schon zwei Tage vor dem Minimum zwischen Erde und Hauptstern durch (siehe Fig. 36).

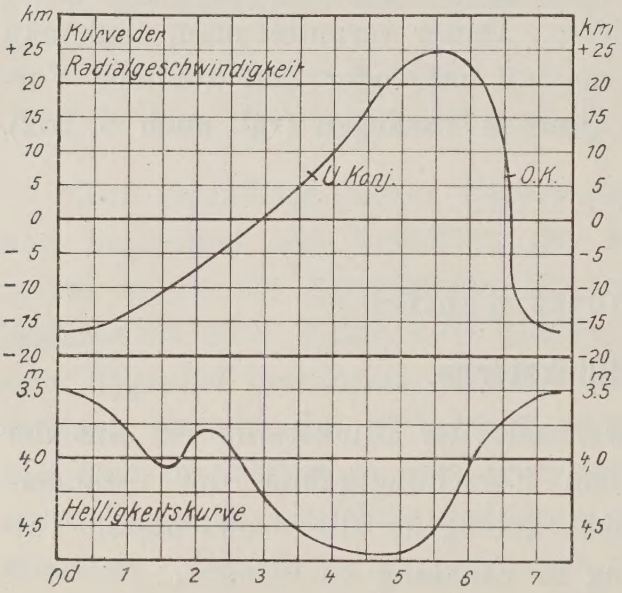

Fig. 36. Geschwindigkeits- und Lichtkurve von η Aquilae.

S. Albrecht[2]) entdeckte zwischen den Lichtextremen und der Radialgeschwindigkeit einen Zusammenhang, wonach die schnellste Annäherung des leuchtenden Sterns nahezu mit dem größten, umgekehrt die schnellste Bewegung von uns weg ungefähr mit dem kleinsten Licht des Systems zeitlich zusammenfällt. Die Ungleichheiten und sekundären Inflexionspunkte der Lichtkurve zeigen sich auch in der Geschwindigkeitskurve angedeutet. Wichtig ist, daß bei allen diesen Sternen im Spektrum nur immer eine einzige Komponente sichtbar ist.

4. Die Tafel auf S. 263 gibt eine Übersicht über die wichtigsten Elemente des Lichtwechsels und der Bahn von 16 Sternen des δ Cephei- und 3 Variabeln des ζ Geminorum-Typus.

[1]) Washington Nat. Acad. Proc. 2, 136 (1916); Mt. Wilson Comm. 22 (1916).
[2]) *ApJ* 25, 345 (1907).

Name	Spektraltypus [1]) Max. Min.	Maxim. Größe	Amplitude (visuell)	Asymmetrie $\frac{2(M-m)-P}{P}$	Elemente der Bahn					
					P	K	e	ω	$a \sin i$	$f(m_1, m_2)$ $\odot = 1$
RS Bootis . . .	B 8—F 0	$8^m.9$	$1^m.1$	−0.70	$0^d.377$					
RR Lyrae . . .	B 9—F 2	6.8	0.9	−0.58	0.567	22.1 km	0.26	111°	0.2	0.0057
TU Cassiopeiae .	F 1—F 8	7.3	1.1	−0.50	2.139					
SZ Tauri . . .	A 9—F 7	7.2	0.5	—	3.148	10.9 „	0.24	77	0.5	0.0004
RT Aurigae . .	A 7—G 1	5.0	0.9	−0.35	3.728	18.0 „	0.37	95	0 9	0.0018
SU Cygni . . .	A 6—F 7	6.7	0.6	−0.33	3.846	14.0 „	0.31	346	1.4	0.0010
T Vulpeculae .	A 9—G 1	5.5	0 6	−0.39	4.436	17.4 „	0.44	111	1.0	0.0018
δ Cephei . . .	F 0—G 2	3.5	0.8	−0.40	5.366	19.7 „	0.36	83	1.4	0.0035
Y Sagittarii . .	F 4—G 4	5.8	0.7	−0.28	5.773	19.1 „	0.16	32	1.5	0.0039
X Sagittarii . .	F 1—G 5	4.4	0.6	−0.17	7.012	14.8 „	0.40	94	1.3	0.0018
η Aquilae . . .	A 8—G 5	3.7	0.8	−0.37	7.176	20.0 „	0.47	64	1.9	0.0040
W Sagittarii . .	A 8—G 2	4.3	0.8	−0.21	7.595	20.4 „	0.32	70	1.9	0.0055
S Scgittae . .	F 4—G 3	5.5	0.6	−0.38	8.382	16.0 „	0.35	70	2.0	0.0018
Y Ophiuchi . .	F 5—G 3	6.2	0.8	−0.28	17.121	7.7 „	0.10	209	2.0	0.0008
T Monocerotis .	F 5—G 2	6.0	0.8	−0.62	27.012					
SZ Cygni . . .	F 8	8.6	1.3	−0.28	15.113	10.9 „	0.24	77	0.5	0.0004
SU Cassiopeiae .	A 8—F 5	5.9	0.4	−0.08	1.950					
α Urs. min. .	F 5	2.3	0.06	0.00	3.968	3.0 „	0.13	66	0.2	0.0001
ζ Geminorum .	F 9 1/2	3.7	0.4	+0.03	10.154	13.3 „	0.22	333	1.8	0.0023

[1]) Zum Teil aus *ApJ* **44**, 274 (1916).

a) Aus der Tafel geht hervor, daß die Bahnen ziemlich stark länglich sind und daß es sich durchweg um sehr enge Systeme handelt.

b) Ferner sieht man, daß die Massenfunktion $f(m_1, m_2)$ den außerordentlich geringen Durchschnittswert 0.003 $\odot$ hat, während man sonst aus der Berechnung der Bahnen anderer spektroskopischer Doppelsterne viel größere Werte erhält: so ergibt sich (Sonne = $\odot$ = 1) für

gewöhnliche spektroskopische Duplizes vom Typus B im Mittel $f = 0.34\,\odot$,
„ „ „ „ „ A—K „ „ $f = 0.11\,\odot$.

Der Grund dafür, daß unsere Funktion $f = [m_2{}^3/(m_1+m_2)^2]\sin^3 i$ einen so geringen Wert hat, muß in der Kleinheit eines der beiden Faktoren liegen.

Der zweite Faktor $\sin^3 i$ wird sehr klein, wenn i in der Nähe von 0° oder 180° liegt. Man kann aber nicht annehmen, daß dies der Fall ist, denn es wäre unverständlich, wie bei einer solch geringen Neigung der Bahn ein Lichtwechsel zustande kommen sollte, der mit der Bahnbewegung im Zusammenhang steht und für uns so auffällig wäre. Also muß der andere Faktor sehr klein sein.

Nimmt man für i einen plausiblen Durchschnittswert von 60°, so erhält die Größe $f = m_2{}^3/(m_1 + m_2)^2$ den Wert 0.005 $\odot$. Durch Einsetzen verschiedener Werte für das Verhältnis der beiden Massen kommt man, wie *Ludendorff*[1]) gezeigt hat, zum Schluß, daß die kleinere Masse der dunkleren Komponente angehört, und daß, wenn die hellere Komponente m_1 dieselbe Masse wie die Sonne hat, unter der Annahme $i = 60°$ die schwächere m_2 den fünften Teil der Masse der helleren hat. Je mehr dagegen die Masse m_2 die andere übertrifft, desto kleiner ergibt sich die Gesamtmasse des Systems, sie wird mit steigendem m_2 schließlich verschwindend klein.

5. Die Dimensionen der Blinksterne. Die Eigenbewegungen der Blinksterne sind, soweit man sie bis jetzt kennt (dies ist nur bei den wenigsten der Fall), sehr gering (im Mittel aus 6 Sternen 1″.5 im Jahrhundert). Ihre Geschwindigkeiten im Visionsradius sind jedoch merklich. Dies deutet darauf hin, daß diese Sterne von uns sehr weit entfernt und ihre Parallaxen demnach sehr klein sind. Nach *J. C. Kapteyn*[2]) ist bei Sternen $5^m.0$ mit säk. E. B. = 1″.5 eine Parallaxe $\pi = 0''.005$ zu erwarten. Wählt man

[1]) *AN* 184, 386 (1910).
[2]) Publ. of the Astr. Laboratory at Groningen 8, 31 (1901).

dafür sogar den verhältnismäßig hohen Durchschnittswert $\pi_m = 0''.01$ und berechnet damit nach dem auf S. 34 angegebenen Verfahren die Helligkeit, die diese Sterne hätten, wenn sie in derselben Entfernung von uns ständen wie die Sonne, so ergeben sich Werte, die die Helligkeit der Sonne um ein Vielfaches übertreffen. Wenn man für Sonne und Blinksterne die gleiche Oberflächenhelligkeit annimmt (weil sie vom selben Spektraltypus sind und nahezu gleiche Temperatur haben müssen), so ergibt sich, daß diese Sterne an Dimension die Sonne bedeutend übertreffen, daß wir es also mit sog. Riesensternen zu tun haben.

(Nimmt man die mittlere Helligkeit der betrachteten δ Cephei-Sterne im Minimum etwa gleich $5^m.7$ an, so ergibt sich eine 50mal so große Intensität wie die der Sonne, und die Sterne werden etwa siebenmal so groß.)

Dieses Resultat steht im Einklang damit, daß alle Blinksterne, soweit sie von Miß *Maury* klassifiziert worden sind, in die «Division ac» eingereiht sind, von der *E. Hertzsprung*[1]) gezeigt hat, daß alle in ihr enthaltenen Sterne große absolute Helligkeit haben.

Neue Untersuchungen, denen die lateralen E. B. von 12 und die Radialbewegungen von 16 Sternen zugrunde liegen, ergeben[2]) unter Ausschluß von α Urs. min. für Blinksterne von der mittleren scheinbaren Größenklasse $5^m.2$, dem Mittel aus den Maximal- und den Minimalhelligkeiten, eine Parallaxe $\pi_m = 0''.00246$, so daß der Riesensterncharakter noch viel stärker hervortritt.

6. Die Lage der Periastren. Wie die Tafel zeigt, haben die Bahnen der δ Cephei-Sterne eine gewisse Ähnlichkeit miteinander. Auch in bezug auf die Stellung der Periastren dürfte eine Gesetzmäßigkeit vorliegen, da sie sich alle, mit Ausnahme von Y Ophiuchi, der überhaupt eine Sonderstellung einzunehmen scheint, zwischen -27^0 und $+111^0$ befinden.

7. Zwischen den Amplituden des Lichtwechsels und denen der Radialgeschwindigkeit hat *H. Ludendorff*[3]) aus den Daten für 12 Blinksterne folgende Beziehung abgeleitet:

$$2K = 47.3\,A, \tag{90}$$

die dazu dienen könnte, allein aus den Lichtkurven die Bahnen

---

[1]) *AN* **179**, 373 (1908).

[2]) Nach privater Mitteilung von Herrn Prof. *C. Wirtz* in Kiel.

[3]) *AN* **193**, 301 (1913).

dieser Sterne abzuleiten, wenn die allgemeine Gültigkeit dieser Formel erwiesen wäre.

K bedeutet den halben Unterschied zwischen der höchsten und der niedrigsten Geschwindigkeit im Visionsradius, während A die Amplitude des Lichtwechsels ist.

Außerdem gilt noch die Beziehung zwischen den Bahnelementen und der Geschwindigkeitsamplitude oder auch der Massenfunktion $f(m_1, m_2)$:

$$e \cos \omega = k_1 + k_2 (1 - e^2)^{3/2} K^3 P = k_1 + k_2' f(m_1, m_2), \qquad (91)$$

worin die k Konstanten bedeuten, die für jede Gruppe von Blinksternen verschieden sind. Diese Gleichungen besagen, daß die beiderseitigen Einflüsse auf die Linienverschiebungen und auf die Helligkeitsänderung von gewissen Konstanten, die den Systemen eigentümlich sind, und die Werte von e und ω nur von der Masse abhängen.

Beide Beziehungen gelten wohl nur für die eigentlichen δ Cepheiund ζ Geminorum-Sterne, aus deren Elementen sie abgeleitet sind. Dies deutet vielleicht darauf hin, daß man es hier mit Sternen von ganz ähnlicher physischer Konstitution zu tun hat.

Verschiedene Erklärungsversuche für den Lichtwechsel.

Die ersten Hypothesen, die den Lichtwechsel der Blinksterne zu erklären versuchten, waren denen für die Mirasterne verwandt. In der Tat besteht auch in dem Lichtverlauf eine gewisse Ähnlichkeit. Hiervon wird später noch die Rede sein. Von der Annahme, daß es sich um Einzelkörper handle, kam man nach der Entdeckung *Belopolskys* (1894), der periodische Linienverschiebungen in den Spektren nachwies, natürlich ab: die Lichtschwankungen mußten durch die gegenseitige Einwirkung zweier Körper eines Systems zustande kommen.

A. W. Roberts[1]) stellte die Hypothese auf, daß beide Sterne, namentlich der sonst unsichtbare Begleiter bei seinem Durchgang durch das Periastron, zu hellerem Aufleuchten erregt würden, daß sich aber der Erfolg der gegenseitigen Einwirkung erst mehrere Stunden später zeige.

L. A. Eddie[2]) erklärte, daß der dunkle Hauptstern auf dem hellen Begleiter Gezeitenerscheinungen hervorbringe, während

---

[1]) *ApJ* **2**, 283 (1895).

[2]) *ApJ* **3**, 227 (1895).

K. Schwarzschild[1]) umgekehrt an eine Erhöhung der Temperatur des hellen Hauptsterns glaubte.

Die nun folgenden Hypothesen stehen ganz unter dem Einfluß der Entdeckung *Albrechts*, daß die schnellste Annäherung der hellen Komponente mit dem Lichtmaximum zusammentreffe (was nur genähert richtig ist). Danach muß man annehmen, daß die Oberfläche aus einem hellen und einem dunkleren Teil besteht, wobei die hellere Seite in der Bewegungsrichtung vorausgeht. Die verschiedenen Hypothesen unterscheiden sich nun durch die Erklärungen, wie die Aufhellung der vorauseilenden Seite zustande kommt.

H. D. Curtiss[2]) kam schon bei seiner Behandlung von W Sagittarii zur Ansicht, daß sich die helle Komponente in einem widerstehenden Mittel bewege, durch dessen Wirkung der bei der Bahnbewegung vorangehende Teil der Oberfläche heller erscheint als der nachfolgende, noch ehe *Albrecht* seine Beobachtung über den Zusammenhang zwischen Radialgeschwindigkeit und Lichtschwankung bekannt gegeben hatte.

Später nahm *F. H. Loud*[3]) diesen Gedanken wieder auf. Die leuchtende Komponente durchdringt bei ihrem Umlauf ein Medium, in dem der Hauptstern relativ unbewegt steht. Dabei finden auf der Vorderseite Zusammenstöße mit kleinen Partikelchen, gleichsam ein Bombardement von Meteoren statt, wodurch die Helligkeit auf dieser Seite erhöht wird. *Loud* untersucht auch den Einfluß der Geschwindigkeitssteigerung in der Nähe des Periastrons, wenn die Rotationsgeschwindigkeit des Körpers konstant bleibt, und den Einfluß der Dichteänderung des Mediums.

Ein gewichtiger Einwand gegen diese Hypothese ist der Umstand, daß der dunkle Körper wegen seiner großen Masse ebenfalls, vielleicht sogar in verstärktem Maße, meteorische Materie auf sich ziehen müßte. Er würde also auch zum Aufleuchten kommen. Wenn ferner beide Körper dauernd soviel Masse an sich binden, so müßte mit der Zeit eine Abnahme eintreten. Ferner würde sich allmählich die Umlaufszeit ändern. *Duncan* hat aus dem Unterschied der Strahlung zwischen Maximum und Minimum den Energieverlust berechnet und daraus für einen Stern von sechs Tagen Umlaufszeit eine Abnahme der Periode von $0^s.03$ für jeden Umlauf

[1]) Publ. d. *v. Kuffner*schen Stw. V C, 125 (1900).
[2]) *ApJ* **20**, 186 (1904).
[3]) *ApJ* **26**, 369 (1907).

erhalten. Dies würde in einem Jahr etwa $^1/_2$ Minute ausmachen, ein Betrag, der der Beobachtung sicher nicht entgeht.

Auch läßt sich die spektrale Veränderung nicht durch diese Hypothese erklären.

Die Hypothese von *J. C. Duncan*[1]) ist auch noch vollständig durch die *Albrecht*sche Regel beeinflußt, jedoch sind schon die spektralen Eigentümlichkeiten der δ Cephei-Sterne berücksichtigt. *Duncan* nimmt die Konstitution der leuchtenden Komponente ähnlich derjenigen unserer Sonne an, indem er sie als glühenden Körper betrachtet, der von einer die kurzwelligen Strahlen am meisten absorbierenden Schicht umhüllt ist. Der dunkle Körper ist von einer dünnen Nebelmasse umgeben, innerhalb deren der Begleiter seinen Umlauf vollzieht. Durch die Reibung wird die absorbierende Schicht etwas nach hinten gezogen, so daß ihre Dicke auf der Vorderseite der Bewegung am geringsten ist. Daher ist auch die Absorption der von der hellen Komponente ausgehenden Strahlen an dieser Stelle am kleinsten, und die blauen Strahlen werden dort besser durchgelassen als auf der Rückseite, wo die Schicht am dicksten aufliegt. Hiermit wird die Änderung des Farbenindex erklärt (Fig. 37).

M. Luizet geht in seiner Monographie „Les Céphéides“[2]) noch näher auf die *Duncan*sche Theorie ein und entwickelt eine Methode der Bahnbestimmung aus der Lichtkurve. Er berechnet die Bahnelemente von 12 Sternen, von denen bei fünf auch Bahnen aus spektroskopischen Daten vorliegen, die eine befriedigende Übereinstimmung ergeben. Daß nur immer eine einzige Komponente im Spektrum sichtbar ist, erklärt er damit, daß sich diese Systeme aus einem Urnebel allmählich entwickelt haben, wobei sich der kleinere Stern schneller abgekühlt habe und daher unsichtbar geworden sei.

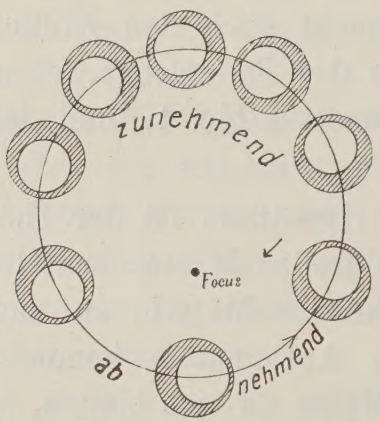

Fig. 37. Zur *Duncan*schen Theorie.

Die Hypothesen von *Loud* und *Duncan* sind durch die Feststellungen von *Ludendorff* über das Massenverhältnis der beiden Komponenten unhaltbar geworden (siehe oben unter 4b). Da die

[1]) Lick Obs. Bull. 5, Nr. 151 (1908).
[2]) Ann. de l'Université de Lyon (1912).

hellere Komponente die dunklere an Masse überragt, würde sich die Nebelmaterie stets um die hellere Masse legen.

Die Argumente, die *Ludendorff* anführt[1]), sind sehr gewichtig und wenden sich schließlich gegen die Doppelsternannahme überhaupt. Für einzelne dieser Variabeln müßten die Bahnneigungen so nahe gleich 90° sein, daß auch Verfinsterungen der hellen durch die dunklere Komponente eintreten könnten. Diese müßten, wie aus den Beziehungen zwischen Lichtwechsel und Bahnbewegung folgt, gerade dann stattfinden, wenn die Helligkeit im übrigen zunimmt. Der glatte Verlauf des aufsteigenden Astes der Lichtkurve würde daher gestört, was bis jetzt bei keinem Blinkstern zutrifft. Auch daß ein Begleiter von solch geringer Masse so starke Lichtschwankungen verursachen soll, macht diese Erklärung des Lichtwechsels außerordentlich schwierig.

In der Folge stehen sich zwei Ansichten scharf gegenüber: die eine hält zwar daran fest, daß die Blinksterne Doppelsysteme sind, schreibt aber dem kleineren Begleiter einen Einfluß auf die Oberflächenhelligkeit der größeren Komponente zu. Die andere verwirft die Doppelsternhypothese vollständig und glaubt, die Helligkeitsschwankungen einzig und allein durch regelmäßig wiederkehrende Zustandsänderungen im Inneren eines einzigen Sterns erklären zu können.

Die Fleckentheorie.

Als Grundlage zu der ersten Art von Hypothesen kann diejenige von *J. Hellerich*[2]) angesehen werden, zu der er auf Grund seiner Bahnuntersuchungen kommt. Er nimmt an, daß die Helligkeitsverteilung auf dem Hauptkörper durchaus ungleichförmig sei. Den Hauptstern läßt er in derselben Zeit, in der sein Begleiter einen Umlauf vollendet, eine Umdrehung um seine Achse mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit beschreiben. Schon *H. Bruns*[3]) und *H. Gyldén*[4]) gelangten auf Grund theoretischer Untersuchungen zu dem Resultat, daß jede stetig und periodisch verlaufende Lichtkurve sich durch unendlich viele Helligkeitsverteilungen erklären läßt (siehe S. 257). Nach *Hellerich* hat der sichtbare Stern eine helle und eine

---

[1]) *AN* 184, 388 (1910).

[2]) Neue Bearbeitung der ... Veränderlichen vom δ Cephei-Typus S. 26 (1913).

[3]) Bem. ü. d. Lichtwechsel d. St. vom Algol-Typus, Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. S. 48 (1881).

[4]) Acta Soc. Fennicae (1880).

dunkle Zone. Die helle ist zwischen zwei Meridianen eingeschlossen, die um etwa 100° auseinanderliegen. Um die Steilheit des Anstiegs und das sanftere Abfallen der Lichtkurve zu erklären, ist auch in dieser Zone die Helligkeit nicht als gleichmäßig angenommen, sondern am stärksten in der Nähe desjenigen Meridians, der im Sinne der Rotation vorangeht; sie nimmt gegen die nachfolgende Grenze allmählich ab. Der Anstieg der Lichtkurve beginnt, sobald der hellste Meridian sichtbar wird. Durch die gleichförmige Rotation erfährt die helle Zone eine optische Libration in Länge, die bei einer durchschnittlichen Exzentrizität der Bahn von 0.35 etwa 40° erreichen kann. Auch hierdurch können Unregelmäßigkeiten im Verlauf der Lichtkurve erklärt werden.

Die Erklärung von *Hellerich* berücksichtigt keine nach dem Rande der Sternscheibe hin zunehmende Absorption und muß daher als unvollkommen gelten. Den Grundgedanken, den Lichtwechsel durch ungleichförmige Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche des Veränderlichen in Verbindung mit seiner Rotation zu erklären, hat *P. Guthnick*[1]) später wieder aufgenommen. Auf Grund seiner photoelektrischen Untersuchungen an spektroskopischen Duplizes, deren Doppelsternnatur dadurch einwandsfrei festgestellt ist, daß man in ihrem Spektrum zeitweise beide Linienserien erkennt, kam er zur Ansicht, daß es sich auch bei den δ Cephei-Sternen zweifellos um Doppelsysteme handelt. Die Ungleichförmigkeit in der Helligkeitsverteilung auf ihrer Oberfläche ist auf die Einwirkung von Begleitern zurückzuführen, die die meteorologischen Verhältnisse in der Atmosphäre des Veränderlichen beeinflussen: Es bilden sich Gebiete größerer und geringerer Lichtdurchlässigkeit, die unter Umständen in beträchtlicher Zahl und in regelmäßiger Abwechslung aneinandergereiht sind. Rotations- und Umlaufszeit sind in der Regel gleich lang anzunehmen.

Wie auf der Sonne die Flecken, so sind auch auf diesen Sternen die Partien verschiedener Helligkeit durchaus nicht als feststehende Gebilde aufzufassen, sondern sie können mit der Zeit ihren Ort und ihre Gestalt verändern. Auch muß man die Rotationsgeschwindigkeit in verschiedenen Schichten und Zonen ungleich annehmen. Die Gestaltsveränderung wird sich in ähnlicher Weise vollziehen, wie wir es bei den Gebilden auf der Jupiteroberfläche unmittelbar beobachten können: die hellen Gebiete werden nach

---

[1]) *AN* **209**, 1 (1919).

der Seite, die der Rotation entgegengesetzt ist, abfließen und sind als eigentliche Störungsgebiete zu betrachten. Hierdurch wird die Helligkeitsverteilung um das Zentrum der Störung bestimmt: In der Richtung der Rotation nimmt die Helligkeit viel schneller ab als im umgekehrten Sinne, und für einen entfernten Beobachter entsteht bei der Drehung des Sterns ein Lichtwechsel mit steilem Anstieg und sanftem Abfall der Helligkeit, wie wir es bei den Blinksternen beobachten. Nimmt man nun noch an, daß die helleren Flecken den tieferen und daher heißeren Schichten des Sterns entstammen, die dunkleren dagegen den weniger tiefen, so wird der Spektralcharakter der helleren nach dem B-Typus verschoben erscheinen gegenüber dem der dunkleren Oberflächenteile. Der Stern wird also mit seiner Helligkeit sein Spektrum und seinen Farbenindex ändern. Es ist dabei nicht ausgeschlossen, daß die Verschiebung der Spektrallinien während des Lichtwechsels zum Teil auch durch Änderung des Spektraltypus bedingt, also durch den *Campbell*schen *K*-Effekt entstellt ist. In diesem Fall würden sich natürlich auch die Bahnelemente wesentlich ändern, und es müßte sich dann eine geringere Exzentrizität, d. h. eine Bahn ergeben, die der Kreisform näher kommt.

(Der *Campbell*sche *K*-Effekt besteht darin, daß die beobachteten Radialgeschwindigkeiten der Sterne um Beträge *K* verfälscht erscheinen, die vom Spektralcharakter abhängen. Die Werte von *K* für die verschiedenen Spektralklassen sind nach den neueren Untersuchungen von *W. Gyllenberg*[1])

	K		*K*
B	+ 4.3 km	G	− 0.9 km
A	+ 0.1 „	K	+ 3.6 „
F	+ 0.2 „	M	+ 5.3 „

Durch diesen *K*-Effekt wird bei der Bahnbestimmung gewöhnlicher spektroskopischer Doppelsterne nur die Schwerpunktsbewegung des Systems entstellt (vgl. S. 64). Ist jedoch mit dem Umlauf eine Änderung des Spektralcharakters von derselben Periode verbunden, wie es bei den δ Cephei-Sternen der Fall ist, wenn wir sie als Doppelsternsysteme betrachten, so ändert sich auch der Wert von *K* periodisch. Dieser Umstand kann zu Bahnelementen führen, die von den wahren Elementen unter Umständen ziemlich stark abweichen.)

---

[1]) Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium (2) **13** (1915).

Die Pulsationstheorie.

Die Untersuchungen *Ludendorffs* über die Dimensionen der Blinksterne und die Bemerkung, die er daran anknüpft, daß man sich aus verschiedenen Gründen des Eindrucks kaum erwehren könne, daß die in den Spektren der δ Cephei-Sterne beobachteten periodischen Linienverschiebungen nicht durch Radialbewegungen der Sterne, sondern durch irgendwelche andere Ursachen hervorgerufen würden, waren die Veranlassung zur Aufstellung einer neuen Theorie, die den Gedanken, daß ein Begleiter bei dem Lichtwechsel mit im Spiele sei, vollständig aufgab.

Schon *F. R. Moulton*[1]) hat Untersuchungen darüber angestellt, welche Wirkungen Größen- und Formveränderungen bei der Sonne auf ihre Temperatur und Strahlung ausüben. Er findet, daß eine Schwankung des Durchmessers der Sonne von 0″.1 ihre Temperatur um 1400° erhöhen und eine Kontraktion von demselben Betrag ihre Strahlung um das $2^1/_2$fache vergrößern, also ihre Helligkeit um eine Größenklasse steigern würde. Im Anschluß daran spricht er die Ansicht aus, daß der Lichtwechsel gewisser veränderlicher Sterne, wie derjenige des δ Cephei-Typus seinen Grund in derartigen Veränderungen haben könne. *H. Shapley*[2]) stellt nun die Hypothese auf, daß es sich bei den Blinksternen um einfache gasförmige oder flüssige Sterne handle, die aus irgendeinem Anlaß von außen in ihrem Gleichgewicht gestört sind und freie periodische Schwingungen ausführen. Bei jeder Oszillation kommt es zu einem Lichtausbruch. Durch die Erschütterungen im Innern entstehen an der Oberfläche Risse und Eruptionen von heißen Gasen. Die beobachtete Linienverschiebung kann teilweise durch Druckänderungen verursacht sein, zum Teil kann sie auch als Bewegung im Visionsradius gedeutet und als Analogon zu den Bewegungen, die man in den Sonnenflecken beobachtet, angesehen werden. Bei den Dimensionen dieser Sterne ist der Betrag, den die Geschwindigkeiten erreichen, durchaus nicht ungewöhnlich hoch. Das größte Licht des Sterns und die Maximalgeschwindigkeit im Sinne der Annäherung müssen dabei naturgemäß nahezu zeitlich zusammenfallen, und die Beziehung [Gl. (90)] zwischen Amplitude und Geschwindigkeitsmaximum würde ebenfalls eine physikalische Deutung finden. Daß die harmonische Bewegung an der Oberfläche eine elliptische Bahnbewegung vor-

[1]) *ApJ* **29**, 257 (1909).
[2]) *ApJ* **40**, 448 (1914).

täuschen kann, ist durchaus begreiflich, aber auch Abweichungen von dieser Bewegung und abnormales Verhalten einzelner Spektrallinien, wie es in der Tat beobachtet worden ist, dürften danach nicht ausgeschlossen sein. Auch daß sich mit dem Lichtwechsel der Spektralcharakter verändert, ließe sich mit den Temperaturschwankungen an der Oberfläche sehr einfach erklären. Aus dem steileren Anstieg der Lichtkurve bei den Veränderlichen in den Sternhaufen läßt sich folgern, daß dort die Lichtausbrüche noch viel explosiveren Charakter haben, woraus man auf eine größere Dichte dieser Sterne schließen könnte.

Die Pulsationstheorie ist so, wie sie *Shapley* gegeben hat, noch ziemlich unbestimmt. Eine bestimmtere Form hat sie durch die mathematische Behandlung bekommen, die *A. S. Eddington*[1]) unternommen hat. Seine Ausführungen beruhen auf den Untersuchungen über den inneren Aufbau der Sterne, die in *R. Emden*s Gaskugeln[2]) und *Eddington*s Abhandlungen „On the Radiative Equilibrium of the Stars"[3]) und „The Interior of a Star"[4]) enthalten sind.

Wir haben uns die Sterne als ungeheuer große Gaskugeln vorzustellen. Die Verhältnisse in ihrem Innern werden durch die physikalischen Gesetze für das gegenseitige Verhalten von Druck, Dichte und Temperatur der Gase und durch die mechanischen Gleichgewichtsbedingungen zwischen dem Druck, der von außen auf jedes Teilchen infolge der Schwerebeschleunigung auf dem Stern ausgeübt wird, und zwischen dem inneren Gasdruck bestimmt. Durch diese beiden Bedingungen ist aber der Zustand der Gaskugel noch nicht vollständig festgelegt; es fehlt noch eine dritte Bedingung, für die *Emden* von Fall zu Fall verschiedene Annahmen macht, während *Eddington* erkennt, daß nur die Vernachlässigung des Strahlungsdruckes bei den ungeheueren Intensitäten der strahlenden Energie in den Sternen zu unmöglichen Ergebnissen führt. Er stellt deshalb als dritte Bedingung das Strahlungsgleichgewicht mit Berücksichtigung des Strahlungsdrucks auf. Dieser Druck wird auf jeden Körper ausgeübt, wenn er von einem Licht- oder Wärmestrahl, allgemein von einem Energiestrom, durchsetzt wird und der Strom dabei eine Schwächung durch Absorption oder Streuung erleidet. Der Strahlungsdruck ergab sich zuerst aus rein theore-

[1]) *MN* 79, 2 u. 177 (1918).
[2]) Leipzig 1907.
[3]) *MN* 77, 16 u. 596 (1916).
[4]) Scientia XXIII (1918).

tischen Betrachtungen und wurde später (1901) von *Lebedew*[1]) durch Experimente mit leichten Spiegeln im luftverdünnten Raum nachgewiesen.

Die mathematische Behandlung der Pulsationstheorie beginnt mit der Aufstellung der Differentialgleichung für die freien Schwingungen. Hiermit lassen sich die Zustände im Innern eines Sterns zahlenmäßig feststellen, und man kann die Dauer der Periode ableiten, wobei als Unsicherheitsfaktor das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Gasschichten auftritt, das im Maximum den Wert 2 erreicht. Die Berechnung des Energieverbrauchs zeigt, daß die hohe Undurchlässigkeit im Innern des Sterns stark energieerhaltend wirkt. Für δ Cephei z. B. würde der Verfall der Pulsation, soweit er von der Energieausstreuung herrührt, etwa 1500 Jahre dauern, so daß der Lichtwechsel einige Jahrhunderte ohne merkliche Veränderung bestehen bleibt. Es zeigt sich aber auch, daß ein Stern nur in einem ganz bestimmt abgegrenzten Zeitintervall seines Entwicklungsgangs Blinksterncharakter haben kann. Schließlich kommt man auf die Vermutung, daß irgendein Anstoß von außen, etwa ein Zusammenstoß oder eine starke Annäherung eines anderen Körpers Veranlassung zu den Pulsationen gegeben hat.

Die Theorie des Zusammenhanges der Lichtkurve mit der Geschwindigkeitskurve zeigt, daß zur Zeit der größten Kompression des Sterns das Maximum des Energieflusses nach außen eintreten muß. Nun ergeben aber die Beobachtungen, daß das Strahlungsmaximum ungefähr eine Viertelperiode später eintritt, d. h. gerade dann, wenn sich der Stern am schnellsten ausdehnt. Die Erklärung dieser Verspätung stößt auf mathematische Schwierigkeiten. Man sucht sie in der Änderung, welche die Durchlässigkeit der äußeren Schichten mit der Temperatur erleidet. Diese hat wieder notwendigerweise eine Änderung des Energiestroms und damit auch der Temperatur zur Folge. Durch die Wechselwirkung dieser Größen entspricht die Ausstrahlung nicht der augenblicklich herrschenden Durchlässigkeit, sondern es findet eine Verzögerung statt, so daß der größte Wärmetransport nach außen erst dann eintritt, wenn sich die Durchlässigkeit am schnellsten steigert. Dies fällt zeitlich mit der schnellsten Verdünnung und Ausdehnung der Schichten zusammen. Die Asymmetrie der Lichtkurve wird auf den Einfluß der Glieder zweiter Ordnung zurückgeführt, die

[1]) Die Druckkräfte des Lichtes, 2. Abh. Leipzig 1913.

bei der Aufstellung der Schwingungsgleichung anfangs vernachlässigt wurden. Die Amplitude der Schwingung eines solchen Sterns beträgt 5—11 % des Radius der Sternkugel.

Weiter zeigt die mathematische Behandlung des Theorems, daß das Produkt der Periode und der Wurzel aus der Dichte für alle Blinksterne nahezu konstant sein muß. Die Dichte kann also als Funktion der Periode angesehen werden und umgekehrt. Es ergibt sich, daß bei Sternen mit Perioden von mehr als 3 Tagen die Dichte im Mittelpunkt geringer als 0.1 (bezogen auf Wasser), und daher das Verhalten ihrer Materie wie das vollkommener Gase ist, während dies bei den Sternhaufenveränderlichen mit Perioden von weniger als 1 Tag nicht der Fall ist. Außerdem muß mit der Zunahme der absoluten Helligkeit der Spektraltypus der Sterne mehr nach K zu neigen, was sich im allgemeinen bestätigt.

Damit man nicht den Einwand erheben kann, daß bei der Expansion des Sterns eine Verbreiterung der Spektrallinien sichtbar sein müsse, weil die Oberflächenteile am Rande der Sternscheibe keine Bewegung im Visionsradius haben, wird die Behauptung aufgestellt, der Stern sei, ähnlich wie die Sonne, von einer absorbierenden Atmosphäre umgeben, die aber so trüb sei, daß die Randpartien gegen diejenigen in der Mitte vollständig zurücktreten. Für die Beobachtung einer Verbreiterung sei nicht die Zeit der Maximalhelligkeit, sondern die des kleinsten Lichts am günstigsten.

Die Theorie der freien Schwingungen ist von verschiedenen Seiten angegriffen worden, namentlich von *J. H. Jeans*[1]), der auf dem Hauptstern erzwungene Explosionen annimmt, ohne zu erklären, woher dieser Zwang kommt.

Die Hauptunvollkommenheit, die der Pulsationstheorie noch anhaftet, besteht darin, daß die mathematische Behandlung nur kleine Schwingungen betrachtet, während es sich hier um solche von ganz bedeutend höherer Größenordnung handelt.

Der Erklärungsversuch von Bottlinger.

Einen interessanten Erklärungsversuch für den Lichtwechsel hat *K. F. Bottlinger*[2]) gemacht. Auch er nimmt auf einem rotierenden Körper ungleiche Helligkeitsverteilung an, die aber nicht durch

[1]) Obs. **42**, 71, 88 u. 149 (1919).
[2]) *AN* **210**, 40 (1919).

die Einwirkung einer zweiten Komponente hervorgerufen wird. Der Stern hat die Gestalt eines *Jacobi*schen Ellipsoides mit drei sehr ungleichen Achsen (Fig. 38). An den Enden der größten Achse, den Längspolen, übertrifft die Geschwindigkeit der Gasmoleküle die um die Zentrifugalkraft verminderte Schwerkraft, so daß sich dort Teilchen ablösen können, deren Bahnen, solange sie nicht hyperbolisch sind, den Stern wieder erreichen. Sie werden im allgemeinen in der Rotation hinter dem Hauptkörper zurückbleiben und einen Raum erfüllen, der in der Nähe der Endpunkte der kleineren Äquatorealachse, den Querpolen, aufhört. Dadurch bildet sich eine sogenannte Außenatmosphäre, wie sie *J. H. Jeans*[1]) beschrieben hat, die eine ganz beträchtliche Höhe erreichen kann. Der ellipsoidische Stern wird also an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen von zwei Wülsten überlagert, die am Ausgangspunkt der Teilchen, den Längspolen, in umgekehrter Richtung der Drehung sanft ansteigen und in der Nähe der Querpole steil abfallen. (Die Fig. 38 stellt den Äquatorealdurchschnitt dar.) Diese Außenatmosphäre soll als absorbierend angenommen werden. Der Stern erscheint uns am hellsten, wenn wir senkrecht auf den freien Fleck (in der Richtung B) schauen. Durch die Verschiedenheit der Böschungswinkel auf beiden Seiten des Flecks wird die Asymmetrie in der Lichtkurve erzeugt, da der Fleck sehr rasch erscheint und langsam verschwindet. Wenn wir senkrecht auf den Fleck blicken, bewegt er sich noch auf uns zu, dadurch sei die entsprechende Verschiebung der Linien im Spektrum zu erklären. Einer Rotation des Sterns entspricht aber die doppelte Periode der Lichtkurve. Nimmt man jedoch die *Poincaré*sche Gleichgewichtsfigur, also eine birnförmige Gestalt des Sterns an, so werden die beiden Wülste ungleich, das zweite Helligkeitsmaximum kann zur sekundären Welle werden, und die Lichtperiode wird so mit der Rotationszeit in Übereinstimmung gebracht. Die Wahrscheinlichkeit dieser Erklärung muß noch durch weitere theoretische Untersuchungen geprüft werden.

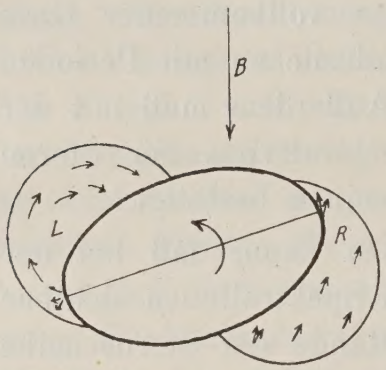

Fig. 38. Zur *Bottlinger*schen δ Cephei-Theorie. Äquatorialer Schnitt durch das *Jacobi*sche Ellipsoid.

Die Pfeile im Wulst R geben die absoluten, die im Wulst L die auf den rotierenden Körper bezogenen Bewegungen an.

---

[1]) The Dynamical Theory of Gases. Cambridge 1916. 2. Ed., p. 351.

Hagens Ansichten über das Blinksternproblem.

In neuerer Zeit hat sich *J. G. Hagen* dem Blinksternproblem in mehreren Aufsätzen[1]) zugewandt, um die Wahrscheinlichkeit der Doppelsternhypothese für die Erklärung der Blinksterne darzutun, doch lehnt er die Theorie der Schwingungen dabei nicht ab; im Gegenteil, er will sie beibehalten, nur will er ihr ein anderes Feld zuweisen. Dabei ist sein Bestreben, die Lichtschwankungen vielleicht aller eigentlichen Variabeln auf eine gemeinsame Ursache zurückzuführen.

Die Aufhellung des Hauptsterns geschieht durch die Einwirkung des Begleiters, die bei seiner Annäherung im Periastron stark zunimmt. Welcher Art dieser Einfluß ist und welche physikalischen Vorgänge dabei mitspielen, ist uns vorläufig unbekannt. Der Einfluß der Planeten auf die Oberfläche der Sonne ist uns bis jetzt auch noch völlig dunkel, vielleicht sind sie irgendwie bei der Bildung der Sonnenflecken und der damit zusammenhängenden Protuberanzen und Fackeln beteiligt. Jedenfalls dürfte es schwierig sein, das Gegenteil zu beweisen, nämlich daß die Planeten die Sonnenhülle vollständig unbeeinflußt lassen. Auch könnte die Wirkung des Begleiters ähnlich sein wie die der Sonne auf die Kometen, bei denen in der Nähe des Perihels eine außerordentliche Lichtentfaltung eintritt, während die folgende Helligkeitsabnahme meist viel langsamer vor sich geht. Bei den Blinksternen würde der Hauptstern die Rolle des Kometen, der Begleiter diejenige der Sonne spielen. Aber diese Erklärungen sollen nur Andeutungen und vorläufig ohne jeden Belang sein. Es genügt wesentlich die Annahme, daß der kleinere Begleiter imstande sei, auf dem Hauptstern durch bloße Annäherung Lichtausbrüche hervorzurufen. Daß die Lichtentwicklung um so stärker sein wird, je näher sich die beiden Sterne kommen, ist ohne weiteres verständlich; sie wird nicht plötzlich zur vollen Stärke gelangen, jedoch wird die Zunahme im allgemeinen rascher vor sich gehen als die Abnahme, und die dem Begleiter zugewandte Seite wird fortwährend stärker leuchten als die abgewandte, wobei die hellste Stelle aber den Begleiter nicht genau im Zenit zu haben braucht.

Unter dieser Annahme genügt die Fleckentheorie, wie sie oben auseinandergesetzt wurde, allen beobachteten Erscheinungen der

---

[1]) *AN* **209**, 37 (1919) und **211**, 247 und 413 (1920).

δ Cephei-Sterne, jedoch müssen noch die Punkte erörtert werden, die a) die Masse des Begleiters, b) die starke Abweichung der Bahn von der Kreisform und c) die einseitige Lage der Periastren betreffen.

a) Die Masse des Begleitsterns ist, wie wir sahen, durchweg sehr klein anzunehmen. Es entsteht die Frage: Warum zeigt ein Doppelsternsystem mit sonst gleicher Bahn aber mit größerer Masse des Begleiters keinen Blinksterncharakter? Die Erklärung lautet folgendermaßen: Ein Begleiter mit größerer Masse würde wohl ohne Zweifel auf dem Hauptstern einen größeren Lichtausbruch hervorrufen, aber mit zunehmender Masse würde die Erregung so kräftig werden, daß in der Zwischenzeit nicht mehr dieselbe Beruhigung wie bei geringerer Masse eintreten könnte. Die gestörten Gebiete auf der Oberfläche des Hauptsterns würden dann wohl an Ausdehnung gewinnen, ohne daß die Amplitude des Lichtwechsels vergrößert würde. Dadurch würde nur die mittlere Helligkeit des Sterns verstärkt und vielleicht sogar die Amplitude verkleinert. Da wir annehmen müssen, daß die Bahnebene nahezu senkrecht auf der Projektionsebene steht, weil sonst die Lichtkurve mit abnehmender Bahnneigung mehr und mehr verflacht, so werden zur Zeit der Konjunktionen der beiden Körper gegenseitige Bedeckungen eintreten, die bei kleiner Masse und geringer Dimension des Begleiters unbemerkt bleiben, mit der Zunahme seiner Masse und seines Volumens aber die Lichtschwankungen des Systems immer mehr ihres Blinksterncharakters entkleiden und es schließlich als Bedeckungsveränderlichen erscheinen lassen. Finden wir doch bei vielen Variabeln vom Verdunkelungstypus einen sog. Periastroneffekt, der in der gegenseitigen Erregung der Komponenten bei größerer Annäherung begründet ist (siehe im 18. und 19. Kap.).

b) Daß größere Exzentrizitäten die Lichtamplitude verstärken, ist unmittelbar klar. Wenn die Bahn nahezu kreisförmig wäre, so müßte nach der Annahme die dem Begleiter zugekehrte Seite des Hauptsterns immer heller sein als die abgewandte. Die Helligkeit würde sich aber nur wenig verändern. Bei einem vollen Umlauf kehrt uns dann der Stern einmal die hellere, dann wieder die dunklere Seite zu. Es müßte für uns ein Lichtwechsel ähnlich dem von ζ Geminorum entstehen, mit geringerer Amplitude und ziemlich symmetrischem Verlauf in bezug auf die Hauptphase. Bis jetzt läßt sich allerdings nicht entscheiden, ob dies der Grund für die Lichtänderung der ζ Geminorum-Sterne ist.

c) Woher kommt es, daß die Periastren mit nur wenigen Ausnahmen zwischen 0^0 und 180^0 liegen? Die Antwort ist einfach: Die Lichtausbrüche finden nahezu im Periastron statt, also auf derjenigen Seite des Hauptsterns, auf die wir blicken können. Lägen die Periastren zwischen 180^0 und 360^0, so würden sich die Ausbrüche auf der uns abgewandten Seite abspielen und für uns unsichtbar sein.

Auf Grund dieser Betrachtungen kommt *Hagen* zu dem Schluß, daß es spektroskopische Doppelsterne geben müsse, die dieselben Bahneigentümlichkeiten wie die Blinksterne haben, die wir aber als solche nicht erkennen, weil bei ihnen die Lage des Periastrons es verhindert. Tatsächlich sind solche Sterne aufgefunden worden[1]), unter ihnen α^2 Geminorum mit $P=9$ Tagen, $e=0.5$ und $\omega=265^0$.

Die kometarische Theorie.

Nach dieser mehr geometrischen Erklärung kommt *Hagen* noch auf die Lösung des Problems vom physikalischen Standpunkt aus zu sprechen[2]), indem er die oben nur angedeutete kometarische Theorie wieder aufgreift und näher ausführt.

Bei den Kometen beobachten wir, daß sie, während sie in größerer Entfernung von der Sonne unscheinbare Körper sind, bei ihrer Annäherung zu starkem Selbstleuchten erregt werden. Ihre Helligkeit erreicht meistens kurz nach dem Durchgang durch das Perihel den Höhepunkt. Außerdem erscheint die Schweifmasse von der Sonnenseite aus gesehen am hellsten, von der entgegengesetzten Seite jedoch bedeutend schwächer.

Man stelle sich nun einen kleinen Stern vor, der eine gleichartige Wirkung wie die Sonne ausüben kann, nämlich kometenähnliche Massen zum Leuchten anzuregen. Er möge sich in der Nähe einer ungeheuer ausgedehnten Kometenwolke befinden. (Die Dimension dieser Wolke muß von der Ordnung der Riesensterne angenommen werden, da wir nach dem früher gesagten die δ Cephei-Variabeln als Riesensterne betrachten müssen.) Infolge der gegenseitigen Anziehung werden sich die beiden Massen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt, der wegen der ungeheueren Ausdehnung der kometarischen Masse im Inneren der Wolke liegt, bewegen. Die Exzentrizität der Bahn wird nicht allzu stark sein, im Durchschnitt ist sie für die Blinksterne nach obiger Tafel (S. 263) etwa 0.3. Durch die Einwirkung des Sterns wird die Wolke zum Leuchten

[1]) *MN* **80**, 507 (1920).

[2]) *MN* **81**, 227 (1921); Mem. della Soc. Astr. Ital. I, 173 (1921).

angeregt. Das Leuchten wird sich auf die ganze Wolke erstrecken, aber mit wechselnder Stärke, je nach der Stellung des Begleitsterns. Bei einer Lichtamplitude von 1^m müßte die Wolke beim Periastron mindestens doppelt so hell sein wie in der Nähe des Apastrons. Dabei ist noch der Wechsel in der Richtung der anregenden Kraft in bezug auf den Beobachter in Betracht zu ziehen. Am hellsten wird die Wolke erscheinen, wenn sich im Periastron der Begleitstern für uns vor der Wolke befindet. Bei den Kometen im Sonnensystem entspricht dies der Stellung, bei der die Sonne in unserer Blickrichtung auf den Kometen wirkt. Umgekehrt muß uns die Wolke, wenn sich der Erreger im Apastron gerade hinter ihr befindet, schwächer erscheinen, als es sonst ihrer Leuchtkraft im Apastron entspricht, weil wir auf die Rückseite der leuchtenden Teilchen blicken.

Solange der Erreger von geringer Masse gegen die Wolke ist, kann die Erhöhung der Lichterregung beim Durchgang durch das Periastron nur vorübergehend und mehr örtlich beschränkt sein. Wenn sich beide Körper wieder voneinander entfernen, tritt eine Abnahme der Leuchtkraft ein. Außerdem werden Störungen im Oberflächengleichgewicht bei der Kometenmasse vorkommen, wodurch in der Helligkeitsabnahme Ungleichmäßigkeiten hervorgerufen werden, die wir als Wellen im absteigenden Ast der Lichtkurve registrieren.

Diese Theorie hat den Vorzug, daß wir ein Analogon im Verhalten der Kometen unseres Sonnensystems kennen. Es darf jedoch nicht unerwähnt bleiben, daß Analogien nicht Beweiskraft haben. Auch scheint es fraglich, ob sich durch derartige Vorgänge die Änderungen im Spektralcharakter erklären lassen. Durch das Hinzutreten von relativ kühlen Verdampfungsprodukten (denn um solche handelt es sich bei einer Kometentheorie, ohne daß es immer Kohlenwasserstoffe zu sein brauchen) wird niemals eine Verschiebung des Spektralcharakters nach dem B-Typus hin erfolgen, wie sie bei den Blinksternen mit der Lichtzunahme eintritt.

Verallgemeinerung der Guthnickschen Theorie und Verwandtschaft zwischen den verschiedenen Arten von Veränderlichen.

Guthnick[1]) hält es für naheliegend, seine Erklärung für den Lichtwechsel der δ Cephei-Sterne mit mehr oder weniger starker Abänderung auf die anderen Sterne, vor allem auf den Miratypus

[1]) Veröff. Berlin-Bbg. II 3, S. 137 (1918).

zu übertragen. Auf die Sterne vom ζ Geminorum-Typus und die Sternhaufenveränderlichen, die ja nichts anderes als Blinksterne im weiteren Sinne sind, ist die Theorie schon zur Anwendung gelangt, wie wir oben gesehen haben.

Denkt man sich die Lichtkurven der Mirasterne (Fig. 2) in beiden Koordinaten verkleinert, so ist, abgesehen von kleinen Unregelmäßigkeiten, eine Ähnlichkeit mit der δ Cephei-Kurve (Fig. 5) unverkennbar. Dieses rein äußerliche Merkmal deutet auf eine gewisse Verwandtschaft zwischen diesen beiden Klassen von Veränderlichen. Der Verdacht, daß eine nähere Beziehung zwischen beiden Familien vorliegt, wird noch durch folgende Argumente verstärkt, die allerdings noch nicht ganz einwandsfrei festgestellt sind: Die durchschnittliche Radialgeschwindigkeit nimmt mit wachsender Periode des Lichtwechsels ab. Mit der absoluten Helligkeit scheint die Dauer der Perioden sowohl bei den δ Cephei-Sternen[1]) als auch bei den Miraveränderlichen[2]) kleiner zu werden. Schließlich spricht für eine gewisse Verwandtschaft noch der Umstand, daß die Blinksterne sicher (vgl. S. 265), die Mirasterne höchst wahrscheinlich zu den Riesensternen gehören.[3])

Jedoch gibt es auch zwei Gründe, die dagegen sprechen: Die Mirasterne sind über alle galaktischen Breiten gleichmäßig verteilt. Bei den δ Cephei-Variabeln ist dies nur bei solchen der Fall, deren Periode kürzer als 1^d ist. Ferner zeigen die Blinksterne, wie wir sahen, periodische Linienverschiebungen, die mit dem Lichtwechsel aufs engste verknüpft sind. Bei den Mirasternen scheint dies nicht der Fall zu sein. Dieses letzte Argument dürfte jedoch nicht als zu schwerwiegend betrachtet werden, denn wenn die Mirasterne einen in der Entwickelung fortgeschrittenen Blinksterntypus vorstellen, so werden viel geringere Linienverschiebungen bei ihnen zu erwarten sein, als bei den δ Cephei-Sternen.

Zwischen die Blinksterne und die Mirasterne lassen sich nach der Ansicht von *Guthnick* die Sterne von der R Sagittae-Art als Übergangstypen einschalten. Bei ihnen käme die Zeit der Umdrehung um ihre Achse in der Periode zum Ausdruck, während sich die Art ihres Lichtwechsels dadurch ändert, daß sich die

---

[1]) *H. Shapley*, The Luminosities and Distances of 139 Cephei Variables *ApJ* **48**, 279 (1918).

[2]) *W. Heiskanen* und *H. Ludendorff*, Über die Radialgeschwindigkeiten der Mira Ceti-Sterne *AN* **213**, 301 (1921).

[3]) *Gyllenberg*, Meddelande från Lunds Astr. Obs. Nr. 90 (1918).

Störungsgebiete auf der Oberfläche des rotierenden Sterns mit der Zeit verlagern.

Auch die U Geminorum-Sterne haben in ihren Lichtkurven eine gewisse Ähnlichkeit mit denen vom δ Cephei-Typus: bei ihnen zeigt sich steiles Ansteigen und langsames Abnehmen der Helligkeit. Das unregelmäßige Aufeinanderfolgen der Maxima ließe sich durch Veränderungen in der Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche erklären, die im Vergleich zur Rotationszeit sehr schnell vor sich gehen. Das Auftreten von bald kurzen, bald langen Aufhellungen scheint durch Übereinanderlagerung verschiedener Maxima zustande zu kommen. Es müssen mehrere Begleiter am Lichtwechsel beteiligt sein, die teils einzeln, teils zusammen ihren Einfluß ausüben. Vielleicht wird jedes Maximum durch einen Lichtausbruch im kleinen veranlaßt, ähnlich wie es bei den temporären Sternen der Fall ist. Wenn sich dies bestätigte, so wäre hier ein Übergang zwischen dem δ Cephei-Typus und den Neuen Sternen gefunden.

Die Hauptannahme bei allen diesen Hypothesen ist die, daß bei jedem Lichtwechsel die Periode der Rotation des leuchtenden Körpers zum Vorschein kommt, und daß ungleiche Helligkeitsverteilung auf der Oberfläche des rotierenden Körpers die Ursache des Lichtwechsels ist, wozu wiederum irgendeine Einwirkung von außen, meistens ein Begleiter die Veranlassung bildet.

Auch bei den Neuen Sternen läßt sich der Lichtwechsel durch diese Hypothese erklären: das Aufflammen wird durch irgendeinen Anstoß ausgelöst und besteht in einer Helligkeitssteigerung auf der ganzen Oberfläche des Sterns. Dabei wird, im Anfang wenigstens, die Verteilung der Helligkeit auf dem Stern ganz ungleichförmig sein, so daß kleine Lichtschwankungen von der gleichen Periode wie die Rotationszeit des Körpers zustande kommen. Der Neue Stern wird daher im Anfang eine Lichtkurve ähnlich einer δ Cephei-Kurve, nur mit allmählich abnehmender mittlerer Helligkeit durchlaufen. Später werden sich die Helligkeitsunterschiede auf der Oberfläche mehr und mehr ausgleichen, so daß die Rotationsperiode in der Lichtkurve nicht mehr zum Ausdruck kommt. Dieses Verhalten der Neuen Sterne läßt sich aber auch, wie schon früher erwähnt, durch Pulsationen erklären, die durch einmalige Erregung entstehen.

Fünfter Abschnitt.

Die Theorie der Verfinsterungsvariablen.

Achtzehntes Kapitel.

Der Lichtverlauf in seiner Abhängigkeit von den Verhältnissen im System.

Um die Eigentümlichkeiten des Lichtwechsels bei den Verfinsterungsvariabeln zu verstehen, wollen wir die Lichtverhältnisse studieren, die wir an einem weitentfernten System wahrnehmen können, das aus zwei Körpern von verschiedener Leuchtkraft besteht. Der kleinere von ihnen sei B, er führe um den größeren A eine Zentralbewegung aus. Der Winkel, den die Ebene der Bahn mit derjenigen Ebene bildet, die senkrecht zu unserer Blickrichtung steht, heißt die Neigung der Bahn und wird mit i bezeichnet. Dieser Winkel i muß nahe bei 90^0 liegen, damit es beim Vorübergang von B an A zu einer Bedeckung kommt. Wir betrachten zunächst die Lichtverhältnisse, die sich uns darbieten bei dem Vorübergang des einen Körpers an dem anderen, unter folgenden Annahmen:

Die beiden Körper seien kugelförmig, mögen uns also als kreisförmige und außerdem als gleichförmig helle Scheiben erscheinen.

Wenn $i = 90^0$ ist, so tritt bei jedem Vorübergang eine zentrale Bedeckung ein. Ein Teil des Lichtes des entfernteren Körpers wird dann durch den anderen abgefangen. Sobald die Scheiben sich scheinbar berühren, beginnt eine Abnahme der Lichtintensität des Systems, die proportional der Zunahme des überdeckten Flächenstücks ist. Sie dauert an, bis innere Berührung der Scheiben eintritt und erfolgt anfangs langsam. Ihre Geschwindigkeit nimmt aber bei gleichförmigem Vorrücken der einen Scheibe gegen die andere zu bis zu einem gewissen Punkt, der als Wende-

punkt bezeichnet wird. Von da an sinkt die Geschwindigkeit der Lichtabnahme, bis sie beim Eintritt der inneren Berührung null wird. Bei weiterem Fortschreiten nähern sich die Zentren beider Scheiben immer mehr. Der Zeitpunkt ihrer geringsten gegenseitigen Entfernung, die bei zentraler Bedeckung gleich null ist, wird die Mitte der Finsternis genannt. Nachdem die Mitte erreicht ist, vollzieht sich der weitere Verlauf der Bedeckung umgekehrt wie die erste Hälfte: bis zur zweiten inneren Berührung der Scheiben bleibt das System in konstanter Minimalhelligkeit, dann erfolgt mit wachsender Geschwindigkeit Lichtzunahme bis zum zweiten Wendepunkt. Von da ab sinkt die Geschwindigkeit des Lichtwachstums, das bei der zweiten äußeren Berührung der Scheiben aufhört. In diesem Augenblick erreicht das System wieder seine normale Maximalhelligkeit; die Verfinsterung ist damit zu Ende.

Da die Scheibe von A größer als die von B sein soll, so sind die Verfinsterungen, die jedesmal nach einem halben Umlauf stattfinden, nicht gleichartig. Wenn B vor A vorübergeht, wird die Finsternis ringförmig, steht dagegen B hinter A, so ist sie total. Wenn B nichtleuchtend ist, bleibt seine Bedeckung für den Beobachter unbemerkt, und bei jedem Umlauf wird nur eine einzige Verfinsterung oder nur ein Minimum des Systems wahrgenommen. Wenn A absolut dunkel ist, tritt bei der totalen Finsternis ein vollständiges Erlöschen des Systems ein, andererseits wird die ringförmige Finsternis (B vor A) nicht wahrnehmbar. Der Lichtverlust während der verschiedenartigen Bedeckungen hängt von der Oberflächenhelligkeit der beiden Körper ab, und das tiefste (primäre) Minimum findet stets bei der Bedeckung derjenigen Scheibe statt, die die größte Oberflächenhelligkeit hat, d. h. die pro Flächeneinheit die größte Lichtmenge aussendet. Ist die Flächenhelligkeit beider Körper gleich, so sind auch die beiden Minima gleich tief.

Der Verlauf der beiden Bedeckungen ist, vom rein geometrischen Standpunkt betrachtet, vollkommen gleich, wenn während der einander entsprechenden Phasen der Verfinsterungen der wirkliche Abstand der beiden Körper derselbe bleibt. (Dies ist nur bei kreisförmigen Bahnen der Fall.) Infolgedessen ist die Zeitdauer der einzelnen Abschnitte der Bedeckung bei beiden Finsternissen gleich lang: Die Helligkeitsabnahme dauert gerade so lange, gleichgültig, ob B vor oder hinter A vorübergeht. Auch die Wendepunkte liegen in derselben zeitlichen Entfernung von der Mitte der

Finsternis. Man kann daher die Lichtkurve für das eine Minimum aus derjenigen für das andere ableiten, indem man für entsprechende Zeitkoordinaten die Intensitäten der vorliegenden Kurve mit einem konstanten Faktor multipliziert. Dieser Faktor ist das Verhältnis der Intensitätsverluste in beiden Minimis zur Zeit der Mitte der Verfinsterungen.

Lassen wir die Neigungen der Bahnebene immer mehr von 90° abweichen, so hört zunächst die Zentralität der Bedeckung auf. Mit der Zunahme der Abweichung nimmt die Dauer der Bedeckung, in stärkerem Maße die Dauer der konstanten Minimalhelligkeit und auch die Steilheit der Lichtkurve ab. Wenn die Momente der inneren Berührung der Scheibenränder zeitlich zusammenfallen, so reduziert sich die Dauer der konstanten Phase auf einen Augenblick. Hier liegt die Grenze für den Eintritt der totalen und der ringförmigen Finsternisse.

Wenn die Abweichung des Winkels i von 90° weiter zunimmt, so werden die Finsternisse partiell, was bei den Lichtkurven am Fehlen der konstanten Minimalhelligkeit zu erkennen ist. Steigt die Abweichung des Winkels i noch mehr, so werden die Minima immer flacher, bis schließlich überhaupt keine Bedeckungen mehr eintreten.

Solange die Form der Bahnkurve genau ein Kreis ist, folgen die verschiedenen Minima in Abständen, die der Hälfte der Umlaufszeit des einen Körpers um den anderen entsprechen, weil die Winkelgeschwindigkeit in der Bahn konstant ist. Aus demselben Grunde ist die Zeitdauer für jede Bedeckung dieselbe, und der Verlauf ist genau symmetrisch zur Mitte der Finsternis. Bei elliptischen Bahnen ist dies nicht mehr der Fall. Nur wenn die große Achse der Ellipse in die Blickrichtung fällt, bleibt die Symmetrie sowohl in der Lage, als auch im Verlauf gewahrt. Jedoch ist dann wegen der Verschiedenheit der Entfernung von A und B das sekundäre Minimum nicht mehr das genaue geometrische Abbild des primären, und bei größerer Neigung der Bahnebene ist es möglich, daß einem totalen oder ringförmigen primären Minimum eine partielle Verfinsterung im sekundären entspricht. Dieser Fall tritt leicht ein, wenn bei der einen Bedeckung die Momente der inneren Berührung der Scheibenränder sehr schnell aufeinanderfolgen, die innere Berührung also streifend ist.

Der größte Unterschied in der Zwischenzeit zwischen den aufeinanderfolgenden primären und sekundären Minimis und in der

Dauer der Ab- und Zunahme des Lichtes ist dann vorhanden, wenn die große Achse der Bahnellipse senkrecht zur Blickrichtung liegt. In diesem Fall ist die Elliptizität am leichtesten aus der Ungleichheit der Zwischenzeiten zu erkennen.

Unsere bisherige Annahme, daß die beiden Körper kugelförmig sind, zeigt uns den einfachsten Fall eines Verdunkelungssystems. Wir wollen jetzt die Lichtverhältnisse bei Rotationsellipsoiden betrachten und nur noch die Einschränkung machen, daß beide Körper dieselben Achsenverhältnisse haben. Das Problem ist dann verschieden, je nachdem ob die Ellipsoide durch Rotation um Achsen erzeugt sind, die senkrecht auf der Bahnebene stehen, oder ob sie durch gegenseitige Massenanziehung nach Art einer Flutwirkung langgestreckt sind, so daß ihre Längsachsen dauernd nahezu in die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte fallen.

Im ersten Fall, also wenn die Figurenachse auf der Bahnebene senkrecht steht, werden die beiden Körper stets als elliptische Scheiben erscheinen, die während ihrer Umlaufsbewegung weder ihre Gestalt, noch ihre Größe ändern. Es ist leicht einzusehen und aus der Fig. 39 ohne weiteres zu erkennen, daß dann die elliptische Gestalt auf die Lichtkurve keinen Einfluß haben kann. Denn wir können uns die elliptischen Scheiben dadurch aus den kreisförmigen entstanden denken, daß alle Längen senkrecht zur Bahnebene in einem bestimmten konstanten Verhältnis verkürzt sind, gerade als ob wir sie durch eine Zylinderlinse betrachteten. In demselben Verhältnis würde auch ihre Lichtintensität geändert. Diese Veränderung wirkt aber an allen Stellen der Bahn, also auch während der Verfinsterung gleichmäßig. Der Fall ist daher für uns nicht zu unterscheiden von dem, in welchem die beiden Körper Kugeln sind.

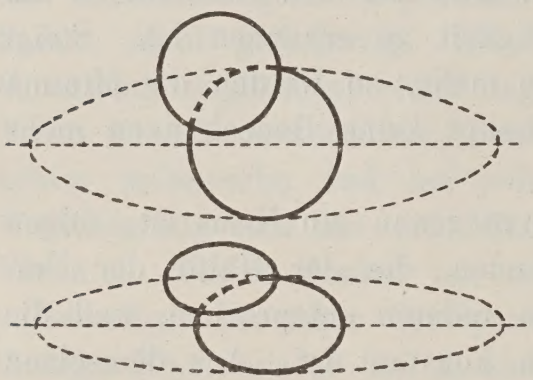

Fig. 39. Abplattung der Algol-Sterne.

Anders verhält es sich im zweiten Fall, wenn die Längsachsen während des Umlaufs ihre Richtung gegen die Blicklinie ändern. Hier projizieren sich die Körper als Scheiben von wechselnder Gestalt und, was das wichtigste ist, von wechselnder Größe. Auch ohne gegenseitige Bedeckung wird dadurch ein Lichtwechsel verursacht, der, im Gegensatz zu dem durch die Verfinsterung erzeugten,

während des ganzen Umlaufs kontinuierlich ist. Die Lichtkurve, die sich daraus ergibt, hat die Gestalt der Sinuslinie: ihre höchste Erhebung fällt mit den Zeiten zusammen, zu denen die Längsachsen der Körper senkrecht zur Blicklinie stehen (Fig. 40). Die Minima entsprechen den dazu senkrechten Stellungen. In diesen letzten Stellungen finden nun aber auch noch dazu Bedeckungen statt, wobei sich die Körper als kreisförmige Scheiben projizieren. Die Verfinsterungskurve addiert sich dann einfach zu der Sinuskurve, die von der Gestaltsänderung herrührt, und das Ergebnis ist eine Lichtkurve von der β Lyrae-Form.

Eine andere Komplikation in den Verhältnissen der Bedeckungsveränderlichen tritt dadurch ein, daß sich die beiden Körper gegenseitig bestrahlen und Licht reflektieren. Alsdann sind die Oberflächen der Halbkugeln, die die Körper einander zuwenden, dauernd heller als die der abgewandten. Wäre der eine von beiden Körpern vollständig dunkel, so hätten wir einen Fall analog dem, wie ihn die Sonne und einer der unteren Planeten darbieten, also eine reine Wirkung des Phasenwinkels, wenn wir von der wechselnden Entfernung des Planeten von der Erde absehen dürften.

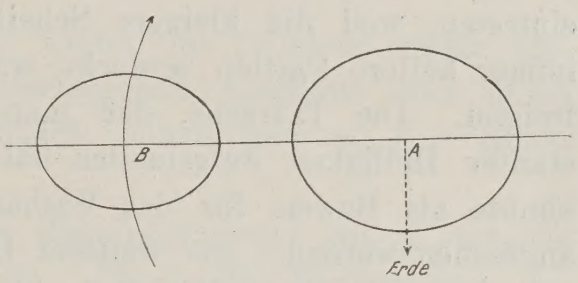

Fig. 40. β Lyrae-System.

Bei elliptischen Bahnen können sich durch den wechselnden Abstand beide Körper infolge gegenseitiger Bestrahlung und Erwärmung zu stärkerem oder schwächerem Leuchten anregen. Dadurch treten Periastroneffekte auf, wie sie auch bei einigen Blinksternhypothesen, aber mit viel stärkerer Wirksamkeit angenommen werden (vgl. S. 277).

Im allgemeinen sind die Wirkungen der Rückstrahlung und des Periastrons sehr schwach und nur bei Beobachtungen von großer Genauigkeit nachweisbar. Von bedeutenderem Gewicht ist dagegen der Einfluß, den eine ungleichmäßige Verteilung der Helligkeit auf der Oberfläche der bedeckten Scheibe ausübt. Wenn wir annehmen, daß die leuchtenden Kugeln von einer Hülle umgeben sind, die ihre Strahlung teilweise absorbiert, so werden die Scheiben, genau so wie es bei der Sonne der Fall ist, nach dem Rande zu abgedunkelt erscheinen. Wir stellen jetzt einen Vergleich an zwischen den Verhältnissen bei Scheiben, die gleichförmig erleuchtet

und solchen, die nach dem Rande hin abgedunkelt sind, und bezeichnen alle Größen, die sich auf die gleichförmigen Scheiben beziehen, durch ein beigefügtes u (unverdunkelt, uniform), dagegen diejenigen, die sich auf die abgedunkelten beziehen, durch ein d (dunkel, darkened). Beim Beginn einer Finsternis wird die d-Kurve zunächst weniger steil abfallen als die u-Kurve, da die bedeckten Randpartien schwächer sind. Später nimmt aber die Steilheit zu und wird am größten gegenüber der u-Kurve, wenn der Rand der bedeckenden Scheibe die Mitte der bedeckten Scheibe erreicht. Bei totalen Verfinsterungen fällt kurz vor Eintritt der Totalität die d-Lichtkurve nur noch sehr flach ab, weil die Auslöschung der abgedunkelten Randpartien die Helligkeit des Systems nur noch wenig vermindert. Bei ringförmigen Finsternissen wird keine konstante Minimalhelligkeit mehr eintreten, weil die kleinere Scheibe bis zur Mitte der Finsternis immer hellere Partien verdeckt, während sie dafür dunklere wieder freigibt. Die Tatsache, daß man nicht immer Minima mit konstanter Helligkeit aufgefunden hat, wo man sie erwarten mußte, könnte als Beweis für das Vorhandensein der Randverdunkelung angesehen werden. Als weiterer Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme kann der Umstand gelten, daß die Durchrechnung der Helligkeitswerte in verschiedenen Phasen einer Bedeckung die Beobachtungen oft besser darstellt bei Berücksichtigung einer Randverdunkelung als bei Annahme einer gleichförmigen Erleuchtung der Scheiben. Auch ist es naheliegend, das Gesetz der Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe auf andere Fixsterne zu übertragen, jedoch mit verändertem Abschattierungsfaktor.

Neunzehntes Kapitel.

Die Bahnbestimmung.

Geschichtlicher Uberblick.

Der erste, der auf Grund der Idee von *Goodricke*[1]), daß die Lichtminima des Sterns Algol von der Verfinsterung durch einen Trabanten herrühren, das Problem der Bahnbestimmung eines Begleiters behandelte, war *E. Pickering*. In seiner Abhandlung „Di-

[1]) A Series of Observations on, and a discovery of the Period of Algol. Phil. Trans. 1783.

mensions of the fixed stars with especial reference to binaries and variables of the Algol type“[1]) bestimmte er die Elemente des Systems β Persei unter folgenden Annahmen:

1. Die beiden Komponenten des Systems sind Kugeln.
2. Der Hauptstern hat überall gleiche Flächenhelligkeit.
3. Der Begleiter ist absolut dunkel.
4. Zur Zeit des Minimums erscheint der Begleiter so auf den Hauptstern projiziert, daß innere Berührung der Projektionsfiguren stattfindet.

Er geht bei der Rechnung von den schwer bestimmbaren Zeitmomenten des Anfangs und des Endes der Verfinsterung aus, in denen der Abstand der beiden Scheibenmitten gleich der Summe ihrer Halbmesser ist.

J. Harting[2]) hat einige Jahre später das Problem wieder aufgegriffen, den 4. Punkt der *Pickering*schen Annahme aber fallen lassen und gezeigt, wie man durch Näherungen zu den Bahnelementen gelangen kann.

E. Hartwig[3]) schlug in seiner Bahnbestimmung von Z Herculis den gleichen Weg wie *Harting* ein. Durch die Beobachtung des sekundären Minimums wurde er jedoch veranlaßt, auch dem Begleiter eine gewisse Leuchtkraft zuzuschreiben.

Eine Methode zur Bestimmung der Bahnexzentrizität gab *F. Tisserand.*[4]) Er erklärte gleichzeitig die beobachtete Änderung der Periodendauer durch eine Bewegung der großen Achse der Bahnellipse im Raum, die durch die Exzentrizität in Verbindung mit einer geringen Abplattung des Hauptkörpers im System hervorgerufen wird. Bezeichnet man mit ω die Länge des Periastrons, durch die die Lage der Ellipse in der Bahnebene festgelegt ist, so wird durch den Ausdruck

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 t$$

die Änderung der Lage des Periastrons mit der Zeit t dargestellt.

Tisserand entwickelt nun einen Ausdruck für die scheinbare Distanz δ der Scheibenmitten als Funktion des Winkels v, den der Radiusvektor mit der Projektion derjenigen Geraden auf die Bahn-

[1]) Proc. of the Amer. Acad. of Arts and Sciences. Vol. XVI. (1881).
[2]) Unters. über d. Lichtwechsel des Sterns β Persei. (Diss.) München 1898.
[3]) 17. Ber. d. naturf. Ges. in Bamberg (1900) und *AN* **152**, 309 (1900).
[4]) C. R. **120**, 125 (1895).

ebene einschließt, die das Zentrum des Hauptkörpers mit der Erde verbindet:

$$\delta = a(1 - e^2)\sqrt{1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 v} / \left(1 + e \cdot \cos(v - \omega)\right).$$

($2a$ = große Achse, e = Exzentrizität, i = Neigung der Bahn; vgl. S. 292.)

Er erhält für die Zeit des Minimums, indem er für die Konjunktion der beiden Körper die Minimumbetrachtung der Differentialrechnung anwendet, den Ausdruck:

$$t = t_0 + n\,P + (P/\pi)\,e \cdot \sin(\omega_0 + \omega_1 t),$$

worin P die Periode und t_0 die Ausgangsepoche ist.

Diese Reihe wird nun mit der empirischen Formel verglichen, die *Chandler* für die Zeiten der Minima Algols abgeleitet hat:

$$t_0 = 1888 \text{ Januar } 3,\ 7^h30^m \text{ m. Z. von Paris},$$
$$t = t_0 + n\,P + 173^m \sin(202^0.5 + 2.55\,t).$$

Dadurch, daß *Tisserand* die Koeffizienten der *Chandler*schen Reihe mit den entsprechenden seiner eigenen gleichsetzt, ermittelt er die Größe der Exzentrizität und der Abplattung.

Diese Methode ist nur anwendbar, wenn in der Eintrittszeit der Minima periodische Ungleichheiten vorhanden sind, wie sich aus dem letzten Glied der *Chandler*schen Formel erkennen läßt.

Die Annahme abgeplatteter Körper findet Anwendung in den Arbeiten von *C. Myers*[1]), aber nicht zur Erklärung der Phasenverschiebung und Periodenänderung, sondern zur Berechnung einer kontinuierlichen Lichtänderung. Auch den Stern β Lyrae muß man zu den Bedeckungsveränderlichen rechnen, denn bei ihm kommt die Hauptlichtschwankung durch die gegenseitige Verfinsterung der beiden Komponenten zustande, während nebenher noch ein Helligkeitswechsel stattfindet, der dadurch hervorgebracht wird, daß scheinbar die Projektionsfiguren der beiden Körper infolge ihrer Rotation dauernd ihre Größe ändern. *Myers* nimmt an, daß die beiden Komponenten Rotationsellipsoide sind, deren größte Achsen stets nahezu in der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte liegen. Die Verhältnisse der Achsen sind bei beiden Körpern gleich. Einer Umdrehung der Körper umeinander entspricht auch eine Rotation jedes einzelnen

---

[1]) *C. Myers*, Unters. ü. d. Lichtwechsel des Sterns β Lyrae (1896) und *ApJ* 7, 1 (1898).

um seine Achse. Die Bahn des Systems liegt mit dem Visionsradius nahezu in derselben Ebene. Die Oberflächen der Komponenten haben überall gleiche Helligkeit.

Unter den gleichen Voraussetzungen wie *Myers* behandelt *A. Roberts*[1]) die engen Doppelsterne vom β Lyrae-Typus, nur läßt er die Bedingung über die Lage der Bahnebene fallen.

Es zeigt sich aber, daß die Dimensionen der Körper mit der Oberflächenhelligkeit so eng verknüpft sind, daß eine eindeutige Bestimmung und strenge Trennung der beiden Größen unmöglich ist. Man kann z. B. die Dimensionen der einen Komponente vergrößern und dabei ihre Oberflächenhelligkeit verringern, ohne daß dies auf den Verlauf der theoretischen Lichtkurve von Einfluß ist.

Die folgenden Arbeiten über Bahnbestimmungen sind meistens nur Anwendungen der bisher bekannten Methoden auf besondere Fälle und dem vorgelegten Problem stets in mehr oder weniger abgeänderter Form angepaßt. Erst die Arbeit von *S. Blažko* „Sur les variables du type Algol"[2]) behandelt das Problem der Bahnbestimmung allgemeiner. Die Formeln für die Ableitung der theoretischen Lichtkurve werden aufgestellt, und es wird eine Methode gegeben, nach der man Spezialtafeln entwerfen kann, deren Anwendung die Rechenarbeit wesentlich erleichtert. Die Voraussetzungen, die gemacht werden, sind: Kreisbahnen und Kugelgestalt der Komponenten.

Blažko ist der erste, der das Problem unter der Annahme einer Abschattierung des verfinsterten Körpers nach dem Rande der Projektionsscheiben behandelt. Die Beträge, mit denen die Randverdunkelung in die Lichtkurve eingeht, bestimmt er mechanisch mit Hilfe eines Modells der Sonnenscheibe, wobei er die Helligkeitsverteilung nach *H. C. Vogel*[3]) zugrunde legt.

Am allgemeinsten wurde das Bahnbestimmungsproblem von *H. N. Russell* und *H. Shapley*[4]) behandelt. Die Methode ist sowohl für gleichmäßig erleuchtete als auch für vollständig nach dem Rande abgedunkelte Scheiben entwickelt und für die Anwendung durch Tafeln außerordentlich bequem gemacht. Sie ist gegenwärtig unter allen Berechnungsarten die gebräuchlichste, und es soll daher auch später näher auf sie eingegangen werden.

---

[1]) *ApJ* **13**, 177 (1901), *MN* **63**, 527 (1903) und **65**, 706 (1905).

[2]) Ann. de l'Obs. de Moscou. 2. sér, vol. 5, pg. 76ff. (1911).
Monatsber. d. preuß. Akad. d. W. 1877 S. 135.
ApJ **35**, 315 und **36**. 54, 239. 385 (1912).

Die Elemente des Systems.

Bei der Bahnbestimmung der Bedeckungsveränderlichen kann man zwei Teile unterscheiden: 1. die Ermittelung der physikalischen Eigenschaften der Komponenten des Systems und 2. die Ableitung der rein astronomischen Elemente der Bahn. Das Eingehen auf die physikalische Beschaffenheit der Körper, wie Gestalt, Größe und Helligkeit, ist in der Natur der Sache begründet, im Gegensatz zu der sonst in der Astronomie üblichen Art der Bahnbestimmung, bei der die einzelnen in Betracht kommenden Körper nur als Punkte angesehen werden, die mit Masse behaftet sind. Die Bahnen solcher materieller Punkte werden nur aus Richtungs- und Geschwindigkeitsänderungen abgeleitet und haben daher die Beobachtungen dieser Änderungen darzustellen. Bei dem Problem jedoch, das im folgenden zu betrachten ist, handelt es sich um die Aufklärung der Ursachen, die eine physikalische Veränderung, nämlich die der Helligkeit, an einem System hervorbringen, während Richtungsänderungen überhaupt nicht beobachtet werden und Geschwindigkeitsänderungen nur eine erwünschte Bestätigung der Resultate und Anlaß zur Erweiterung unserer Kenntnisse über die absoluten Größenverhältnisse in dem System bieten.

Physikalische Bestimmungsstücke:		Astronomische Bahnelemente:	
Radius des größeren Sterns	r_1	Halbe große Achse der Bahn	a
„ „ kleineren „	r_2	Exzentrizität	e
Elliptizität beider Komponenten	ε	Länge des Periastrons	ω
Leuchtkraft des größeren Sterns	L_1	Neigung der Bahnebene gegen die Projektionsebene	i
Leuchtkraft des kleineren Sterns	L_2	Umlaufszeit (Periode)	P
Abschattierung der Scheiben der Sterne nach dem Rande	a	Epoche der Hauptkonjunktion (Zeit des Hauptminimums)	t_0
Gegenseitige Bestrahlung (Reflexion)	c		
Gegenseitige Lichterregung (Periastroneffekt)	(b)		

Durch die beiden Elemente a und e werden Größe und Gestalt der Bahn festgelegt. Die Lage der Bahnebene wird durch ihre Neigung i gegen die zum Visionsradius senkrechte Ebene, die sog. Projektionsebene, und den Positionswinkel der Schnittlinie dieser beiden Ebenen, die Knotenlinie, bestimmt. Dieser Positionswinkel, die Länge des Knotens, bleibt unbekannt, weil wir diese engen

Systeme nie getrennt sehen. Da die wirkliche Länge der großen Halbachse a nur aus den Beobachtungen der Geschwindigkeitsänderungen im Visionsradius bestimmt werden kann[1]), so wählt man diese Größe zur Längeneinheit und drückt alle anderen linearen Dimensionen des Systems darin aus. Die absoluten Leuchtkräfte lassen sich aus photometrischen Beobachtungen allein nicht ermitteln. Man wählt deshalb die Gesamthelligkeit des Systems im Maximum zur Einheit und bezieht darauf alle anderen Helligkeiten.

Die Beobachtungen ergeben uns:

1. die Periode, und zwar meistens mit aller wünschenswerten Genauigkeit,
2. die Epoche des Hauptminimums und
3. die Lichtkurve mit den Helligkeitsangaben in Größenklassen.

Die Angaben der Helligkeit in Stufen sind ohne weiteres nicht brauchbar, da es bei der Untersuchung der Verfinsterung auf die Quantität des abgeblendeten Lichts in ihrem Verhältnis zur Gesamtlichtmenge des Systems ankommt.

Bei der Bestimmung der physikalischen Elemente können wieder zwei Teile unterschieden werden, je nachdem die Untersuchungen das Verhalten des Systems während der Bedeckung oder außerhalb davon betreffen. Für den Lichtverlauf während der Verfinsterung kommen nur das Größenverhältnis der beiden Scheiben zueinander, ihr gegenseitiger scheinbarer Abstand und die Helligkeitsverteilung auf der bedeckten Scheibe in Betracht. Außerhalb der Verfinsterung macht sich vor allem die Abweichung der Komponenten von der Kugelform bemerkbar, während gegenseitige Beleuchtung oder sonstige Beeinflussung erst in zweiter Linie wirksam sind.

Im wesentlichen kommt es bei dem Problem auf die gegenseitige Stellung der beiden Komponenten zueinander und auf die Lichtmenge an, die uns von ihnen zugestrahlt wird. Daher müssen wir zur Lösung der Aufgabe die Daten, die wir der Lichtkurve oder der Lichttafel entnehmen, d. h. die Zeit und die Helligkeit, erst in eine geeignete Form umwandeln.

Geometrische Behandlung der Bedeckung.

Der scheinbare Abstand der Scheiben. Die Zeitkoordinate ist in der Lichtkurve meistens als Phase gegeben, die vom Hauptminimum, also dem Augenblick der Konjunktion der beiden

[1]) Strenggenommen wird $a \cdot \sin i$ ermittelt, $\sin i$ ist aber bei Bedeckungssystemen nahezu $= 1$.

Körper, gezählt wird. Bezeichnet man diesen Augenblick mit t_0, einen anderen Zeitpunkt mit t, so wird der dazu gehörige Phasenwinkel ϑ, wenn P die Periode bedeutet:

$$\vartheta = (t - t_0) \cdot 360^0 / P. \tag{92}$$

In einer kreisförmigen Bahn ist dies der Winkel, den die Verbindungslinie der Schwerpunkte beider Körper mit dem Visionsradius zur Zeit t bildet. In einer elliptischen Bahn besteht zwischen diesem Winkel und dem Phasenwinkel eine Abweichung, die um so größer werden kann, je größer die Exzentrizität der Bahn ist.

Der Abstand δ der beiden Scheibenmitten von der Erde aus gesehen wird dann

$$\left.\begin{aligned} \delta^2 &= a[\sin^2\vartheta \cos^2(90^0 - i) + \sin^2(90 - i)] \\ &= a^2(\sin^2\vartheta \sin^2 i + \cos^2 i) = a^2(\sin^2\vartheta + \cos^2\vartheta \cos^2 i). \end{aligned}\right\} \tag{93}$$

Die Neigung i der Bahnebene gegen die Ebene, die senkrecht zum Visionsradius steht, ist immer nahe gleich 90^0, da sonst keine Bedeckung in dem System stattfindet. In erster Näherung kann man daher den Faktor $\cos(90^0 - i) = 1$ setzen.

Die Helligkeitsunterschiede zwischen dem Licht des Systems zur Zeit der Bedeckung und dem außerhalb davon müssen in Intensitätsunterschiede umgerechnet werden. Unter Annahme gleichförmig erleuchteter Scheiben können wir die Intensitätsunterschiede proportional den abgeblendeten Flächen setzen. Die Umwandlung von Größendifferenzen in Intensitätsunterschiede geschieht nach der Formel (6), wobei die Gesamtintensität des Systems im Maximum zur Einheit gewählt wird (vgl. S. 298).

Da nicht der prozentuale Helligkeitsverlust der einen Komponente, sondern immer der des ganzen Systems beobachtet wird, so ist die Ermittelung des Helligkeitsverhältnisses der beiden Komponenten notwendig, um den Lichtverlust der einen Scheibe in Prozenten der Gesamtintensität beider Scheiben ausdrücken zu können.

Berechnung der verfinsterten Fläche. Wir nehmen an, daß die Komponenten der Verdunkelungsvariabeln sich uns als zwei gleichförmig helle, kreisrunde Scheiben darstellen. Während der Verfinsterung fängt die eine von ihnen das Licht der anderen teilweise oder gänzlich ab. Zur rechnerischen Verfolgung des Lichtverlaufs haben wir dann das Grundproblem zu lösen: Welches ist der Zusammenhang zwischen der Größe der bedeckten Fläche, dem Abstand der beiden Scheibenmitten und dem Verhältnis der

beiden Radien, die zugleich auch die scheinbaren Halbmesser der beiden als kugelförmig angenommenen Komponenten des Systems sind?

Fig. 41 stellt die beiden sich teilweise überdeckenden Scheiben dar. Es sind: $AO_1 = r_1$ der Halbmesser der einen, $AO_2 = r_2$ derjenige der anderen Komponente, $O_1O_2 = \delta$ der Abstand der Scheibenmitten, $IO_1 = s$ der Abstand der beiden Kreisen gemeinsamen Sehne vom Zentrum der Scheibe mit dem Radius r_1. Die beiden Zentriwinkel über der Sehne AB seien:

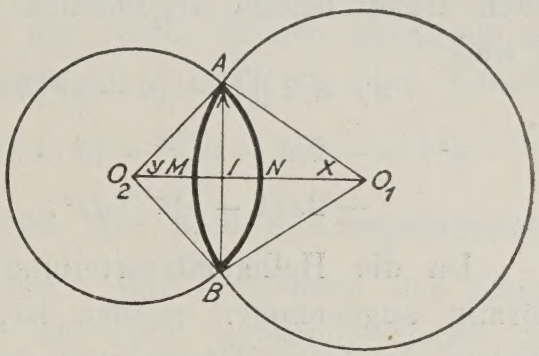

Fig. 41. Bedeckung der Scheiben.

$$AO_1B = 2x \quad \text{und} \quad AO_2B = 2y.$$

Dann haben wir:

$$IO_1 = s = r_1 \cos x = (r_1^2 - r_2^2 + \delta^2)/2\delta.$$

Ferner:

$$\cos y = (\delta - r_1 \cos x)/r_2$$

und das Differential ds von s:

$$ds = -r_1 \sin x \cdot dx = (r_2^2 - r_1^2 + \delta^2) \cdot d\delta/2\delta^2.$$

Bezeichnen wir die verdeckte Fläche, das Doppelsegment $AMBN$, mit F, so erhalten wir:

$$F = r_1^2 \operatorname{arc} x + r_2^2 \operatorname{arc} y - r_1 \delta \sin x. \tag{94a}$$

Führen wir s an Stelle der beiden Winkel x und y ein durch die Gleichungen:

$$x = \operatorname{arc\,cos}[s/r_1] \quad \text{und} \quad y = \operatorname{arc\,cos}[(\delta - s)/r_2],$$

so wird:

$$F = r_1^2 \operatorname{arc\,cos}[s/r_1] + r_2^2 \operatorname{arc\,cos}[(\delta - s)/r_2] - \delta(r_1^2 - s^2)^{1/2}. \tag{94b}$$

Nehmen wir, solange es sich nicht um die eigentliche Bahnbestimmung, sondern nur um die Ermittelung der Elemente der Finsternis handelt, den Radius der größeren Scheibe r_1 zur Einheit, also $r_1 = 1$, und setzen wir den Halbmesser der kleineren Scheibe $r_2 = k$, so daß also

$$r_2/r_1 = k \tag{95}$$

wird, so haben wir:

$$f = \operatorname{arc\,cos} s + k^2 \operatorname{arc\,cos}[(\delta - s)/k] - \delta(1 - s^2)^{1/2} = \Phi(k, \delta), \tag{94}$$

wo f in Bruchteilen der Scheibe mit dem Radius r_1 ausgedrückt ist.

Da aber s nur von k und δ abhängt, so können wir den ganzen Ausdruck (94) für f gleich einer Funktion von k und δ setzen und nach diesen beiden Argumenten tabulieren. Die Differentiale von f sind:

$$df = 2\left([k^2 - (\delta - s)^2]^{1/2}\, d(\delta - s) + (1 - s^2)^{1/2}\, ds\right), \tag{96}$$

$$\left.\begin{aligned} d^2 f = &- 2(\delta - s)[k^2 - (\delta - s)^2]^{-1/2}[d\delta^2 + ds^2 - 2\, d\delta\, ds] \\ &- 2s(1 - s^2)^{-1/2} ds^2. \end{aligned}\right\} \tag{97}$$

Da die Helligkeitsverteilung auf beiden Scheiben als gleichförmig angenommen worden ist, so entspricht die f-Kurve derjenigen des Intensitätsverlustes des Systems. Aus der Gl. (97) sehen wir, daß diese Kurve aus zwei zum Maximalwert von f oder dem des Intensitätsverlustes symmetrisch gleichen Ästen besteht und daß $f = 0$ bleibt, solange δ absolut genommen größer als $1 + k$ ist, d. h. solange keine Überdeckung der Scheiben stattfindet. Wenn aber $\delta > 1 - k$ wird, bleibt $f = k^2$, also konstant. Die kleinere Scheibe ist dann entweder völlig von der größeren bedeckt (totale Finsternis), oder sie projiziert sich ganz auf die größere (ringförmige Finsternis).

Setzen wir den zweiten Differentialquotienten $d^2 f / d\delta^2 = 0$, so erhalten wir die Wendepunkte der f- oder auch der Intensitätskurve, wenn wir für s und ds die oben angegebenen Werte einsetzen. Die Wendepunkte liegen an derjenigen Stelle der Kurve, wo die Lichtänderung bei gleichmäßiger Änderung der Distanz der beiden Scheiben am schnellsten erfolgt. Ist die Kurve im Anfang zur Ordinatenachse konkav, so geht sie im Wendepunkt in die konvexe Form über. Der Wendepunkt entspricht beim Fortschreiten der Bedeckung beider Scheiben derjenigen Stelle, bei der die gemeinsame Sehne AB zum Durchmesser des kleineren Kreises wird. Dies tritt ein, wenn $\delta^2 = |1 - k^2|$ wird. Je kleiner die eine Scheibe gegen die andere ist, d. h. je kleiner k ist, desto früher tritt der Wendepunkt nach Beginn der Verfinsterung ein. Wird $k = 1$, so fällt der Wendepunkt mit dem Minimum selbst zusammen, und die Kurve hat an dieser Stelle eine Spitze. Auf dem aufsteigenden Ast liegen die Verhältnisse ebenso wie auf dem absteigenden, nur symmetrisch zum Minimum vertauscht.

Bezeichnen wir die verfinsterte Fläche zur Zeit des Wendepunkts mit f_w, und setzen wir in der Formel (94)

$$s = \delta = \sqrt{1 - k^2}, \tag{98}$$

so erhalten wir:

$$f_w = \arccos \sqrt{1 - k^2} + \tfrac{1}{2}\pi k^2 - k\sqrt{1 - k^2}, \qquad (99)$$

woraus man ersieht, daß die verfinsterte Fläche für den Wendepunkt nur von dem Verhältnis k der beiden Radien abhängig ist. Man kann daher f_w mit dem Argument k leicht in eine Tabelle bringen (Tafel F im Anhang).

Helligkeits- und Radienverhältnis der beiden Komponenten.

Die Helligkeitsverhältnisse. Wir bezeichnen der Kürze halber die größere Komponente, die nicht notwendigerweise die hellere zu sein braucht, mit A und die kleinere mit B. Unter der Flächenintensität J der Scheiben, als die sich die Komponenten projizieren, sei die Lichtintensität der Einheitsfläche verstanden, so daß sich für die Gesamtintensität L jeder Scheibe ergibt:

$$\left.\begin{aligned} &\text{für die Scheibe von } A\text{:} \quad L_1 = r_1^2 \pi J_1, \\ &\text{„ „ „ „ } B\text{:} \quad L_2 = r_2^2 \pi J_2 \end{aligned}\right\} \qquad (100)$$

und für das Intensitätsverhältnis der beiden Scheiben:

$$h = L_1 / L_2 = (r_1^2 / r_2^2) \cdot (J_1 / J_2). \qquad (101)$$

Die Flächenhelligkeit ist der Quotient aus der Gesamthelligkeit und der Größe des Areals. Also haben wir:

$$J_1 = L_1 / r_1^2 \pi \quad \text{und} \quad J_2 = L_2 / r_2^2 \pi. \qquad (100\,a)$$

Daher wird, wenn wir wieder $r_2 / r_1 = k$ [Gl. (95)] setzen:

$$J_1 / J_2 = k^2 L_1 / L_2. \qquad (101\,a)$$

Die scheinbare Helligkeit l des Systems für eine gegebene Phase, bei der die Fläche F abgedeckt ist, ergibt sich allgemein aus:

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= 1 - [F_1 J_2 / (r_1^2 \pi J_1 + r_2^2 \pi J_2)], \\ l_2 &= 1 - [F_2 J_1 / (r_1^2 \pi J_1 + r_2^2 \pi J_2)]. \end{aligned}\right\} \qquad (102)$$

Die erste der beiden Gleichungen gilt, wenn die Scheibe mit der Flächenhelligkeit J_2 bedeckt wird, die zweite, wenn diejenige mit der Flächenhelligkeit J_1 verdunkelt wird.

Für die Phase der Totalität bzw. der Ringförmigkeit wird die Fläche:

$$F = \pi r_2^2.$$

Die oben stehenden Gleichungen geben die Intensitätsverhältnisse bei solchen Systemen wieder, deren Komponenten sich als

kreisförmige Scheiben projizieren. Sie gelten auch noch bei solchen Systemen, bei denen die Projektionsfiguren Ellipsen sind, deren große Achsen in der Bahnebene liegen, und die während des Umlaufs umeinander ihren Flächeninhalt nicht verändern. Wenn sich jedoch der Flächeninhalt der Projektionsellipsen mit der gegenseitigen Stellung der Komponenten zum Beobachter ändert, so gelten die Gleichungen nur, wenn man für die Radien r_1 und r_2 die der jeweiligen Phase entsprechenden Werte einsetzt (siehe S. 308).

Da man aus photometrischen Beobachtungen die absoluten Helligkeiten in dem System nicht ermitteln kann, so setzt man die Maximalhelligkeit

$$L_1 + L_2 = 1 \tag{103}$$

und drückt alle anderen Intensitäten in dieser Einheit aus, so daß die Größe $(1 - l)$ als prozentualer Lichtverlust des Systems angesehen werden kann.

Unter der Maximalhelligkeit versteht man diejenige scheinbare Helligkeit, die das System für uns besitzt, wenn der Winkel zwischen der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Komponenten und der Richtung nach der Erde 90° beträgt. Für kugelförmige Körper ist die Maximalhelligkeit (abgesehen von der Wirkung des Reflexions- und des Periastroneffektes) auch in jeder anderen Phase außerhalb der Verfinsterung konstant. Bei elliptischer Form der Komponenten aber ändern die Projektionsscheiben ihre Größe mit der gegenseitigen Stellung, und die Maximalhelligkeit des Systems wird nur in den Augenblicken der größten Elongation der Komponenten erreicht.

Aus den beiden Formeln (102) finden wir, wenn wir mit λ_1 und λ_2 die (rektifizierte)[1]) Helligkeit des Systems in den beiden Minimis bezeichnen:

$$J_1 : J_2 = (1 - \lambda_2) F_1 : (1 - \lambda_1) F_2 . \tag{104}$$

Bei totalen bzw. ringförmigen Bedeckungen sind in allen Fällen, bei partiellen dagegen nur in kreisförmigen Bahnen die beiden Flächen $F_1 = F_2$. Das Verhältnis der Flächenhelligkeiten ist also gleich dem der Lichtverluste in der größten Phase der Verfinsterungen:

$$J_1 : J_2 = (1 - \lambda_2) : (1 - \lambda_1) . \tag{104a}$$

[1]) Die Helligkeit heißt „rektifiziert", wenn der Einfluß der Rotation bei ellipsoidischen Körpern, sowie allgemein der der gegenseitigen Bestrahlung und der Anregung zum verstärkten Selbstleuchten in Abzug gebracht sind.

Im folgenden beziehen wir die Größe des bedeckten Areals, das wir mit α bezeichnen wollen, durchweg auf die Scheibe B als Einheitsfläche. Dies hat den Vorteil, daß bei totalen und bei ringförmigen Finsternissen im Maximum der Bedeckung $\alpha = 1$ wird, so daß bei gleichförmig leuchtenden Scheiben in jeder Phase der Teilbetrag des Lichtverlustes dem des bedeckten Areals gleich ist. Bei dieser Wahl der Flächeneinheit werden die Flächenintensitäten:

$$J_1 = k^2 L_1 \quad \text{und} \quad J_2 = L_2 . \tag{100b}$$

Aus der Gl. (102) ergibt sich dann unter Berücksichtignng von Gl. (103):

$$\left.\begin{aligned} &\text{für die Bedeckung von } B \text{ durch } A: \quad (1 - l_1) = J_2 \cdot \alpha_1 , \\ &\text{„ „ „ „ } A \text{ „ } B: \quad (1 - l_2) = J_1 \cdot \alpha_2 . \end{aligned}\right\} \tag{105}$$

Ferner erhalten wir aus den Gl. (100b) und (105):

$$l_1 = 1 - \alpha_1 L_2 , \tag{105a}$$

$$l_2 = 1 - \alpha_2 k^2 L_1 . \tag{105b}$$

Wählt man aus den Beobachtungen zwei Helligkeiten so aus, daß die beiden Flächenstücke α einander gleich sind, während einmal der eine, das andere Mal der andere Körper verfinstert ist (was bei kreisförmigen Bahnen zu Zeiten, die um eine halbe Periode auseinanderliegen, stattfindet), so gilt die Gleichung:

$$(1 - l_1) + (1 - l_2)/k^2 = \alpha . \tag{106}$$

Es sei noch besonders hervorgehoben, daß sich der Index 1 in dieser Gl. (106) auf die Bedeckung von B durch A, und nicht notwendigerweise auf das Hauptminimum bezieht.

Bei vielen Systemen besteht die Möglichkeit, daß noch ein dritter, nicht erkennbarer Stern einen Beitrag zum Gesamtlicht des Veränderlichen liefert, jedoch an den Verfinsterungen nicht teilnimmt. Besonders bei Sternen mit sekundärer Periode liegt diese Möglichkeit nahe, weil die sekundäre Periode durch den Umlauf des Bedeckungssystems um einen dritten Körper veranlaßt sein kann. In diesem Falle wäre als Lichteinheit die Summe

$$L_0 + L_1 + L_2 = 1 \tag{103a}$$

zu nehmen. Die konstante Zusatzhelligkeit L_0 erscheint dann in allen Formeln, in denen die Lichtstärke einer der beiden Komponenten vorkommt. Solange diese Größe L_0 unbekannt ist, lassen sich dann die wahren Verhältnisse in dem System nicht ermitteln.

Die Bestimmung des Verhältnisses der Radien k und der Helligkeit h der Komponenten aus den Minimalintensitäten.

Je nach der Art der Minima müssen wir zur Ermittelung dieser Größen verschiedene Wege einschlagen.

Wir unterscheiden vier Fälle:

Im Fall 1 und 2 zeigen die Lichtkurven im Minimum eine Zeit lang konstante Helligkeit des Systems. Dies bedeutet, daß die Bedeckungen vollständig, also die Finsternisse total oder ringförmig sind.

Im Fall 3 und 4 zeigen die Minima keine konstanten Phasen, die Verfinsterungen sind also nur partiell.

Fall 1 und 3 haben das gemeinsam, daß tiefere und flachere Minima miteinander abwechseln. Dies deutet darauf hin, daß beide Komponenten verschiedene Oberflächenhelligkeit haben. Das tiefere Minimum heißt das primäre oder Hauptminimum, das flachere das sekundäre oder Nebenminimum.

Fall 2 und 4 sind dadurch gekennzeichnet, daß keine Nebenminima beobachtbar sind. Die eine Komponente ist dann zu lichtschwach, als daß ihre Bedeckung bemerkt würde ($h = 0$).

1. Fall. Totale und ringförmige Finsternisse abwechselnd. Dieser Fall tritt ein, wenn i nur wenig von 90^0 verschieden ist. Es wird dann in der Mitte jeder Finsternis eine Fläche bedeckt, die der gesamten Fläche von B gleichkommt, also $\alpha = 1$. Bezeichnen wir die Intensitäten, die in den beiden konstanten Minimumphasen beobachtet sind, wieder mit λ_1 und λ_2, so gibt Gl. (106):

$$k^2 = (1 - \lambda_2)/\lambda_1 . \qquad (107)$$

Zudem verschwindet in dem einen Minimum B völlig hinter A, woraus sich

$$\lambda_1 = 1 - L_2 = L_1 \qquad (108)$$

ergibt, entsprechend Gl. (105a). Damit wäre die Helligkeit beider Sterne und das Verhältnis ihrer Durchmesser gefunden.

Aus der Intensitätskurve kann man dann auch für Zeiten außerhalb des konstanten Minimums Werte von α entnehmen und mit ihnen für diese Zeitmomente die Distanzen, die beide Scheibenmitten voneinander haben, nach Gl. (94) berechnen. Die Aufgabe wird dann ähnlich dem Problem einer Bahnbestimmung von Doppelsternen aus lauter Distanzmessungen, wenn der Positionswinkel nur zwei um 180^0 verschiedene Werte hat.

Die Entscheidung darüber, welche von den beiden Bedeckungen ringförmig und welche total ist, kann erst eine weitere Untersuchung herbeiführen:

Die Lichtverluste in der konstanten Phase des primären bzw. des sekundären Minimums sind $1 - \lambda_p$ und $1 - \lambda_s$. Wenn das tiefere Minimum durch die totale Finsternis zustande kommt, B also hinter A steht, gilt:

$$\lambda_p = L_1 = 1 - L_2\,, \quad \lambda_s = 1 - k^2 L_1\,, \quad k^2 = (1 - \lambda_s)/\lambda_p\,. \tag{108a}$$

Wenn aber das Hauptminimum ringförmig ist, B also dabei vor A steht, so ist:

$$\lambda_p = 1 - k^2 L_1\,, \quad \lambda_s = L_1 = 1 - L_2\,, \quad k^2 = (1 - \lambda_p)/\lambda_s\,. \tag{108b}$$

Die Gl. (108a) und (108b) liefern noch folgende zwei Sätze:

Die Annahme (a) totaler Finsternis für das Hauptminimum ist immer möglich, dagegen nicht die Annahme (b) ringförmiger Bedeckung. Denn wenn man L eliminiert, so erhält man

$$\text{aus (108a):} \quad \lambda_p = (1 - \lambda_s)/k^2\,, \quad \lambda_s = 1 - k^2 \lambda_p\,, \tag{a}$$

$$\text{„ (108b):} \quad \lambda_p = 1 - k^2 \lambda_s\,, \quad \lambda_s = (1 - \lambda_p)/k^2\,. \tag{b}$$

Gl. (a) ist stets erfüllbar, dagegen Gl. (b) nur, wenn $1 - \lambda_p < k^2$ ist. Also ist die Annahme (b) nur in diesem Fall zulässig.

Die Annahme (a) ergibt ein tieferes Nebenminimum als die Annahme (b). Zum Beweis setzen wir die beobachtete Intensität des Systems im Hauptminimum gleich λ_b. Dann erhalten wir

für die Annahme (a), also wenn λ_b total angenommen wird:

$$\lambda_s = 1 - k^2 \lambda_b\,,$$

für die Annahme (b), also wenn λ_b ringförmig sein soll:

$$\lambda_s' = (1 - \lambda_b)/k^2\,.$$

Bilden wir die Differenzen $\Delta = \lambda_s - \lambda_b$ und $\Delta' = \lambda_s' - \lambda_b$, so erhalten wir aus den beiden Gleichungen:

$$\Delta = k^2 \Delta'\,,$$

und da $k^2 < 1$ sein muß:

$$\Delta < \Delta'\,.$$

Also liefert die Annahme (a) das tiefere Nebenminimum.

Je nach unserer Annahme ergeben sich also zwei verschiedene Werte von k. Manchmal genügt ein Blick auf die Kurve des Hauptminimums zur Entscheidung. Bezeichnet man die Zeitdauer zwischen dem Beginn und dem Ende der Bedeckung, also dem ersten und dem letzten äußeren Kontakt mit $2d$, diejenige der konstanten

Minimumphase mit 2τ, so läßt sich aus dem Verhältnis von τ zu d folgendes schließen: Ist τ relativ lang in bezug auf d, d. h. dauert die Lichtabnahme verhältnismäßig kurze Zeit, so hat k den kleineren der beiden Werte. Ist das Minimum dabei noch sehr tief, so ist eine ringförmige Verfinsterung so gut wie ausgeschlossen.

Wenn die Bedeckung zentral ist, so werden die Strecken $(r_1 + r_2)$ und $(r_1 - r_2)$ von der Mitte der Scheibe B fast proportional (wenigstens in roher Annäherung) mit der Zeit d bzw. τ durchlaufen, und es gilt ungefähr:

$$\tau/d = (r_1 - r_2)/(r_1 + r_2) = (1 - k)/(1 + k),$$

woraus folgt:

$$k = (d - \tau)/(d + \tau). \tag{109}$$

Wenn die Bahnneigung von 90^0 abweicht, wird k kleiner als die rechte Seite dieses Ausdrucks. Man hat darin ein gutes Kriterium für die richtige Wahl des k-Wertes. Die Schwierigkeit der genauen Bestimmung von k liegt bei dieser Methode darin, daß die Tiefe des sekundären Minimums nicht immer mit genügender Schärfe bekannt ist. Die Intensitäten während der konstanten Phase in beiden Minimis sind durch die Gl. (107) verknüpft. Aus ihr kann man die Tiefe des sekundären Minimums, die man zu erwarten hat, berechnen, wenn man einen Wert von k auf andere Weise ermittelt hat.

Beispiel: Der Lichtverlust eines Systems betrage im Hauptminimum $1 - \lambda_p = \frac{8}{10}$, im Nebenminimum $1 - \lambda_s = \frac{1}{10}$ des Maximallichtes. Die Gesamtdauer der Bedeckung sei $2d = 12^h$, die der konstanten Phase im Minimum $2\tau = 2^h$. Aus Gl. (108a) findet man $k^2 = \frac{1}{2}$, $k = 0.71$, aus (108b) dagegen $k^2 = \frac{8}{9}$, $k = 0.94$. Aus dem Verhältnis von $d:\tau$ ergibt sich, daß $k \leqq (d - \tau)/(d + \tau) \leqq \frac{5}{7}$, also $\leqq 0.72$ sein muß. Daher kann nur der kleinere k-Wert zutreffend sein. Das Hauptminimum entspricht also der totalen Finsternis, und für das Verhältnis der Oberflächenhelligkeit beider Körper erhält man nach Gl. (101) $J_1 : J_2 = 1 : 8$.

Es ist oben schon erwähnt worden, daß bei der ringförmigen Bedeckung einer nach dem Rande zu abgedunkelten Scheibe kein Minimum mit konstanter Phase eintritt. Werden daher zwei Minima beobachtet und zeigt das eine konstante, das andere aber keine konstante Phase, so kann man mit ziemlicher Sicherheit annehmen, daß das Minimum mit der konstanten Phase aus einer totalen Verfinsterung hervorgeht.

2. Fall. Es ist nur ein Minimum zu beobachten, und dies zeigt eine konstante Phase, deren Intensität λ ist. Gl. (105a) gibt dann, wenn die Finsternis total ist, $L_2 = 1 - \lambda$. Ist dagegen die Finsternis ringförmig, so erhält man nach Gl. (105b):

$$k^2 L_1 = 1 - \lambda .$$

Wenn A absolut dunkel ist, würde bei einer totalen Verfinsterung von B die Gesamtintensität des Systems auf Null herabsinken. Das Radienverhältnis ließe sich dann aus der Dauer dieser Verfinsterung im Verhältnis zur Periode ableiten. Bei einer ringförmigen Bedeckung würde die Gleichung: $k^2 = 1 - \lambda$ ausreichen, da $L_1 = 1$ die Gesamthelligkeit des ganzen Systems ausmacht. In jedem Fall erhält man aus der zu einer beliebigen Zeit während der Bedeckung beobachteten Intensität l des Systems einen Wert für den Bruchteil der bedeckten Fläche α nach der Formel:

$$\alpha = (1 - l)/(1 - \lambda). \qquad (106b)$$

In Verbindung mit der Intensitätskurve erhalten wir auf diese Weise α als Funktion der Zeit, woraus wir, wie später gezeigt wird, zunächst k und dann die anderen Bahnelemente bestimmen können.

Ob die beobachtete Verfinsterung aus einer totalen oder einer ringförmigen Bedeckung hervorgeht, läßt sich auf dieselbe Weise wie im 1. Fall entscheiden.

Bei den Systemen mit totalen oder mit ringförmigen Verfinsterungen besteht der erste Schritt zur Lösung des Bahnbestimmungsproblems immer in der Ermittelung von k. Sodann werden aus der Lichtkurve die Momente der äußeren und der inneren Ränderberührung mit möglichst hoher Genauigkeit entnommen. In diesen Momenten ist die Distanz δ der Mitten beider Scheiben $\delta = r_1 (1 + k)$. Es lassen sich dann Gleichungen aufstellen, aus denen sich die Bahnelemente leicht ergeben.

3. Fall. Bei partiellen Verfinsterungen ist die Lichtintensität der beiden Komponenten nicht unmittelbar aus der Amplitude der Lichtvariation bekannt, wie bei totalen Verfinsterungen, bei denen während eines jeden Umlaufs der kleinere Körper einmal völlig für uns verschwindet, der größere also allein uns sein Licht zusendet. Daher tritt bei partiellen Verfinsterungen eine weitere Unbekannte in das Problem ein, nämlich der Teilbetrag der Scheibenfläche, um den der eine Stern bei der größten Phase verfinstert wird. Wir nennen ihn α_0 und drücken ihn in Teilen des Lichtverlustes aus, der bei völliger Bedeckung eintreten würde.

Wenn wir diese Größe α_0 kennen, so brauchen wir, um die Intensität des verfinsterten Sterns zu erhalten, nur durch α_0 bzw. $k^2\alpha_0$ zu dividieren, je nachdem ob B oder A bedeckt wird. Wir haben demnach die Gleichung:

$$\alpha_0 = (1 - \lambda_1)/L_2, \tag{105a}$$

und aus Gl. (106) geht die Beziehung zwischen den Intensitäten in den beiden Minimis hervor:

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{k^2}. \tag{106a}$$

Die Auffindung der Werte von α_0 und k ist durch Versuche möglich; diejenigen Werte müssen als die richtigen gelten, die die beobachtete Lichtkurve am besten darstellen. Die beiden Lichtkurven im primären und im sekundären Minimum stehen miteinander in enger Beziehung: für Phasen, die um 180° verschieden sind, ergibt sich der Intensitätsverlust bei der einen Verfinsterung aus demjenigen bei der anderen Bedeckung durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor. Man braucht also zur Ermittelung von α_0 und k nur eine der beiden Lichtkurven, im allgemeinen die des Hauptminimums, und die Maximallichtverluste bei beiden Verfinsterungen zu benutzen.

4. Fall. Dieser Fall liegt vor, wenn nur eine partielle Finsternis beobachtet ist, die eine Komponente also zu lichtschwach ist, als daß ihre partielle Bedeckung bemerkt wird. Gl. (106a) ist dann nicht anwendbar.

Die Ermittelung des Radienverhältnisses k aus den Wendepunkten. Die Beobachtungen während der Verfinsterungen geben [entsprechend Gl. (4)] Gleichungen der Form:

$$\log(L_1 + L_2) - \log(L_1 + L_2 - \alpha J) = 0.4\,(m - m_0) = \log n, \tag{110}$$

worin J die Oberflächenintensität der bedeckten Scheibe, m die beobachtete Helligkeit zu einem bestimmten Zeitmoment, m_0 die Helligkeit des Systems außerhalb der Verfinsterung ist. Da die Gesamthelligkeit $L_1 + L_2 = 1$ [Gl. (103)] angenommen ist, so erhalten wir:

$$1/(1 - \alpha J) = n \tag{110a}$$

und

$$\alpha = (n - 1)/n J = 1/\mu J, \tag{111}$$

wenn $n/(n - 1) = \mu$ gesetzt wird. $1/\mu$ ist also der prozentuale Intensitätsverlust (Tafel A im Anhang).

Wenn die Scheibe A bedeckt wird, haben wir zu setzen: $J = k^2 L_1$ [Gl. (100b)], und es wird:

$$\alpha_1 = (n_1 - 1)/n_1 k^2 L_1 = 1/\mu_1 k^2 L_1 . \qquad (111a)$$

Wenn dagegen B verdunkelt wird, haben wir für $J = L_2$ [Gl. (100b)] zu setzen und erhalten:

$$\alpha_2 = (n_2 - 1)/n_2 L_2 = 1/\mu_2 L_2 . \qquad (111b)$$

Nehmen wir die Beobachtungen, die den Wendepunkten der Intensitätskurve im primären und im sekundären Minimum entsprechen, bei denen also die bedeckten Flächenstücke, die wir mit α_w bezeichnen wollen, gleich sind, so haben wir:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_w &= 1/\mu_1 k^2 L_1 , \\ \text{und} \qquad \alpha_w &= 1/\mu_2 L_2 . \end{aligned}\right\} \qquad (111c)$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgen, wenn

$$L_1/L_2 = h \qquad (101)$$

gesetzt wird:

$$\mu_2/k^2 = \mu_1 L_1/L_2 = \mu_1 h \qquad (112)$$

und

$$1/k^2 - \mu_1 \alpha_w + \mu_1/\mu_2 = 0 . \qquad (113)$$

Die Wendepunkte der Intensitätskurve sind diejenigen Punkte, in denen der Krümmungsradius unendlich groß wird, der Krümmungsmittelpunkt von der einen Seite der Kurve durch Unendlich auf die andere Seite springt. Im Wendepunkt erfolgt die Änderung der Lichtintensität mit $\sin \vartheta$ am schnellsten, und diese Eigenschaft benutzt man zur genauen Ermittelung seiner Lage. Bei seinem Eintritt wird die Sehne, die den beiden Scheiben gemeinsam ist, gleichzeitig zum Durchmesser der kleineren Scheibe. Die Fläche, die zu dieser Zeit verfinstert wird, hängt, wie wir gesehen haben [Gl. (99)], nur von k ab. Wenn α_w bekannt ist, läßt sich k aus Tafel F (Anhang) ohne weiteres entnehmen. Aus der vorhergehenden Gl. (112) kann man dann das Intensitätsverhältnis h der beiden Komponenten ermitteln.

Gl. (112) enthält die mathematische Formulierung des Satzes von der Proportionalität des Lichtverlustes in den beiden Minimis bei gleichen Phasen. Der Proportionalitätsfaktor ist:

$$\mu_1/\mu_2 = 1/h \cdot k^2 = (1 - \lambda_s)/(1 - \lambda_p) . \qquad (114)$$

In Gl. (113) wird man deshalb auch anstatt μ_1/μ_2 diesen Faktor setzen.

Beispiel:

Nehmen wir für Algol folgende Intensitätsverluste an:

im Hauptminimum	0.669	entsprechend	$1^m.20$,
„ Nebenminimum	0.057	„	0.064,
„ Wendepunkt der Hauptbedeckung	0.438	„	0.625.

Wir erhalten dann:

$$\mu_1 = 1/0.438 = 2.28,$$

und nach Gl. (114):

$$\mu_1/\mu_2 = 0.057/0.669 = 0.085.$$

Die Gl. (113) lautet dann:

$$1/k^2 - 2.28\,\alpha_w + 0.085 = 0.$$

Hieraus werden mit Hilfe der Tafel F durch Versuche die Werte k und α_w bestimmt. Es ergibt sich:

$$k = 0.80 \quad \text{und} \quad \alpha_w = 0.722.$$

Aus Gl. (112) erhält man:

$$h = \mu_2/\mu_1\, k^2 = 1/0.085 \cdot 0.64 = 18.4.$$

Der hellere Körper strahlt demnach etwa $18\,^1/_2$ mal soviel Licht aus wie der schwächere, entsprechend einer Differenz von $3^m.2$ zwischen beiden Sternen.

Dieses Verfahren der Ermittelung von k aus den Wendepunkten ist sowohl bei totalen als auch bei partiellen Verfinsterungen anwendbar, setzt aber eine genau festgelegte Lichtkurve voraus. Die Vergleichung der Werte von k, die nach verschiedenen Methoden ermittelt sind, gestattet, wenn sie eine gehörige Zuverlässigkeit haben, Schlüsse auf die Helligkeitsabnahme nach dem Rand der bedeckten Scheiben zu ziehen: Bei einer gleichförmig hellen Scheibe wird eine bestimmte Lichtintensität immer von einem Flächenstück gleicher Größe ausgestrahlt. Bei einer nach dem Rande abgedunkelten Scheibe fällt dieses Flächenstück um so größer aus, je weiter sein Schwerpunkt von der Scheibenmitte entfernt liegt. Daher muß sich in diesem Fall ein größerer Durchmesser ergeben als bei gleichförmig erleuchteten Scheiben.

Je größer die Abweichung der Bahnneigung von 90^0 ist, desto geringer wird die Fläche α_0 im Verhältnis zur Gesamtfläche der Scheibe, und desto flacher wird das Minimum. Als Bedingung für den Eintritt eines Wendepunktes erhält man aus Gl. (98):

$$\delta_0 \leqq \sqrt{1 - k^2}, \tag{98a}$$

wo δ_0 der Minimalabstand der Scheibenmitten ist.

Bezeichnet a den Halbmesser der Bahn, so hat man in der größten Phase des Minimums:

$$\delta_0 = a \cos i$$

und aus beiden Gleichungen:

$$i = \arccos\left(\sqrt{1 - k^2}/a\right). \qquad (115)$$

Damit ein Wendepunkt überhaupt eintritt, muß die Gl. (98a) erfüllt sein, und die Gl. (115) gibt für diesen Fall den Betrag an, den i überschreiten muß.

Wenn in der größten Phase der Verfinsterung der Mittelpunkt der einen Scheibe die gemeinsame Sehne gar nicht mehr erreicht, tritt in der Lichtkurve kein Wendepunkt auf. Die Lösung des Problems nach dieser Methode wird dann unmöglich.

Der Einfluß der elliptischen Gestalt der Komponenten.

Lassen wir die Annahme, daß die beiden Körper kugelförmig seien, fallen, und nehmen wir an, daß es sich um Rotationsellipsoide handelt, so haben wir, wie oben (S. 286) schon erwähnt, je nach der Lage der Rotationsachse zwei Fälle zu unterscheiden. Wenn die Achse senkrecht zur Bahnebene steht, so wird in den Lichtverhältnissen nichts geändert. Daher können wir eine polare Abplattung aus der Lichtkurve nicht erkennen, wenn das Verhältnis der großen zur kleinen Achse bei beiden Komponenten dasselbe ist. Wenn die Abplattung nicht gleich ist, so muß sich dies durch einen Gang in der Größe k zeigen, die aus den verschiedenen Kurvenpunkten ermittelt wird. Wegen der Geringfügigkeit dieses Einflusses hat sich aber eine Ungleichheit in der Abplattung bis jetzt nirgends feststellen lassen.

Von großer Wichtigkeit ist der andere Fall, daß beide Körper länglich gestaltet sind und die längsten Achsen nahezu in der Bahnebene liegen. Da es auch hier schwierig ist, die wahre Gestalt aus der Lichtkurve zu erkennen, muß man zu einer plausiblen Annahme greifen: Infolge des geringen gegenseitigen Abstandes ruft der eine Körper auf dem anderen eine starke Flutwirkung hervor, so daß beide in der Richtung der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte in die Länge gezogen werden. Die großen Achsen dieser als ähnlich angenommenen Ellipsoide nehmen daher an der Umlaufbewegung teil. Dies äußert sich für uns darin, daß die beiden Sternscheiben, d. h. die Projektionsellipsen der beiden Kom-

ponenten, während des Umlaufs dauernd ihre Gestalt und ihren Flächeninhalt ändern, während ihr zur Bahnebene senkrechter Durchmesser unverändert bleibt, wodurch die Helligkeit des Systems auch außerhalb der Verfinsterung kontinuierlich wechselt. Die Helligkeit ist also proportional der Fläche der beiden Projektionsellipsen oder auch der Länge ihrer beiden großen Achsen, da die kleinen Achsen unverändert bleiben. Die Achse jeder Projektionsellipse ist aber gleich dem Durchmesser des Ellipsoides, der senkrecht zum Visionsradius steht. Nennen wir den Winkel, unter dem die Projektion stattfindet, ϑ, so ist ϑ nichts anderes als die wahre Länge der Komponenten in der Bahn, gerechnet von der Mitte der Bedeckungen. Wir haben daher in den allgemeinen Formeln für die Helligkeitsverhältnisse die Größen r_1 und r_2 durch r_1' und r_2' zu ersetzen. Es ist aber:

$$r_1' = r_1\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta} \text{ und } r_2' = r_2\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta}, \quad (116)$$

worin ε die für beide Komponenten gleich angenommene Exzentrizität der erzeugenden Ellipsen bedeutet.

Beide Durchmesser werden also in dem gleichen Maße beeinflußt, und die Helligkeit des Systems wird außerhalb der Verfinsterung dargestellt durch die Formel:

$$l = l_0\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta}, \quad (117)$$

worin l_0 die Maximalhelligkeit bedeutet.

Die Gl. (102) gehen über in:

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= 1 - [F_1 J_2/\pi(r_1^2 J_1 + r_2^2 J_2)\cdot(1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta)^{1/2}], \\ l_2 &= 1 - [F_2 J_1/\pi(r_1^2 J_1 + r_2^2 J_2)\cdot(1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta)^{1/2}], \end{aligned}\right\} \quad (102a)$$

und für die Phasen der Totalität bzw. Ringförmigkeit erhält man:

$$F = \pi r_2^2(1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta).$$

Die Gl. (102a) stellen die beobachtete Helligkeit unmittelbar dar. Gl. (117) kann man dazu benutzen, den Einfluß der Elliptizität der Körper in Rechnung zu stellen. Man verfährt dabei so, daß man den konstanten Faktor, der die effektive Elliptizität genannt wird,

$$\varepsilon^2\sin^2 i = z$$

setzt. Damit wird aus Gl. (117):

$$l^2 = 1-\varepsilon^2\sin^2 i\cos^2\vartheta = 1 - z\cos^2\vartheta = 1 - \tfrac{1}{2}z(1+\cos 2\vartheta). \quad (117a)$$

Das Quadrat der Lichtintensität ist also eine lineare Funktion von $\cos^2\vartheta$ (oder auch von $\cos 2\vartheta$), und jede Beobachtung außerhalb

der Verfinsterung liefert eine Gleichung zur Bestimmung von z. Trägt man in rechtwinkliges Koordinatenpapier die Punkte $x = \cos^2 \vartheta$ und $y = l^2$ ein, so müssen die durch diese Koordinaten bestimmten Punkte nahezu auf der Geraden liegen, die der Gl. (117a) entspricht. Aus ihrer Neigung gegen die x-Achse läßt sich dann z ohne weiteres bestimmen. Sowie der Winkel ϑ innerhalb der Verfinsterung liegt, werden die Punkte für l^2 stärkere systematische Abweichungen von der geraden Linie ergeben. Diese Punkte dürfen natürlich nicht zur Bestimmung von z herangezogen werden.

Nachdem z gefunden ist, rechnet man sich eine kleine Tabelle, die Werte von l^2 für verschiedene ϑ in angemessenen Intervallen von ϑ enthält. Durch Anbringung dieser Werte kann man dann die Intensitätskurve vom Einfluß der Elliptizität der Komponenten befreien.

Der verhältnismäßig geringe Abstand, der die Komponenten vieler Systeme voneinander trennt und der in manchen Fällen ihren Durchmesser kaum übertrifft, macht es sehr wahrscheinlich, daß die Körper durch gegenseitige Massenanziehung deformiert sind. *G. H. Darwin*[1]) hat gezeigt, daß unter gewissen Bedingungen so eng benachbarte Sterne die Gestalt dreiachsiger Ellipsoide annehmen müssen, deren größte Achsen in der Verbindungslinie ihrer Schwerpunkte liegen, während die kürzesten senkrecht auf der Bahnebene stehen. Wir hätten daher unseren Rechnungen dreiachsige Ellipsoide zugrunde legen müssen. Die Behandlung der Aufgabe wird aber dann zu verwickelt, und da man unter Voraussetzung langgestreckter Rotationsellipsoide die Beobachtungen hinreichend darstellen kann, so genügt zurzeit diese Annahme. Sehr genaue lichtelektrische Messungen haben übrigens gezeigt, daß in den Beobachtungen systematische Abweichungen von den berechneten Lichtkurven auftreten, deren Ursache nicht in der Unzulänglichkeit der zugrunde liegenden mechanischen Theorie zu suchen sind, sondern durch Störungen erklärt werden müssen, die die physische, d. h. die vom Bedeckungs- und Rotationslichtwechsel befreite Helligkeit erleidet.

Die Reflexion.

Bis jetzt haben wir nur das Licht berücksichtigt, das unmittelbar von den Komponenten des Systems ausgeht und auf direktem Wege zu uns gelangt. Bei feineren Untersuchungen müssen wir

[1]) Phil. Trans. **A 206**, 160 (1906).

jedoch auch darauf Rücksicht nehmen, daß die Komponenten sich gegenseitig beleuchten, und daß daher die einander zugekehrten Halbkugeln heller sind als die abgewandten.

Bei der rechnerischen Behandlung dieses Problems wird man sich, da es sich um sehr geringe Beträge handelt, und weil außerdem die strenge Gültigkeit der bis jetzt aufgestellten Reflexionsgesetze durchaus fraglich erscheint, mit einer wesentlichen Vereinfachung begnügen dürfen.

Die beiden Hemisphären einer jeden Komponente mögen sich in ihrer Helligkeit um den Betrag $2c$ unterscheiden, so daß die Intensität der helleren Hälfte von A: $l_1 + c_1$, die der dunkleren, der Komponente B abgewandten Seite: $l_1 - c_1$ ist. Während eines Umlaufs von B verschiebt sich die Begrenzungslinie um die Kugel A herum, und die Lichtmenge, die wir von A in den verschiedenen Stellungen von B zu A empfangen, möge durch die Formel gegeben sein:

$$l_A = l_1 - c_1 \sin i \cos \vartheta , \tag{118a}$$

worin $\vartheta = 0$ ist, wenn B hinter A steht. Für die Zeit der Verfinsterung ist die Gleichung selbstverständlich ungültig. Ebenso ergibt sich in der gleichen Stellung der Komponenten zueinander für B infolge der Bestrahlung durch A:

$$l_B = l_2 + c_2 \sin i \cos \vartheta , \tag{118b}$$

und für das Gesamtlicht:

$$l = l_A + l_B = l_1 + l_2 + (c_2 - c_1) \sin i \cos \vartheta , \tag{118}$$

worin $\sin i$ fast stets gleich 1 gesetzt werden darf.

Der Betrag von c ist für jeden der beiden Körper proportional der Größe seiner Oberfläche und der Lichtintensität des anderen Sterns, von dem er bestrahlt wird, und hängt außerdem noch vom Reflexionsvermögen seiner Oberfläche ab.

Nimmt man für beide Körper gleiches Reflexionsvermögen an, so erhält man entsprechend Gl. (104a):

$$c_1 : c_2 = J_2 : J_1 = (1 - \lambda_2) : (1 - \lambda_1) , \tag{104b}$$

wobei $1 - \lambda_1$ den Lichtverlust in dem Minimum bedeutet, in dem der Körper mit der Oberflächenhelligkeit J_1 bedeckt wird und die Tiefe der Minima stets aus der vom Einfluß der Elliptizität der Komponenten befreiten Lichtkurve bestimmt werden muß. Aus Gl. (104b) und (118) findet man c_1 und c_2. Will man beide Körper

auf ihrer ganzen Oberfläche so hell machen, wie sie auf den einander zugekehrten Seiten sind, so hat man den beobachteten Intensitäten des Systems den Betrag

$$\Delta l = c_1 + c_2 + (c_1 - c_2) \cdot \sin i \cos \vartheta \qquad (119)$$

hinzuzufügen. Dieses Verfahren empfiehlt sich, weil immer nur die durch Reflexion erhellten Halbkugeln verdeckt werden.

Der Einfluß der Reflexion wird, wie sich aus Gl. (118) erkennen läßt, am besten aus Punkten der Lichtkurve (natürlich außerhalb der Bedeckung) berechnet, in denen $\cos \vartheta$ denselben Wert, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen hat, d. h. symmetrisch zu $\pm 90^0$ liegt. Für solche Phasenwinkel ist dann auch der Einfluß, den eine vielleicht vorhandene Elliptizität der beiden Körper ausüben könnte, vom gleichen Betrage, so daß er aus der Differenz der Helligkeiten verschwindet. Man wird deshalb die Untersuchung der Reflexion stets vor der definitiven Bestimmung der eff. Elliptizität vornehmen und letztere erst berechnen, nachdem man die Lichtkurve nach Gl. (119) verbessert hat. Wegen des geringen Betrages der Reflexion kann man auch statt der Gl. (119) nach folgender Formel die Verbesserung an die Lichtkurve unmittelbar in Größenklassen anbringen:

$$\Delta m = -\,1.08\,(c_2 - c_1) \sin i \cos \vartheta\,. \qquad (119\,a)$$

Nach Gl. (118) ist der Einfluß der Reflexion zur Zeit der Konjunktionen beider Komponenten ($\vartheta = 0^0$ und 180^0) am stärksten. Da aber der reflektierende Körper gerade dann verfinstert ist, so wird die Wirkung für uns kurz vor Beginn und kurz nach dem Ende der Bedeckung am auffälligsten. Sie ist aber keineswegs bei beiden Konjunktionen gleich. Nehmen wir an, B sei der hellere Körper, so findet das Hauptminimum statt, wenn B hinter A steht. B empfängt und reflektiert aber als kleinerer Stern von A weniger Licht als umgekehrt der größere Körper A von dem helleren B. Die Aufhellung des Systems infolge der Reflexion wird also am stärksten sein, wenn A hinter B steht, also kurz vor oder kurz nach dem Nebenminimum. Dieser Umstand ist für das Nebenminimum insofern günstig, als dadurch seine Tiefe scheinbar vergrößert wird. Die Wirkung der Reflexion kommt in der Lichtkurve Algols (Fig. 7) deutlich zum Ausdruck: Die Helligkeit des Sterns erreicht in unmittelbarer Nähe des Nebenminimums ihren größten Wert.

Der Periastroneffekt

kommt in elliptischen Bahnen dadurch zustande, daß sich die beiden Komponenten, ähnlich wie es vielleicht bei den Sternen vom δ Cephei-Typus der Fall ist, gegenseitig zu stärkerem Selbstleuchten anregen, wenn sie sich am nächsten stehen. Die Helligkeit des Systems wird dadurch, allerdings nur in äußerst geringem Betrage, von dem gegenseitigen Abstand der beiden Komponenten abhängig. Am einfachsten wird man die Wirkung des Periastroneffekts, der natürlich nur bei Messungen von höchster Genauigkeit nachweisbar ist, durch eine harmonische Reihe berücksichtigen, wobei man sich auf die vom Sinus und Cosinus des einfachen Winkels abhängigen Glieder beschränkt.

Wählt man die Gleichung von der Form:

$$\Delta m = a \cos \vartheta + b \sin \vartheta , \qquad (120)$$

so verschmilzt das erste Glied mit dem Ausdruck für den Rückstrahlungseffekt [Gl. (119)]. Das zweite Glied $b \sin \vartheta$ gibt Ungleichheiten in der Helligkeit des Systems zur Zeit der beiden Maxima wieder und kann daraus erkannt werden. Es läßt sich auch damit erklären, daß die voraneilende Hemisphäre des Begleiters dauernd heller ist als die nachfolgende, ähnlich wie es bei dem in Fig. 37 dargestellten System der Fall ist.

Die Untersuchung der Lichtkurve in ihrem Verlauf außerhalb der Bedeckungen kann auch so durchgeführt werden, daß man für jede beobachtete oder jede der Kurve entnommene Intensität l eine Gleichung

$$l = l_0 + a \cdot \cos \vartheta + b \cdot \sin \vartheta + c \cdot \cos 2\vartheta + d \cdot \sin 2\vartheta \qquad (120\,a)$$

ansetzt, die die Anfangsglieder einer *Fourier*schen Reihe enthält. (l_0 = mittl. Intensität außerhalb der Bedeckung, die übrigen Glieder stellen die Einflüsse der Reflexion, des Periastrons und der eff. Elliptizität dar.) Man wird dieses Verfahren nur bei sehr guten Beobachtungen wählen und zwar dann, wenn sich die einzelnen Einwirkungen nicht ohne weiteres aus der Kurve erkennen lassen.

Bei einer Bahnbestimmung aus genaueren Helligkeitsmessungen wird man an die Ordinaten der beobachteten Lichtkurve zunächst Korrektionen anbringen, die die Wirkung der drei zuletzt besprochenen Effekte, den der Elliptizität, den der Reflexion und den Periastroneffekt, eliminieren. Man erreicht dadurch, daß die Helligkeit des Systems außerhalb der Verfinsterung konstant erscheint.

Die Lichtkurve während der Verfinsterung wird dann so dargestellt, als ob sie von einem idealen System herrührte, wie wir es im Anfang betrachtet haben, bei dem die Komponenten kugelförmig, nicht reflektierend und ohne gegenseitige Beeinflussung sind.

Die Bestimmung des Radienverhältnisses und die Ableitung der theoretischen Lichtkurve nach der Russellschen Methode.

In einigen der vorhergehenden Abschnitte ist gezeigt worden, wie man aus den Werten für die Intensitätsverluste in der größten Phase der Minima oder aus der Lage der Wendepunkte in der Lichtkurve die Bestimmung von k vornehmen kann. Wenn die Größe der abgedeckten Fläche zur Zeit der Mitte der Verfinsterung bekannt war, waren die Gl. (107) und (106a) anwendbar, oder bei Benutzung der Wendepunkte konnte man sich der Gl. (112) und (113) bedienen. Auf jeden Fall kamen dabei nur vereinzelte ausgezeichnete Punkte der Lichtkurve zur Anwendung. *Russell* hat ein Verfahren angegeben, nach dem man beliebig viele Punkte der Lichtkurve zur Bestimmung von k heranziehen kann und, nachdem die Elemente der Verfinsterung gefunden sind, eine theoretische Lichtkurve rückwärts ableiten kann, die eine Vergleichung mit der beobachteten Kurve gestattet. Der wesentliche Vorzug dieser Methode ist, daß die Rechnung durch Tafeln sehr bequem gemacht ist.

a) Vollständige Bedeckung beider Körper. Kriterium: konstante Minimalhelligkeit.

Auf S. 295 war gezeigt worden, daß bei der Bedeckung zweier Kreisscheiben zwischen dem bedeckten Areal einerseits und dem Verhältnis der Radien und dem Abstand der Scheibenmitten andererseits eine eindeutige Beziehung besteht, die durch Gl. (94) ausgedrückt ist. Wenn die bedeckte Fläche auf die kleinere Scheibe B als Einheitsfläche bezogen wird, so lautet diese Beziehung:

$$\alpha = f(k,\ \delta/r_1). \tag{94c}$$

Die Umkehrung dieser Funktion f sei die Funktion φ:

$$\delta = r_1\, \varphi(k,\ \alpha). \tag{94d}$$

Russell hat nun eine Tafel gegeben, die zwar nicht entsprechend der Gl. (94d) den Wert von δ mit den Argumenten α und k gibt, sondern die Funktion in etwas abgeänderter Form enthält, nämlich:

$$p(k,\ \alpha) = (1/k)\,[\varphi(k,\ \alpha) - 1], \tag{121}$$

so daß

$$\delta = 1 + k p(k, \alpha)$$

ist. $p(k, \alpha)$ ist des Abstand, den das Zentrum der kleineren Scheibe vom Rande der größeren hat, ausgedrückt in Teilen des Radius der kleineren Scheibe, also $O_2 M : O_2 N$ in Fig. 41.

Nimmt man die Bahn kreisförmig an und setzt ihren Radius $a = 1$, so erhält man nach Gl. (93):

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \cdot \sin^2 \vartheta = r_1^2 [\varphi(k, \alpha)]^2. \qquad (93\,a)$$

Da die bedeckte Fläche α proportional dem Lichtverlust ist, so kann man der Intensitätskurve für jeden Phasenwinkel ϑ den entsprechenden Wert von α entnehmen. Führt man dies für drei Phasenwinkel ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 aus, für die man die entsprechenden Werte α_1, α_2, α_3 entnimmt, so lassen sich nach Gl. (93a) die drei Beziehungen aufstellen:

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \vartheta_1 = r_1^2 [\varphi(k, \alpha_1)]^2,$$
$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \vartheta_2 = r_1^2 [\varphi(k, \alpha_2)]^2,$$
$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \vartheta_3 = r_1^2 [\varphi(k, \alpha_3)]^2.$$

Durch Subtraktion eliminiert man die ersten Posten der linken Seite und durch Division der Differenzen die konstanten Faktoren:

$$\frac{\sin^2 \vartheta_1 - \sin^2 \vartheta_2}{\sin^2 \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_3} = \frac{\varphi(k, \alpha_1) - \varphi(k, \alpha_2)}{\varphi(k, \alpha_2) - \varphi(k, \alpha_3)} = \psi(k, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3). \qquad (122)$$

Der Quotient ist eine Funktion ψ von vier Variabeln, die sich tabulieren läßt, wenn man zweien dieser Variabeln feste Werte beilegt. Dies hat *Russell* in einer Tafel (C, Anhang) ausgeführt, indem er für α_2 den Wert wählte, bei dem $^6/_{10}$, für α_3 aber denjenigen, bei dem $^9/_{10}$ der ganzen Scheibe bedeckt sind.

Die Rechnung nimmt dann folgenden Gang:

Die Beobachtungen geben den Intensitätsverlust zwischen dem vollen Licht ($\alpha = 0$) und dem kleinsten Licht ($\alpha = 1$) nebst den dazugehörigen ϑ. Für bestimmte Zwischenwerte $\alpha_n = 0.1,\ 0.2,\ 0.3 \ldots 0.9$ können wir die entsprechenden Lichtverluste entweder in Intensität oder, wenn die Lichtkurve die Größenklassen gibt, in Größen leicht ausrechnen. Mit diesen Werten entnehmen wir aus der beobachteten Kurve für den Lichtverlauf die zugehörigen Phasenwinkel. Die linke Seite der Gl. (122) ist dann also bekannt:

$$\frac{\sin^2 \vartheta_n - \sin^2 \vartheta_{0.6}}{\sin^2 \vartheta_{0.6} - \sin^2 \vartheta_{0.9}} = \psi(k, \alpha_n, \alpha_{0.6}, \alpha_{0.9}). \qquad (122\,a)$$

Aus der Tafel C (Anhang) erhält man durch Interpolation mit den Argumenten $\alpha_n = 0.1,\ 0.2 \ldots 0.9$ und den entsprechenden ψ-Werten die als Argument in der Tafel geführten k-Werte. Auf diese Weise gibt jeder α_n-Wert, mit Ausnahme der beiden $\alpha_n = 0.6$ und $\alpha_n = 0.9$ einen Wert von k. Sollte die Übereinstimmung der k-Werte untereinander an einer Stelle der Intensitätskurve ungenügend sein, so läßt sich diesem Übelstand meistens durch eine konstante Korrektion aller ψ-Beträge abhelfen. Dies bedingt aber wieder eine Änderung des Nenners $\sin^2 \vartheta_{0.6} - \sin^2 \vartheta_{0.9}$ und dementsprechend eine proportionale Verbesserung des Subtrahenden im Zähler der (Gl. (122a). Als definitiven Wert von k nimmt man schließlich, wenn eine hinreichende Übereinstimmung aller k erzielt ist, den Mittelwert aus allen Bestimmungen.

b) Partielle Verfinsterung. Kriterium: keine konstante Phase der Helligkeit im Minimum.

Das vorhin erörterte Verfahren zur Ableitung von k versagt hier, weil nicht mehr die Gesamtfläche der Scheibe von B zur Wirkung gelangt. Die Größe der wirksamen Fläche ist zunächst unbekannt, daher muß ein gleichsam interpolatorisches Verfahren zu ihrer Ermittelung angewandt werden.

Die Fläche, die in der größten Phase der Verfinsterung abgeblendet wird, nennen wir α_0. In dem Moment, der dem Phasenwinkel ϑ entspricht, wird der Teilbetrag $n\,\alpha_0$ bedeckt. Kurz vor Beginn oder nach Beendigung der Bedeckung ist $n = 0$, zur Zeit der größten Phase $n = 1$. Der Fläche, die wir oben mit α bezeichnet haben, entspricht dann die Fläche $n\,\alpha_0$, und der Lichtverlust im Minimum ist nicht mehr, wie im vorigen Fall: $1 - \lambda$, sondern nur $n(1 - \lambda)$.

Wenn wir also den Phasenwinkel, der zu n gehört, mit $\vartheta(n)$ bezeichnen, so erhalten wir, entsprechend der Gl. (122):

$$\sin^2 \vartheta(n) = \sin^2 \vartheta_2 + (\sin^2 \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_3) \cdot \psi(k,\ n\,\alpha_0). \qquad (123)$$

In der Mitte der Verfinsterung ist $\vartheta = 0^0$ und $n = 1$. Also:

$$0 = \sin^2 \vartheta_2 + (\sin^2 \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_3)\,\psi(k,\ \alpha_0). \qquad (123a)$$

Durch Subtraktion dieser beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\sin^2 \vartheta(n) = (\sin^2 \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_3)\,[\psi(k,\ n\,\alpha_0) - \psi(k,\ \alpha_0)]. \qquad (124)$$

Diese Gleichung wird, ebenso wie es oben geschehen ist, durch eine zweite von derselben Form dividiert. Für das n dieser Glei-

chung wählen wir einen festen Wert, sagen wir $n = \frac{1}{2}$, damit wir den Faktor $(\sin^2 \vartheta_2 - \sin^2 \vartheta_3)$ verlieren.

$$\frac{\sin^2 \vartheta(n)}{\sin^2 \vartheta(\frac{1}{2})} = \frac{\psi(k, n\alpha_0) - \psi(k, \alpha_0)}{\psi(k, \frac{1}{2}\alpha_0) - \psi(k, \alpha_0)} = \chi(k, \alpha_0, n). \tag{125}$$

Hierdurch ist eine neue Funktion χ definiert, die sich tabulieren läßt. Es ist also wieder der gleiche Kunstgriff angewandt, wie im früheren Fall. Zur vollständigen Lösung des Problems müssen wir uns nur für bestimmte Werte von n — etwa $n = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ — Tafeln anfertigen, um damit die Werte von k und α_0 für die verschiedenen Annahmen von n zu erhalten.

Wir brauchen aber gar nicht so viele Einzeltafeln, da die Funktionswerte, wie *Russell* gezeigt hat, (wenigstens innerhalb großer Strecken) nahezu miteinander parallel laufen. Sie sind linear abhängig voneinander, so daß man mit Hilfe einer einfachen Gleichung leicht von einer Tafel zur anderen gelangen kann. Diese Gleichung hat die Form:

$$\chi(k, \alpha_0, n) = \omega_1(n) + \omega_2(n)\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}). \tag{126}$$

Wenn also für die Funktion $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ eine Grundtafel (Tafel D, Anhang) vorliegt, und wenn man für ein anderes n den Funktionswert kennen möchte, so braucht man nur für dieses n die Werte von ω_1 und ω_2 zu wissen, um nach Gl. (126) den gewünschten χ-Wert berechnen zu können. Die Werte von ω_1 und ω_2 sind von *Russell* ebenfalls in Tabellenform gegeben (Tafel E, Anhang).

Wenn auch der parallele Verlauf der Funktion χ für verschiedene Werte von n für das Rechnen sehr angenehm ist, so liegt dennoch ein großer Nachteil darin, daß dadurch die Lösung der Aufgabe an Bestimmtheit wesentlich einbüßt. Dies ist in der Natur der Sache begründet, da bei der partiellen Verfinsterung ein Teil der Sternscheibe nicht in Wirksamkeit tritt. Je weniger Partien der Scheibe (und der Ränder) zur Bildung der Lichtkurve beitragen, um so unbestimmter muß das Problem werden.

Wenn auch noch das sekundäre Minimum beobachtet ist, so bedienen wir uns der Gl. (106a) und gewinnen dadurch eine andere Beziehung zwischen α_0 und k:

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda^2}{k^2}. \tag{106a}$$

Wir schlagen nun zur Auffindung von α_0 und k folgendes Verfahren ein:

Aus Gl. (125) ergibt sich für $n = \frac{1}{4}$ die Beziehung:

$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = \sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{4}) / \sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{2}). \qquad (127)$$

Hiermit und aus Gl. (125) und (126) findet man:

$$\sin^2 \vartheta(n) = \omega_1(n) \sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{2}) + \omega_2(n) \sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{4}). \qquad (126\,a)$$

Mit Hilfe der Tafel E und der Gl. (126a) kann man aus einer Reihe von Punkten auf der Lichtkurve Werte für $\sin^2 \vartheta(\frac{1}{2})$ und $\sin^2 \vartheta(\frac{1}{4})$ finden.

Mit Gl. (127) können wir aus den Mittelwerten von $\sin^2 \vartheta(\frac{1}{2})$ und $\sin^2 \vartheta(\frac{1}{4})$ die χ-Funktion bestimmen und haben damit eine Beziehung zwischen α_0 und k. Die Gl. (106a) liefert dann noch die zweite Relation zwischen diesen Größen. Gl. (106a) und (127) müssen durch die gefundenen Werte von α und k erfüllt werden.

Russell hat für die Auffindung des richtigen Wertepaares auch noch eine graphische Methode vorgeschlagen:

Man zeichnet zwei Diagramme, die die durch die beiden Gl. (106a) und (127) gegebenen Kurven darstellen. In horizontaler Richtung trägt man α_0, in vertikaler die entsprechenden k auf. Legt man beide Zeichnungen, von denen die eine transparent sein muß, so aufeinander, daß sich der Punkt ($\alpha_0 = 0$, $k = 1$) im einen Diagramm mit dem Punkt ($\alpha_0 = 1 - \lambda_1$, $k = 1$) im anderen deckt, so gibt der Schnittpunkt beider Kurven das gesuchte χ im einen, und das entsprechende $\alpha = (1 - \lambda)/k^2$ im anderen Bild. Aus der Schärfe, mit der beide Kurven sich schneiden, läßt sich die Sicherheit abschätzen, mit der sich die gesuchten Werte ergeben.

Wenn das richtige Wertepaar gefunden ist, gestaltet sich der Fortgang der Elementenbestimmung ganz genau so, wie es früher angegeben ist. Vor allem liefert uns Gl. (106a) die Lichtverhältnisse der beiden Komponenten.

Die oben entwickelten Formeln gelten für kugelförmige Komponenten, weil sie unter Voraussetzung kreisförmiger Scheiben abgeleitet sind, ebenso für Ellipsoide, deren Figurenachsen auf der Bahnebene senkrecht stehen (vgl. S. 286). Für langgestreckte Rotationsellipsoide muß dagegen eine Modifikation eintreten, denn es ist zu berücksichtigen, daß die Projektionsellipsen, denen die abgedeckten Doppelsegmente angehören, ihren Flächeninhalt bei der Rotation der Körper verändern. (Für die vollbeleuchteten Scheiben war diese Änderung durch die Rektifikation der Lichtkurve eliminiert worden.) Daher ist in allen Formeln nach Gl. (116) die Größe r_1 mit $(1 - x \cdot \cos^2 \vartheta)^{1/2}$ zu multiplizieren. Dadurch ändern sich aber auch

die Ausdrücke für ψ und χ. Man erhält dann für die Gl. (93a), (122), (125), (126) und (127):

$$\left.\begin{aligned}\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \vartheta &= r_1^{\,2}(1 - z\cos^2\vartheta)[\varphi(k,\alpha)]^2 \\ &= r_1^{\,2}(1 - z\cos^2\vartheta)[1 + kp(k,\alpha)]^2,\end{aligned}\right\} \quad (93\,a')$$

$$\frac{(\sin^2\vartheta_1 - \sin^2\vartheta_2)(1 - z\cos^2\vartheta_3)}{(\sin^2\vartheta_2 - \sin^2\vartheta_3)(1 - z\cos^2\vartheta_1)} = \psi(k, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad (122')$$

$$\frac{(\sin^2\vartheta_n - \sin^2\vartheta_{0.6})(1 - z\cos^2\vartheta_{0.9})}{(\sin^2\vartheta_{0.6} - \sin^2\vartheta_{0.9})(1 - \cos^2\vartheta_n)} = \psi(k, \alpha_n, \alpha_{0.6}, \alpha_{0.9}), \quad (122\,a')$$

$$\frac{\sin^2\vartheta(n)\left(1 - z\cos^2\vartheta(\tfrac{1}{2})\right)}{\sin^2\vartheta(\tfrac{1}{2})\left(1 - z\cos^2\vartheta(n)\right)} = \chi(k, \alpha_0, n), \quad (125')$$

$$= \omega_1(n) + \omega_2(n)\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}), \quad (126')$$

$$\frac{\sin^2\vartheta(n)}{1 - z\cos^2\vartheta(n)} = \omega_1(n)\frac{\sin^2\vartheta(\tfrac{1}{2})}{1 - z\cos^2\vartheta(\tfrac{1}{2})} + \omega_2(n)\frac{\sin^2\vartheta(\tfrac{1}{4})}{1 - z\cos^2\vartheta(\tfrac{1}{4})}, \quad (126\,a')$$

$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = \sin^2\vartheta(\tfrac{1}{4})\left(1 - z\cos^2\vartheta(\tfrac{1}{2})\right) / \sin^2\vartheta(\tfrac{1}{2})\left(1 - z\cos^2\vartheta(\tfrac{1}{4})\right). \quad (127')$$

Die Ermittelung der Bahnelemente.

Nachdem die physikalischen Eigenschaften der Komponenten festgestellt sind, können wir an die Bestimmung der Bahnelemente gehen. Der einfachste Fall ist, daß beide Körper voneinander stets den gleichen Abstand behalten, also der an Masse kleinere um den Schwerpunkt des größeren einen Kreis beschreibt. Zwar bewegen sich beide Sterne um den gemeinsamen Schwerpunkt; in der Theorie der Doppelsternbahnen wird aber gezeigt, daß es auf dasselbe hinauskommt, wenn wir uns die eine Komponente als unbewegt denken und die Bahn des anderen Körpers auf ihren Schwerpunkt beziehen.[1])

Die Kreisbahn.

Gegeben sind für verschiedene Phasenwinkel ϑ die scheinbaren Abstände der Zentren beider Scheiben δ. Wir erhalten zwei Gleichungen der Form (93) oder (93a):

$$\left.\begin{aligned}\delta_1^{\,2} &= a^2(\cos^2 i\cos^2\vartheta_1 + \sin^2\vartheta_1) = r_1^{\,2}[\varphi(k, \alpha_1)]^2, \\ \delta_2^{\,2} &= a^2(\cos^2 i\cos^2\vartheta_2 + \sin^2\vartheta_2) = r_1^{\,2}[\varphi(k, \alpha_2)]^2.\end{aligned}\right\} \quad (93\,b)$$

Am sichersten bestimmen sich diese Werte, wenn die beiden Phasenwinkel bei derselben Art des Minimums möglichst weit auseinanderliegen. Dies ist für die beiden Werte ϑ' zu Beginn und ϑ'' am Ende der Bedeckung der Fall, die wir aus der theoretischen

[1]) Siehe u. a. *J. Bauschinger*, Bahnbestimmung S. 616 (1906).

Lichtkurve genauer als durch unmittelbare Beobachtung kennen. Die Distanz wird dann $\delta = r_1(1 + k)$, wobei der Radius des Hauptsterns in Teilen von $a = 1$ ausgedrückt ist, und

$$\left.\begin{aligned} r_1^2(1 + k)^2 &= \cos^2 i \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta', \\ r_1^2(1 + k)^2 &= \cos^2 i \cos^2 \vartheta'' + \sin^2 \vartheta''. \end{aligned}\right\} \quad (128)$$

Für die Phasenwinkel der inneren Kontakte tritt $(1 - k)^2$ an die Stelle von $(1 + k)^2$. In der Mitte der Finsternis wird $\vartheta = 0$ und aus den Gl. (93a) und (121) ergibt sich:

$$r_1^2[1 + k \cdot p(k, \alpha)]^2 = \cos^2 i, \quad (128a)$$

worin für β Lyrae-Sterne an die Stelle von r_1^2 wieder $r_1^2(1 - z\cos^2\vartheta)$ zu treten hat. Also wird aus den Gl. (128) und (128a):

$$r_1^2(1 - z\cos^2\vartheta')(1 \pm k)^2 = \cos^2 i \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta', \quad (128')$$

$$r_1^2(1 - z)[1 + k \cdot p(k, \alpha)]^2 = \cos^2 i. \quad (128a')$$

Der Lichtwechsel in der elliptischen Bahn.

Aus dem Verlauf der Lichtkurve, vor allem aus den Zwischenzeiten zwischen dem Haupt- und dem Nebenminimum, läßt sich meistens sofort entscheiden, ob man die Bahn als kreisförmig oder als elliptisch anzusehen hat. Die Verhältnisse werden uns durch die Fig. 42 am schnellsten klar, wenn wir berücksichtigen, daß die Winkelgeschwindigkeit des Begleiters um so größer ist, je näher er dem Hauptstern steht. Es sei

P_1P_2	die große Achse,
M	der Mittelpunkt der Ellipse,
P_1	das Periastron,
P_2	das Apastron,
F	der Brennpunkt,
M_pFM_s	die Richtung des Visionsradius,
$FM:P_1M = e$	die Exzentrizität der Ellipse,
S_1FS	die Knotenlinie,
$\sphericalangle P_1FS_1 = \omega$	die Länge des Periastrons.

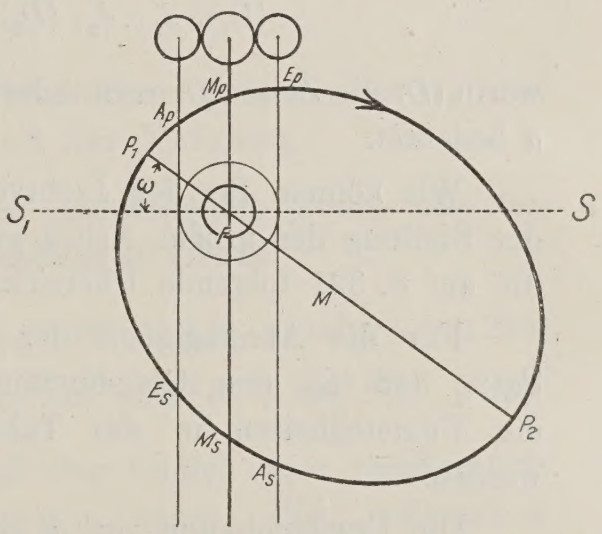

Fig. 42. Verhältnisse in der elliptischen Bahn.

Der kleinere der beiden Kreise um F stellt den Umfang des größeren Sterns A dar, der Radius des größeren ist gleich der Summe der Halbmesser beider Körper A und B. Die beiden Tangenten A_pE_s und A_sE_p sind dem Visionsradius parallel. Wenn der Be-

gleiter B in A_p oder in A_s steht, sehen wir den Anfang, wenn er in E_p oder in E_s steht, sehen wir das Ende des primären bzw. sekundären Minimums. Die Punkte M_p und M_s entsprechen den Zeiten der Konjunktionen und der größten Phase der Bedeckung, nicht notwendigerweise den zeitlichen Mittelwerten aus Beginn und Ende der Finsternisse.

Es befinde sich B

in A_p zur Zeit t_1,	in A_s zur Zeit t_3,
„ M_p „ „ t_p,	„ M_s „ „ t_s,
„ E_p „ „ t_2,	„ E_s „ „ t_4.

Die Bewegung von B erfolgt in der Richtung des Pfeils. Wir setzen die Zwischenzeiten, die B braucht, um

von	A_p	nach	M_p	zu gelangen,	also	$t_p - t_1 = d_1$,
„	M_p	„	E_p	„	„	$t_2 - t_p = d_2$,
„	A_s	„	M_s	„	„	$t_3 - t_3 = d_3$,
„	M_s	„	E_s	„	„	$t_4 - t_s = d_4$,
„	M_s	„	M_p	„	„	$t_p + P - t_s = D_1$,
„	M_p	„	M_s	„	„	$t_s - t_p = D_2$,

so ist die Aufeinanderfolge der einzelnen Zeitabschnitte:

$$(D_1),\ d_1,\ d_2,\ (D_2),\ d_3,\ d_4,\ (D_1)\ \ldots,$$

worin (D) die Zeiten D, vermindert um die beiden darin enthaltenen d bedeutet.

Wir können für den Lichtverlauf und seine Abhängigkeit von der Stellung der großen Achse gegen den Visionsradius, also von ω, die auf S. 321 folgende Übersicht geben.

Für die Abhängigkeit der Größen D und d von e gilt der Satz, daß an den Gleichheiten nichts geändert wird, dagegen die Ungleichheiten in der Tabelle mit wachsendem e verstärkt werden.

Die Ungleichheiten von d_1 und d_2 bzw. d_3 und d_4 äußern sich in der Unsymmetrie der Lichtkurve in bezug auf das Minimum. Zur Beurteilung von e müssen sie dienen, wenn nur das Hauptminimum beobachtet werden kann. Wenn aber auch das Nebenminimum beobachtet ist, so gibt die Differenz $D_1 - D_2$ das beste Kriterium für die Existenz einer Exzentrizität, außer wenn ω nahe bei 90^0 oder 270^0 liegt.

Übersicht über den Lichtverlauf in seiner Abhängigkeit von ω.

Für die Zeiten (D_1) und (D_2) herrscht volles Licht,
„ „ „ d_1 „ d_3 „ abnehmendes Licht,
„ „ „ d_2 „ d_4 „ zunehmendes „ .

Lage der großen Achse	Zeitdauer zwischen den Minimis	Verhältnis zwischen der Dauer der Ab- u. Zunahme		Verhältnis zwischen der Dauer der Minima
		in gleichen Minimis Ab- Zunahme	in verschied. Minimis Ab- Zunahme	
Kreisbahn	$D_1 = D_2$	$d_1 = d_2$ $d_3 = d_4$	$d_1 = d_3$ $d_2 = d_4$	$d_1 + d_2 = d_3 + d_4$
Ell. Bahn $\omega = 0^0$	$D_1 < D_2$	$d_1 < d_2$ $d_3 > d_4$	$d_1 < d_3$ $d_2 > d_4$	$d_1 + d_2 = d_3 + d_4$
90^0	$D_1 = D_2$	$d_1 = d_2$ $d_3 = d_4$	$d_1 > d_3$ $d_2 > d_4$	$d_1 + d_2 > d_3 + d_4$
180^0	$D_1 > D_2$	$d_1 > d_2$ $d_3 < d_4$	$d_1 > d_3$ $d_2 < d_4$	$d_1 + d_2 = d_3 + d_4$
270^0	$D_1 = D_2$	$d_1 = d_2$ $d_3 = d_4$	$d_1 < d_3$ $d_2 < d_4$	$d_1 + d_2 < d_3 + d_4$

Allgemeine Beziehung zwischen dem Radiusvektor, der wahren Länge und der Neigung.

Zur scharfen Bestimmung des Radiusvektors ϱ und der Neigung i können schließlich die Gleichungen dienen:

$$r_1^2(1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2 \vartheta_e)(1 + k)^2 = \varrho_e^2(\cos^2 i \cos^2 \vartheta_e + \sin^2 \vartheta_e), \quad (129\,a)$$

$$r_1^2(1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \cos^2 \vartheta_i)(1 - k)^2 = \varrho_i^2(\cos^2 i \cos^2 \vartheta_i + \sin^2 \vartheta_i), \quad (129\,b)$$

von denen die letzte nur im Fall von totalen oder ringförmigen Finsternissen zur Anwendung kommen kann. Hier bedeutet ϑ die wahre Länge in der Bahn. Die Größen ϑ_e und ϱ_e gelten für die Momente der äußeren, ϑ_i und ϱ_i dagegen für die der inneren Berührung der Scheiben. Bei Kreisbahnen wird ϑ zur mittleren Länge oder zum Phasenwinkel und $\varrho = a = 1$. Für kugelförmige Komponenten wird $\varepsilon = 0$ und bei zentralem Durchgang $(i = 90^0)$ wird $\delta = \varrho \sin \vartheta$.

Die Bestimmung der Exzentrizität.

Wenn wir die halbe große Achse zur Längeneinheit wählen, so ist der Abstand FM des Brennpunkts vom Mittelpunkt gleich der Exzentrizität. Ihre Bestimmung zerfällt in zwei getrennte Teile: in die Bestimmung von $e\cos\omega$ und die von $e\sin\omega$.

Die cos-Komponente kann man leicht aus der Ungleichheit der Zeiten zwischen den primären und den sekundären Minimis berechnen. Man erhält:

$$e\cos\omega = (t_2 - t_1 - \tfrac{1}{2}P)\,\pi / P(\mathrm{cosec}^2 i + 1), \qquad (130)$$

wo die t die Zeiten der größten Phase bedeuten. Diese Formel läßt sich ohne weiteres aus der sog. Mittelpunktsgleichung in der Ellipse (*Bauschinger*, Bahnbestimmung S. 141)

$$M = v - 2e\sin v - \ldots \qquad (131)$$

ableiten, worin M die mittlere, v die wahre Anomalie bedeutet, wenn man v für die Momente der Verfinsterungen gleich $90^0 - \omega$ und $270^0 - \omega$ setzt. In den Elongationspunkten wird $v = -\omega$ und $= 180^0 - \omega$, und man kann unter Verwendung der Zeiten für die Konjunktionen auch den Wert von $e\sin\omega$ berechnen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Elongationszeiten sich hinreichend scharf aus der Lichtkurve bestimmen lassen, also nur bei β Lyrae-Sternen. Ferner muß man dabei voraussetzen, daß die großen Achsen der beiden Komponenten stets genau in der Verbindungslinie der Zentren liegen, d. h. also, daß keine Libration stattfindet.

Bezeichnet man den Positionswinkel im Moment der Berührung beider Scheiben, d. h. den Winkel, den die Verbindungslinien ihrer Zentren im Moment des äußeren Kontakts und in der größten Phase miteinander bilden, mit γ, so gilt die Beziehung:

$$(r_1' + r_2')\,\varrho''\sin\gamma'\sin\vartheta'' = (r_1'' + r_2'')\,\varrho'\sin\gamma''\sin\vartheta', \qquad (132)$$

worin ϱ den Radiusvektor und ϑ wie früher die wahre Länge in der Bahn bedeutet und die einfach gestrichenen Größen sich auf das primäre, die doppelt gestrichenen auf das sekundäre Minimum beziehen.

Rechnet man nun nach Gl. (130) für äquidistante Werte von ω die entsprechenden e aus und dann für eine Reihe von mittleren Anomalien M die dazugehörigen wahren Anomalien v, um die Funktionen $f_1(\omega) = \varrho'\sin\vartheta'\sin\gamma''$ und $f_2(\omega) = \varrho''\sin\vartheta''\sin\gamma'$ darstellen zu können, so ergibt der Schnittpunkt der beiden Kurven f_1 und f_2 den Wert von ω und schließlich e. Zur Berechnung der

wahren Anomalie und damit von ϑ bedient man sich einer Tafel, wie sie z. B. von *Schlesinger* und *Udick*[1]) gegeben worden ist.

Dieses Verfahren ist ziemlich umständlich, und für den Fall, daß es sich um geringe Exzentrizitäten handelt, hat *Russell*[2]) ein bequemeres Näherungsverfahren gegeben, das hierfür genügend streng ist. Man wird jedoch selten in die Lage kommen, reelle Werte für $e \sin \omega$ aus der Lichtkurve mit hinreichender Sicherheit ableiten zu können.

Ableitung der Elemente unter der Annahme nicht gleichförmig heller Sternscheiben.

Die Annahme der Randverdunkelung. Unsere bisherige Einschränkung, daß die Komponenten eines Bedeckungsvariabeln sich als gleichförmig erleuchtete Scheiben zeigen, war nur durch die Einfachheit berechtigt, die das Problem der Bahnbestimmung dadurch gewinnt. Die einzige Sternscheibe, die unserer Untersuchung unmittelbar zugänglich ist, ist die unserer Sonne, und dort finden wir, daß die Scheibe in der Mitte am hellsten ist, nach dem Rande hin aber beträchtlich abgedunkelt erscheint. Diese Abdunkelung rührt von einer Atmosphäre her, die die Sonne umgibt, sie ist je nach der Wellenlänge der betrachteten Strahlen verschieden. Die genauesten Untersuchungen über diesen Gegenstand stammen von *Abbot*[3]), und die folgende Tafel, die dieser Arbeit entnommen ist, enthält für die hauptsächlich in Betracht kommenden Wellenlängen das Intensitätsverhältnis in bezug auf die Mitte der Scheibe.

Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe.

Wellenlänge	Abstand von der Sonnenmitte in Teilen des Radius ($= r_\odot \sin \gamma$).									
	0.00	0.20	0.40	0.55	0.65	0.75	0.825	0.875	0.92	0.95
$0^\mu.386$	1.0000	0.9801	0.9258	0.8556	0.7920	0.7097	0.6326	0.5543	0.4826	0.4177
0.433	1.0000	0.9780	0.9271	0.8663	0.8060	0.7290	0.6471	0.5827	0.5098	0.4499
0.456	1.0000	0.9857	0.9416	0.8848	0.8314	0.7564	0.6810	0.6160	0.5377	0.4706
0.481	1.0000	0.9871	0.9438	0.8914	0.8401	0.7706	0.7007	0.6378	0.5658	0.4988
0.501	1.0000	0.9850	0.9454	0.8945	0.8449	0.7773	0.7106	0.6501	0.5826	0.5171
0.534	1.0000	0.9870	0.9499	0.9018	0.8561	0.7919	0.7282	0.6720	0.6053	0.5478
0.604	1.0000	0.9894	0.9568	0.9129	0.8722	0.8160	0.7606	0.7102	0.6485	0.5935
0.670	1.0000	0.9906	0.9612	0.9241	0.8870	0.8376	0.7860	0.7404	0.6803	0.6292

[1]) Publ. of the Allegheny Obs. Vol. II, Nr. 17 (1912).

[2]) *ApJ* **36**, 54 (1912).

[3]) Annals of the Astroph. Obs. of the Smithsonian Institution III S. 157 (1913).

Die Helligkeit auf der Sonnenscheibe[1]) läßt sich durch eine einfache Kosinusformel darstellen:

$$J = J_0(1 - a + a\cos\gamma), \tag{133}$$

worin J die Intensität eines Flächenelements, dessen Normale mit dem Visionsradius den Winkel γ bildet, J_0 die Intensität für das Zentrum der Scheibe ($\gamma = 0^0$) und a den Abdunkelungskoeffizienten bedeutet, der für die verschiedenen Wellenlängen verschieden ist. Die Gl. (133) wendet man allgemein auch auf die Scheiben der Verfinsterungsveränderlichen an.

Ist der Radius des Gestirns gleich 1, so wird der scheinbare Abstand eines Punktes auf der Scheibe vom Mittelpunkt $= \sin\gamma$, und die Gesamtintensität J_γ der Scheibe bis zum Radius $R = \sin\gamma$ ergibt sich:

$$J_\gamma = \int_0^\gamma J_0(1 - a + a\cos\gamma)\, 2\pi \sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma, \tag{134}$$

$$\left.\begin{aligned} &= J_0\pi\left[(1-a)\sin^2\gamma - \tfrac{2}{3}a\cos^3\gamma\right]_0^\gamma, \\ &= J_0\pi\left[(1-a)\sin^2\gamma + \tfrac{2}{3}a(1-\cos^3\gamma)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{135}$$

Für $a = 1$ wird:

$$J_\gamma = \tfrac{2}{3}J_0\pi(1 - \cos^3\gamma) \tag{136}$$

und für $\gamma = 90^0$:

$$J = J_0\pi(1 - \tfrac{1}{3}a). \tag{137}$$

Aus der Formel (136) folgt bei zentraler Bedeckung von A durch B für den Lichtverlust zur Zeit der Mitte der Verfinsterung:

$$\text{Lichtverlust} = L_1\left(1 - (1 - k^2)^{3/2}\right), \tag{138}$$

also ein anderer Wert, als wir ihn früher für gleichförmige Scheiben gefunden hatten, während wir bei der totalen Verfinsterung, die nach einem halben Umlauf erfolgt, ebenso wie früher $1 - L_1$ erhalten.

Da wir den Abschattierungskoeffizienten nicht kennen, so müssen wir zu einer Annahme greifen, mit deren Hilfe wir später ein Urteil über seine Größe erlangen können. *H. N. Russell* und *H. Shapley*[2]) haben ihn bei der Behandlung des Bahnbestimmungsproblems gleich 1 gesetzt. Innerhalb der beiden Grenzwerte $a = 0$ (gleichförmig helle Scheiben) und $a = 1$ (vollständige Randverdunkelung) läßt sich nun durch Versuche ein Zwischenwert von a

[1]) s. a. Göttinger Nachr. Math.-Physik. Kl. (1906).

[2]) *AJp* **36**, 240 (1920).

und hiermit durch Interpolation ein System von Elementen finden, das die Beobachtungen am besten darstellt.

Der Weg, den wir einzuschlagen haben, um das Problem der Bahnbestimmung zu behandeln, ist ganz analog demjenigen, den wir bei den gleichförmigen Scheiben gegangen sind. Zur Unterscheidung der Größen, die wir unter der Annahme von vollständig nach dem Rand abgedunkelten Scheiben erhalten, soll an die früher benutzten Zeichen der Index d angehängt werden, im Gegensatz zu den Zeichen, die sich auf gleichförmige Scheiben beziehen und den Index u erhalten.

Die Funktion $\delta = \varphi(k, \alpha')$. Die Aufgabe ist wieder die Ermittelung der abgeblendeten Lichtmenge als Funktion des Abstandes der Zentren und des Verhältnisses der Radien der beiden Sternscheiben. Die Menge des abgeblendeten Lichtes ist hier nicht mehr proportional der den beiden Scheiben gemeinsamen Fläche; daher muß eine besondere Tafel für die Funktion φ_d konstruiert werden. Die abgeblendete Lichtmenge nennen wir α' und suchen nun für eine Reihe von k- und α'-Werten die dazugehörigen δ-Werte. Die Funktion

$$\delta = \varphi_d(k, \alpha') \tag{139}$$

ist sehr kompliziert. Am einfachsten geschieht die Auffindung der Werte mit Hilfe eines Modells in ähnlicher Weise, wie sie schon *Blažko*[1]) vorgeschlagen hat. Man stellt den Stern, der bedeckt wird, durch eine Scheibe mit dem Radius 1 dar, die man durch eine Anzahl von Radien und konzentrischen Kreisen nach Art eines Polarkoordinatennetzes in Felder einteilt, denen entsprechend der Gl. (133) verschiedene Lichtintensität zukommt. Über dieses Netzsystem läßt man nun Scheiben vom Radius 1.0, 0.9, 0.8 usw. gleiten und erhält durch Abzählen der nacheinander bedeckten Felder und durch Addition der ihnen zukommenden Lichtmengen die Werte von α'. Auf diese mechanische Weise stellt man eine Tafel für die φ_d-Funktion her, die als Grundlage für die weiteren Untersuchungen dient.

Die Bestimmung der Werte von k und α' für totale Verfinsterungen aus der Lichtkurve erfolgt in genau der gleichen Weise, wie es oben für gleichförmige Scheiben geschehen ist. Gl. (93a) läßt sich ohne weiteres anwenden, nur ist anstatt der Funktion φ jetzt die φ_d-Funktion zu nehmen.

---

[1]) Ann. de l'Obs. astr. de Moscou Vol. 5, 88 (1911).

Für ringförmige und partielle Finsternisse liegen die Verhältnisse gegen früher etwas anders. Im Fall gleichförmiger Scheiben war die Unterscheidung zwischen totalen und ringförmigen Verfinsterungen nach dem Aussehen der Lichtkurve ohne besondere Untersuchung nicht möglich, wohl aber war der Fall der partiellen Finsternisse, die keine konstante Phase zeigen, ohne weiteres zu erkennen. Bei abgedunkelten Scheiben haben aber nur die totalen Finsternisse eine konstante Phase, während die Trennung zwischen ringförmiger und partieller Finsternis Schwierigkeiten macht. Beide haben Lichtkurven, die denen der partiellen Verfinsterungen bei gleichförmigen Scheiben durchaus ähnlich sind. Daß sich bei der ringförmigen Finsternis auch zwischen den inneren Kontakten die Helligkeit dauernd ändert, kommt eben daher, daß fortwährend anders abgedunkelte Stellen des einen Sterns überdeckt werden. Daher muß der Fall der Ringform zusammen mit dem der partiellen Bedeckung behandelt werden.

Hier zeigt sich gegen das Verhalten bei gleichförmigen Scheiben der Unterschied, daß die Funktionen χ, also:

$$\chi(k, \alpha_0, 0), \quad \chi(k, \alpha_0, {}^1/_4) \quad \text{und} \quad \chi(k, \alpha_0, {}^3/_4)$$

nicht mehr wie früher den parallelen Gang haben, so daß Gl. (123) nicht anwendbar ist. Auch die Gl. (106a) versagt, weil den Lichtkurven für das primäre und das sekundäre Minimum die Proportionalität der Helligkeitskoordinate fehlt.

Zunächst muß die Größe, die früher die Einheitsfläche für α bezeichnete, neu festgelegt werden. Da keine einfache Beziehung zwischen Fläche und Lichtverlust mehr besteht, so muß eine andere Lichtmenge als früher zur Einheit gewählt werden. Man nimmt hierzu die Lichtmenge, die das System für uns verliert, sowie innerer Kontakt der beiden Scheiben eintritt. Wenn dann die kleinere Scheibe noch weiter in die größere eindringt, so wird der Lichtverlust größer als die angenommene Einheit, und der Maximalverlust ist dann eingetreten, wenn die beiden Scheiben sich genau zentral bedecken. In diesem Augenblick soll die Lichtverminderung $1 + x$ betragen, wobei x eine Funktion von k ist.

Die Einheit, in der α ausgedrückt wird, ist im allgemeinen für das primäre und das sekundäre Minimum verschieden. Wenn B hinter A verborgen ist, also totale Finsternis eingetreten ist, beträgt sie L_2, sowohl für gleichförmige wie für abschattierte Scheiben. Steht dagegen B vor A, so ist sie im ersten Fall $k_2 L_1$, im anderen

$Q(k, 1) L_1$, wo Q eine noch näher zu definierende Funktion bedeutet. Es soll daher für gleichförmige Scheiben stets das Zeichen α_0, für abschattierte Scheiben jedoch, wenn B hinter A steht, das Zeichen α_0', wenn B vor A steht, das Zeichen α_0'' dienen, wobei sich die α_0 immer auf die größte Phase der Verfinsterung beziehen. Dann sind genau wie früher Tafeln für die Funktionen ψ und χ herzustellen, die sich aber äußerlich noch insofern unterscheiden, daß das Argument für ψ nicht von 0 bis 1, sondern darüber hinaus bis $1 + x$ geht.

Die Elemente leitet man genau wie früher nicht aus der Lichtkurve allein, sondern aus dem größten Lichtverlust der beiden Minima ab. Für die Lichtverhältnisse in diesen Minimis gelten jetzt die beiden Formeln, die sich aus den Gl. (105a und b) ergeben,

$$\left.\begin{aligned} 1 - \lambda_1 &= \alpha_0' L_2 , \\ 1 - \lambda_2 &= \alpha_0' L_1 Q(k, \alpha_0') . \end{aligned}\right\} \qquad (140)$$

Hierdurch ist die neue Funktion Q definiert, die tabuliert werden kann. Da $L_1 + L_2 = 1$ ist, so folgt aus Gl. (140):

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0' &= 1 - \lambda_1 + (1 - \lambda_2)/Q(k, \alpha_0') \\ \text{oder} \qquad Q(k, \alpha_0') &= (1 - \lambda_2)/(\alpha_0' - (1 - \lambda_1)) . \end{aligned}\right\} \qquad (141)$$

Für gleichförmige Scheiben ist der Wert der α_0 in beiden Verfinsterungen gleich, solange die Bahn kreisförmig ist, für abschattierte ist dies im allgemeinen nicht der Fall, sondern die beiden Werte sind miteinander durch die Beziehung verknüpft:

$$\alpha_0'' Q(k, 1) = \alpha_0' Q(k, \alpha_0') . \qquad (142)$$

Bei gleichförmigen Scheiben ist für totale und für ringförmige Verfinsterungen, bei abgedunkelten dagegen nur für totale Finsternisse $\alpha_0 = 1$.

Die physikalischen Bestimmungsstücke: Oberflächenhelligkeit, Dichte und Masse.

Relative Oberflächenhelligkeit. Bei der Annahme gleichförmig heller Scheiben findet man als Verhältnis der Helligkeit für die Einheit der Oberfläche, wenn die Bahnen Kreise sind:

$$J_2/J_1 = (1 - \lambda_1)/(1 - \lambda_2) . \qquad (104a$$

Bei der Annahme von Randverdunkelung oder auch von exzentrischen Bahnen hat man für dieses Verhältnis:

$$J_2/J_1 = L_2/k^2 L_1 . \qquad (101\,a)$$

Will man das Verhältnis der Oberflächenhelligkeit des helleren Sterns b (bright) in bezug auf den schwächeren f (faint) ausdrücken, so erhält man:

$$J_b/J_f = L_b r_f^2/L_f r_b^2 . \qquad (101\,b)$$

Berechnung der Dichte und der Radien beider Komponenten. Wir wenden jetzt die Gleichung

$$a^{3/2}\pi = \tfrac{1}{2}\,k\,(m_1 + m_2)^{1/2} P \qquad (143)$$

an, aus der sich in der Planetenbahnbestimmung das dritte *Kepler*sche Gesetz ergibt, wenn man die eine Masse m_1 gegen die andere vernachlässigt. Bei den Doppelsternen ist diese Vernachlässigung im allgemeinen nicht gestattet. (P ist die Umlaufszeit und k die *Gauß*sche Attraktionskonstante.) Ziehen wir die konstanten Faktoren zu einer neuen Konstanten K zusammen, deren Größe von der Wahl der Einheiten abhängt, so haben wir:

$$a = K(m_1 + m_2)^{1/3} P^{2/3} . \qquad (143\,a)$$

Nehmen wir als Einheiten die Sonnenmasse, den Sonnenradius und den mittleren Sonnentag, so erhalten wir für die Elemente der Erdbahn: $a = 214.9$, $P = 365^d.24$, woraus sich ergibt: $K = 4.206$.

Für die Bestimmung der Elemente des Verdunkelungssystems hatten wir bisher den Radius a der Bahn des Begleiters als Einheit gewählt. Der Radius des größeren Sterns wird dann $a \cdot r_1$ und sein Volumen, bezogen auf die Sonne, $K^3 m P^2 r_1^3$ oder $74.4\ m P^2 r_1^3$, wo $m = m_1 + m_2$ ist. Die Dichte dieses Körpers ist $\varrho_1 = 0.01344\ P^{-2} r_1^{-3} m_1/m$ und diejenige des kleineren Körpers $\varrho_2 = 0.01344\ P^{-2} r_2^{-3} m_2/m$.

Über das Verhältnis von m_1 zu m_2 weiß man im allgemeinen nichts, solange man nicht die Bahn aus den Radialgeschwindigkeiten kennt. Zur vorläufigen Rechnung nimmt man aber $m_1 = m_2$ an und erhält dann für die Radien und die Dichten:

$$\bar{\varrho}_1 = (5.29\ P^{2/3} r_1)^{-3}, \qquad \bar{\varrho}_2 = (5.29\ P^{2/3} r_2)^{-3}, \qquad (144)$$

wobei der Strich über den Buchstaben bedeutet, daß die Größe unter der Annahme gerechnet ist, daß beide Komponenten gleiche Masse haben.

Wenn wir die Masse jeder der beiden Komponenten des Systems gleich der Sonnenmasse annehmen, so wird die Größe $5.29\,P^{2/3}$ gleich der Länge der relativen Bahnachsen, ausgedrückt in Sonnenradien, und unter Beibehaltung desselben Maßstabs werden die Radien der Komponenten

$$\bar{r}_1 = 5.29\,P^{2/3} r_1 \quad \text{und} \quad \bar{r}_2 = 5.29\,P^{2/3} r_2\,. \tag{145}$$

Eine obere Grenze für die mittlere Dichte des Systems läßt sich schon aus der Dauer des Minimums (gerechnet vom Beginn bis zum Schluß der Bedeckung) $2d$ in ihrem Verhältnis zur Periode geben.[1])

Die mittlere Dichte ist die Größe: Masse/Volumen der Körper, also

$$\varrho = m/\left(\tfrac{4}{3}\pi\,(r_1^{\,3} + r_2^{\,3})\right). \tag{146}$$

Nun ist aber:

$$r_1^{\,3} + r_2^{\,3} \geqq \tfrac{1}{4}(r_1 + r_2)^3, \tag{147}$$

wo das Gleichheitszeichen nur für den Fall $r_1 = r_2$ gilt.

Beim Beginn und am Ende der Bedeckung ist der scheinbare Abstand der Scheibenmitten $\delta = r_1 + r_2$, und zwischen diesen beiden Momenten bewegen sich die Scheiben scheinbar um die Strecke $a \sin(2\pi d/P)$. Daher wird

$$r_1 + r_2 \geqq a \sin(2\pi d/P). \tag{148}$$

Nach dem (vervollständigten) 3. *Kepler*schen Gesetz ist aber:

$$m = K' a^3/P^2, \tag{143a}$$

wo die Größe der Konstanten K' sich nach den angenommenen Einheiten richtet. Schließlich folgt aus allen diesen Gleichungen:

$$\varrho \leqq 3K'/\pi\,[P^2 \sin^3(2\pi d/P)], \tag{149}$$

wo das Gleichheitszeichen für zentrale Bedeckung gilt.

Die Konstante $3K'/\pi$ wird gleich 0.0537, wenn die mittlere Dichte auf die der Sonne (= 1.4 des Wassers) bezogen und als Zeiteinheit der mittlere Sonnentag genommen wird.

Einen unteren Grenzwert für die mittlere Dichte erhält man, wenn man das Volumen der einen Komponente verschwindend klein annimmt, also $r_2 = 0$ setzt. Dieser Grenzwert ist gleich dem Viertel des Wertes für die obere Grenze, wie sich aus den Gl. (146), (148)

---

[1]) Siehe auch *A. Roberts*, Density of close Double Stars (*ApJ* **10**, 308) und *H. N. Russell*, The Densities of the Var. Stars of the Algol Type (*ApJ* **10**, 315 (1899).

und (143a) leicht ableiten läßt, er gilt aber nur im Fall zentraler Bedeckungen, also bei $i = 90^0$; für kleinere i wird auch der Grenzwert kleiner. Wenn i aus der Bahnbestimmung bekannt ist, läßt er sich folgendermaßen bestimmen:

Berücksichtigt man, daß $2\pi d/P = \vartheta'$, dem Phasenwinkel für die äußeren Kontakte, ist, so ergibt sich aus der Gl. (126) ein Wert für r_1^2 (da $r_2 = 0$ angenommen ist). Durch Einsetzen dieses Wertes in Gl. (146) findet man mit Hilfe von Gl. (148):

$$\varrho \geqq 3K'/\pi \cdot [4P^2(\cos^2 i \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta')^{3/2}]. \qquad (150)$$

Wenn i nicht bekannt ist, macht man die Annahme $i = 0^0$ und erhält dann das Minimum des unteren Grenzwertes:

$$\varrho \geqq 3K'/\pi 4P^2, \qquad (150a)$$

weil in diesem Fall

$$(r_1^2 + r_2^2) = \cos^2 i \cos^2 \vartheta' + \sin^2 \vartheta' = 1,$$

also gleich der halben Bahnachse ist.

Gl. (150a) enthält nicht mehr die Dauer der Verfinsterung und ist daher auch auf Doppelsterne, die nicht Verdunkelungssysteme sind, insbesondere auf spektroskopische Doppelsterne anwendbar. Sie gestattet, unmittelbar aus der Umlaufszeit P die geringste zulässige Dichte zu bestimmen. Man findet, daß Systeme mit $P = 0^d.116 = 2^h 47^m$ mindestens die gleiche mittlere Dichte wie die Sonne haben, solche mit $P = 3^d.80$ mindestens die Dichte der Luft bei 0^0 und 760 mm (spez. Gew. = 0.00093 ⊙) und solche mit $P = 14^d.38$ mindestens die des Wasserstoffs (spez. Gew. = 0.000065 ⊙) haben müssen. Für $r_1 = r_2$ werden diese Werte von P doppelt so groß.

Gang der Berechnung einer Bahn nebst Beispielen.

I. Vorbereitungen.

Für eine Bahnbestimmung müssen vorliegen:

1. eine Reihe von Beobachtungen,
   a) nach der Phase geordnet,
   b) die Helligkeiten in photometrischen Größenklassen mit beliebig gewähltem Nullpunkt.
2. eine auf Grund dieser Beobachtungen gezeichnete Lichtkurve.

Wichtig: Kenntnis des Sicherheitsgrades der beobachteten Größen,

a) zur Entscheidung, ob einzelne Beobachtungen als verfehlt von vornherein auszuschließen sind,
b) zur Vermeidung unnötig vieler Dezimalstellen bei den Rechenoperationen,
c) zur Beurteilung, ob die Darstellung der Beobachtungen mit den berechneten Konstanten als hinreichend anzusehen ist.

II. **Rektifikation der Lichtkurve.**

1. Bei konstantem Maximallicht: Rektifikation nicht erforderlich. (Sofortiger Übergang zu III.)
2. Bei nichtkonstantem Maximallicht Untersuchung auf:
   a) Reflexion. Kriterium: Asymmetrischer Verlauf der Kurve in bezug auf die den Elongationen ($\vartheta = \pm 90^0$) entsprechenden Punkte.
      α) Berechnung von $c_1 - c_2$ [Gl. (118a)] oder getrennte Ermittlung von c_1 und c_2 [Gl. (104b) und (119)],
      β) Verbesserung der Beobachtungen [Gl. (119a) oder (119)].
   b) Periastroneffekt. Kriterium: Ungleiche Helligkeit des Systems in den Elongationspunkten [Gl. (120)].
      a) und b) sind nur bei Beobachtungen von höherer Genauigkeit erkennbar.
   c) Eff. Elliptizität z.
      α) Graphische Ermittelung [Gl. (117a)] und bei genaueren Beobachtungen auch rechnerische Bestimmung [Gl. (117a)],
      β) Befreiung der Beobachtungen vom Einfluß von z [Gl. (117a)].

Nach der Rektifikation muß die Kurve außerhalb der Bedeckungen geradlinig und parallel zur Zeitachse verlaufen. Die konstante Maximalintensität wird zur Lichteinheit gemacht.

III. **Berechnung von k und α_0.**

Prüfung des Minimallichtes auf totale bzw. ringförmige oder partielle Verfinsterungen.

1. Totale und ringförmige Bedeckungen (Fall 1 und 2, S. 300 ff.). Kriterium: Minimalhelligkeit kurze Zeit konstant.

a) Entscheidung über die aus Gl.(107) berechneten k-Werte:
   α) nach Gl. (109),
   β) sicherer aus der Verfinsterungskurve unter Anwendung der Gl. (122a) bzw. (122a').

b) Entscheidung über Totalität oder Ringförmigkeit der Hauptverfinsterung [Gl. 108a), (108b)].

c) Die Rückberechnung mit dem definitiven Wert von k für $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ liefert die Phasenwinkel ϑ' für die Kontakte.

2. Partielle Bedeckungen (Fall 3 und 4, S. 303—304). Kriterium: Minimalhelligkeit nicht konstant.

a) Ermittelung von $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ aus der Lichtkurve [Gl.(126a) und (127) bzw. (126a') und (127')],

b) aus $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ und Gl. (106a) Ermittelung von k und α_0 durch Versuche,

c) Phasenwinkel ϑ' für die äußeren Kontakte [Gl. (126a) bzw. (126a') mit $n = 0$].

IV. **Berechnung der übrigen Elemente.**

1. r_1 und i aus Gl. (128) und (128a), bzw. (128') und (128a').
2. $r_2 = k r_1$ [Gl. (95)].
3. $\varepsilon^2 = z \operatorname{cosec}^2 i$.
4. Die kleinen Halbachsen bei β Lyrae-Sternen: $r_1' = r_1\sqrt{1-\varepsilon^2}$, $r_2' = r_2\sqrt{1-\varepsilon^2}$,
5. $e \cos\omega$ [Gl. (130)],
   $e \sin\omega$ nach einem der auf S. 322ff. gegebenen Verfahren.
6. $J_1 : J_2$ aus Gl. (104a).
7. L_1, L_2 aus Gl. (101a) und (103).
8. Dichten und Massen: [Gl. (144), (145), (146), (149), (150), (150a)].

1. **Beispiel.** W Crucis. (Periastroneffekt, eff. Elliptizität, totale und ringförmige Bedeckungen.)

I.[1]) Die in photometrischen Größenklassen gegebenen Beobachtungen[2]) sind hervorgegangen aus Schätzungen auf photographischen

---

[1]) Die Bezeichnung der einzelnen Abschnitte in den Beispielen entspricht derjenigen in dem voranstehenden Gang der Berechnung.

[2]) *ApJ* **36**, 148 (1912). Dort ist derselbe Stern von *H. N. Russell* als Beispiel berechnet.

Aufnahmen nach der Durchmessermethode. Die Einzelbestimmungen wurden nach der Phase geordnet und gruppenweise zu Normalbeobachtungen vereinigt. Sie sind in Fig. 43 (oberstes Teilbild)

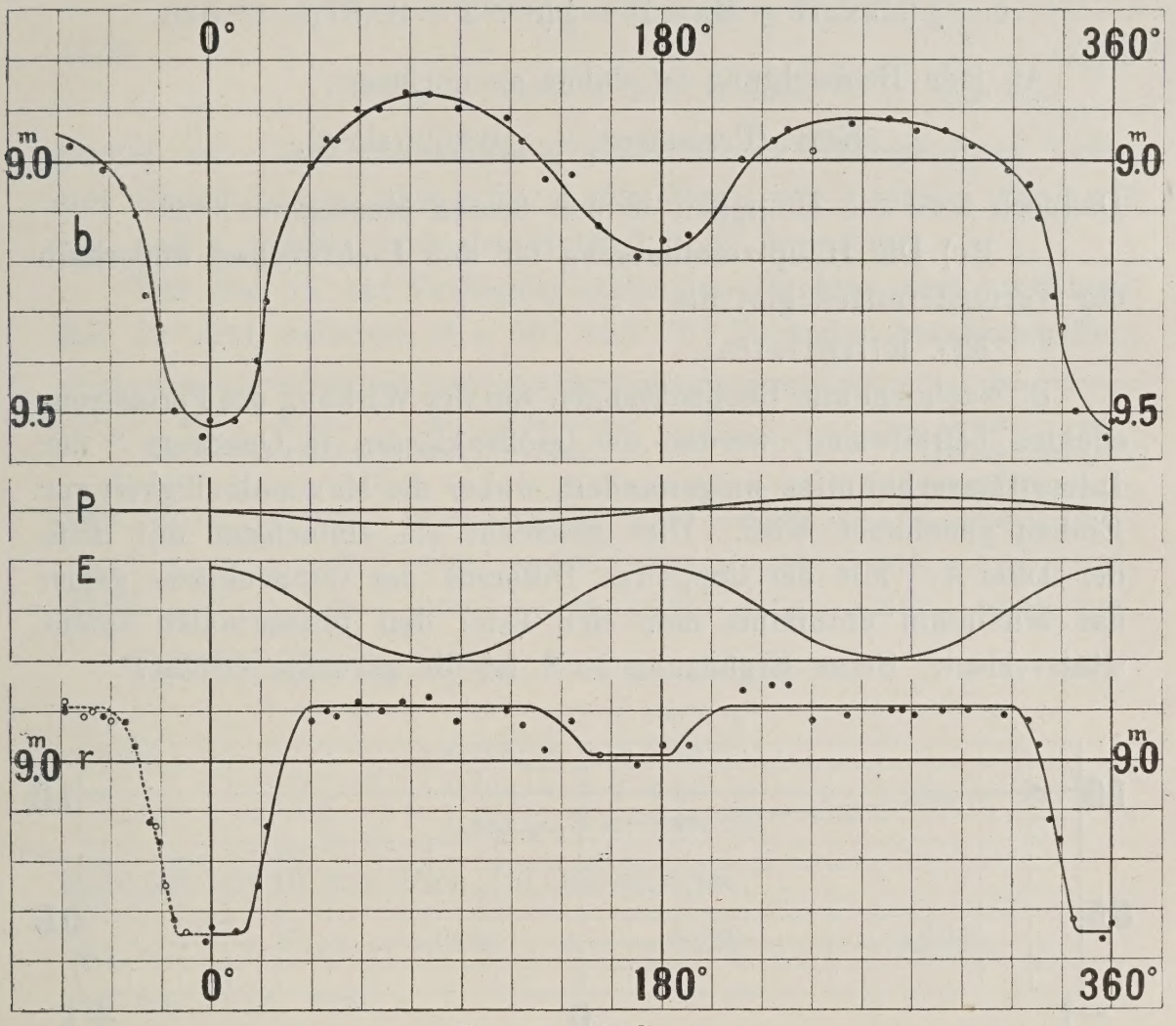

Fig. 43. W Crucis.

b beobachtete Lichtkurve, *P* Korrektion wegen des Periastroneffekts, *E* Korrektion wegen der eff. Elliptizität, *r* rektifizierte Lichtkurve.

graphisch dargestellt, wobei die in Tagen ausgedrückten Phasen mit $P = 198^{d}.5$ in Winkel ϑ verwandelt worden sind [Gl. (92)]. Aus der Lichtkurve folgt:

$$\text{Max. I} = 8^{m}.87\,, \quad \text{Max. II} = 8^{m}.92\,, \quad \text{Hauptmin.} = 9^{m}.52\,,$$
$$\text{Nebenmin.} = 9^{m}.12\,.$$

II. Die Helligkeit in der Umgebung der Maxima ist nicht konstant, daher wird eine Rektifikation erforderlich. Eine Wirkung der Reflexion ist nicht erkennbar, denn die Kurve verläuft in jedem Maximum symmetrisch. Dagegen deutet die ungleiche Höhe der Maxima auf einen Periastroneffekt.

2b) Periastroneffekt.

Bei Beschränkung auf das Sinusglied in Gl. (120) erhält man, wenn man $\vartheta = +90^0$ und -90^0 setzt:

$$b = \tfrac{1}{2}(\text{Max. II} - \text{Max. I}) = \tfrac{1}{2}(8^m.92 - 8^m.87) = 0^m.025.$$

An jede Beobachtung ist daher anzubringen:

$$\text{Korr. (Periastron)} = +0^m.025 \sin\vartheta.$$

Dadurch wird die Helligkeit in den beiden Maximis $= 8^m.90$.

2c) Die Hauptveranlassung für den Lichtwechsel außerhalb der Verfinsterungen gibt die

Eff. Elliptizität.

α) Nachdem alle Beobachtungen von der Wirkung des Periastroneffektes befreit sind, werden die Größenklassen in Quadrate l^2 der Intensitätsverhältnisse umgewandelt, wobei die Maximalhelligkeit zur Einheit genommen wird. Dies geschieht am einfachsten mit Hilfe der Tafel A: Mit der doppelten Differenz der Größenklasse gegen das Maximum entnimmt man der Tafel den prozentualen Intensitätsverlust. Seine Ergänzung zu 1 ist die gesuchte Größe l^2.

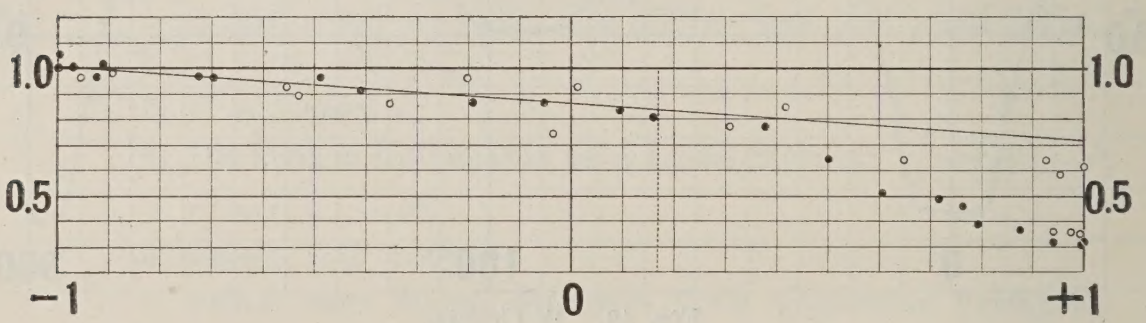

Fig. 44. W Crucis

Abszisse: $\cos 2\vartheta$, Ordinate: l^2 (korrigiert für den Periastroneffekt).

Die schwarzen Punkte gelten für Phasenwinkel zwischen -90^0 und $+90^0$, die Ringe für Winkel zwischen $+90^0$ und 270^0. Die punktierte senkrechte Gerade entspricht dem Phasenwinkel, bei dem äußere Berührung der beiden Scheiben stattfindet (Grenze der Verdunkelung).

Graphische Ermittelung: Die Beobachtungen werden als Punkte mit den Koordinaten $x = \cos 2\vartheta$, $y = l^2$ eingezeichnet (Fig. 44). Man erkennt dann die lineare Beziehung zwischen l^2 und $\cos 2\vartheta$ außerhalb der Bedeckungen [Gl. (117a)]. Die Gerade, die diese Beziehung darstellt, schneidet die Ordinate $\cos 2\vartheta = +1$ im Punkt $1 - z = 0.72$. Also $z = 0.28$.

Rechnerische Ermittelung: In Gl. (117a) war die Maximalintensität $l_{max.} = 1$ vorausgesetzt worden. Da $l_{max.}$ erst genau bestimmt werden muß, schreiben wir Gl. (117a):

$$l^2 / l^2_{max.} = 1 - z \cos^2 \vartheta = f + g \cos^2 \vartheta ,$$

worin

$$f = l^2_{max.} \quad \text{und} \quad g = - l^2_{max.} \cdot z$$

gesetzt ist. Jede Beobachtung außerhalb der Bedeckungen liefert eine Gleichung von dieser Form, die Werte von f und g, also auch $l_{max.}$ und z werden nach der Meth. d. kl. Q. berechnet.

Von den 19 zur Verfügung stehenden Punkten sind im folgenden die drei zwischen $\vartheta = 50^0$ und 70^0 liegenden herausgegriffen:

ϑ	m (beob.)	Korr. (Periastr.)	m (korr.)	m (korr.) $-$ Max.	l^2	$\cos 2\vartheta$	$z \cos^2 \vartheta$	Korr. (Ellipt.)	m (rektif.)
$50^0.3$	$8^m.96$	$+0^m.02$	$8^m.98$	$+0^m.08$	0.863	-0.190	$+0.118$	$-0^m.07$	$8^m.91$
59.4	8.90	+ 0.02	8.92	+ 0.02	0.964	-0.487	± 0.075	− 0.04	8.88
67.9	8.90	+ 0.02	8.92	+ 0 02	0.964	-0.722	± 0.040	− 0.02	8.90

Die drei dazu gehörigen Bedingungsgleichungen lauten:

l^2	$= f + \cos^2 \vartheta \cdot g$
0.863	$= f +$ 0.405 g
0.964	$= f +$ 0.257 g
0.964	$= f +$ 0.139 g

und man erhält aus allen 19 Gleichungen:

$$f = l^2_{max.} = 1.009 , \quad g = - 0.295 , \quad z = 0.292 ,$$

und Gl. (117a) wird

$$l^2 = 1.009 (1 - 0.292 \cos^2 \vartheta)$$

oder in Größenklassen [Gl. (5)]:

$$\beta) \text{ Korr. (Ellipt.)} = \frac{1}{0.4} \cdot \frac{1}{2} \log 1.009 (1 - 0.292 \cos^2 \vartheta) =$$

$$0^m.005 + 1^m.25 \log (1 - 0.292 \cos^2 \vartheta) .$$

Auf das konstante Glied kann man verzichten, weil dadurch nur eine Verschiebung sämtlicher Größenklassen um denselben Betrag eintritt. Die Korrektionen können auch wieder mit Hilfe der Tafel A in Größenklassen verwandelt werden; in den drei letzten Spalten des Rechenschemas ist ihre Berechnung gegeben. Fig. 43 enthält die rektifizierten Beobachtungen nebst der r-Kurve (unterstes Teilbild), außerdem stellt sie die Wirkung des Periastrons (**P**) und der eff. Elliptizität (**E**) graphisch dar.

III. Die rektifizierte Kurve wird jetzt so behandelt wie eine Lichtkurve, die nur durch die Verfinsterungen zweier kugelförmiger Körper entsteht. Sie zeigt zwei Minima mit konstanter Helligkeit, also liegt der 1. Fall (S. 300) vor. Man entnimmt ihr folgende Größen:

Helligkeit im Maximum:	$8^m.89$	$l_{max.} = 1.000$
„ „ Hauptminimum:	9.345	$1 - \lambda_p = 0.342$
„ „ Nebenminimum:	8.99	$1 - \lambda_s = 0.088$

1 a. Hiermit ergibt sich aus Gl. (107):

$$k^2 = 0.088/0.658 = 0.134 \qquad k = 0.366$$

oder

$$k^2 = 0.342/0.912 = 0.375 \qquad k = 0.612,$$

je nachdem welche Finsternis man als total annimmt.

α) Die Entscheidung über den richtigen k-Wert kann Gl. (109) bringen. Die Kurve der Hauptverfinsterung gibt: $\tau = 14^0$ und $d = 43^0$, also

Gl. (109): Maximalwert von $k = (43 - 14)/(43 + 14) = 0.5$.

Demnach kommt nur der kleinere Wert $k = 0.366$ in Betracht.

β) Da die Werte von τ und d sehr unsicher sein können, gibt die Berechnung von k aus der Verfinsterungskurve eine zuverlässigere Entscheidung:

Wenn die ganze Fläche $\alpha = 1$ abgeblendet ist, beträgt der Lichtverlust $0^m.455$, $(1 - \lambda_p) = 0.342$. Danach ergeben sich die Spalten (1) bis (4) des auf der folgenden Seite stehenden Rechenschemas. Aus der rektif. Kurve ergibt sich dann (5). Die Bedeutung der einzelnen Spalten ist aus den Überschriften ersichtlich. Im übrigen ist noch folgendes zu bemerken:

(1) muß die Werte $\alpha = 0.6$ und 0.9 wegen der Grundlagen für die Tafel C unbedingt enthalten. In (5) ist auf die Bestimmung der Winkel ϑ für diese beiden α-Werte besondere Sorgfalt zu verwenden. Die Werte von (2) erhält man durch Multiplikation von (1) mit $(1 - \lambda_p)$.

(7) enthält den Zähler des Bruchs auf der linken Seite von Gl. (122a) und

(8) den Zusatzfaktor dieses Zählers für β Lyrae-Sterne in Gl. (122a').

Diese Spalte fällt bei kugelförmigen Körpern weg, da wegen $z = 0$ alle in ihr enthaltenen Werte 1 würden. In diesem Fall ist dann (9) = (7)/(8) mit (7) identisch.

(10). Setzt man kurz $(\sin^2\vartheta_{0.9} - \sin^2\vartheta_{0.6})/(1 - \varkappa\cos^2\vartheta_{0.9}) = 0.093 = B$, so ergibt (9)/$B$ entsprechend Gl. (122a) bzw. (122a') die Werte von ψ. Aus der Tafel C erhält man schließlich hiermit die k.

Die r-Kurve während der Bedeckung wird als symmetrisch angenommen, was fast stets erlaubt ist. Um für ihren Verlauf möglichst viele Anhaltspunkte zu haben, werden die Beobachtungen, die auf dem aufsteigenden Ast liegen, auf den absteigenden mit dem gleichen absoluten Wert des Phasenwinkels, jedoch mit dem umgekehrten Vorzeichen übertragen. Hierdurch sind in Fig. 43 die durch die kleinen Ringe angedeuteten Punkte entstanden. Der aus allen Beobachtungen resultierende Kurvenzweig ist punktiert gezeichnet.

Schema für die Berechnung von k aus der Verfinsterungskurve.

(1) α	(2) $1-l$	(3) Δm	(4) m	(5) ϑ	(6) $\sin^2\vartheta_n$	(7) $\sin^2\vartheta_n - \sin^2\vartheta_{0,6}$	(8) $1-\varkappa\cos\vartheta_n$	(9) $B\psi$	(10) $\psi(k,\alpha)$	(11) k	(12) $\psi(0.366,\alpha)$	(13) ϑ_R
0.0	0.000	$0^m.00$	$8^m.89$	43^0	0.465	0.312	0.844	0.370	+3.98	0.48	+3.34	$40^0.1$
0.2	0.068	0.08	8.97	31	0.265	0.112	0.785	0.143	+1.54	0.27	+1.67	31.7
0.4	0.137	0.16	9.05	27	0.206	0.053	0.768	0.070	+0.75	0.36	+0.75	27.0
0.6	0.205	0.25	9.14	23	**0.153**	0.000	—	—	—	—	—	23.0
0.8	0.274	0.35	9.24	19	0.106	−0.047	0.739	−0.064	−0.69	0.54	−0.67	19.1
0.9	0.308	0.40	9.29	17	0.085	−0.068	0.733	**−0.093**	−1.00	—	−1.00	16.9
1.0	0.342	0.46	9.35	14	0.059	−0.094	0.725	−0.130	−1.40	0.50	−1.46	13.9

1b,c) Die Übereinstimmung der k-Werte untereinander ist wenig gut. Dies liegt an der Unsicherheit der ϑ-Werte. Auf die genaueste Bestimmung der k-Werte kommt es hier aber gar nicht an. Unter der Annahme, daß $\sin^2\vartheta_{0.6} = 0.153$ und $B = 0.093$ richtig sind, nimmt nun die Rechnung den umgekehrten Gang zur Bestimmung der ϑ für die theoretische Lichtkurve, wobei für k der oben aus Gl. (107) abgeleitete Wert zugrunde gelegt wird. (12) enthält die ψ für $k = 0.366$ aus der Tafel C. (13) gibt die zurückberechneten ϑ, die mit denen in (5) gut übereinstimmen. Die theoretische r-Kurve schließt sich also der r-Kurve aus den Beobachtungen gut an, ein Beweis, daß der Wert $k = 0.366$ richtig ist. Die Anwendung dieses Wertes auf Gl. (108a) zeigt aber auch, daß das primäre Minimum aus einer totalen Verfinsterung hervorgeht, bei der B hinter A verborgen ist.

Aus der theoretischen Lichtkurve ergeben sich die Phasenwinkel für die Ränderberührungen:

$$\vartheta_e = 40^0.1 \quad \text{und} \quad \vartheta_i = 13^0.9 .$$

IV. Man erhält weiter:

1. Aus Gl. (128′):

$$1.547\, r_1^2 = 0.585 \cos^2 i + 0.415,$$
$$0.291\, r_1^2 = 0.943 \cos^2 i + 0\,058.$$

Daraus:

$$r_1^2 = 0.277, \quad \cos^2 i = 0.023,$$
$$r_1 = 0.526, \quad i = 81^\circ.2 \text{ oder } 98^\circ.8.$$

2. Aus Gl. (95):

$$r_2 = 0.366 \cdot r_1 = 0.193.$$

3. $\varepsilon^2 = 0.292 \times 1.024 = 0.299.$

4. $r_1' = r_1 \sqrt{0.701} = 0.440,$
$r_2' = r_2 \sqrt{0.701} = 0.162.$

5. Das sekundäre Minimum liegt bei 168°, also nach Gl. (130):
$e \cos \omega = (168^\circ - 0^\circ - 180^\circ) \cdot \pi / 360^\circ \times 2.02 = -0.05.$

Das Periastron liegt zwischen dem primären und dem darauffolgenden sekundären Minimum. Eine genaue Bestimmung von ω ist nicht möglich.

6. Im Hauptminimum wird B bedeckt, also hat B das größere J.
Gl. (104a): $J_B : J_A = 0.342 : 0.088 = 3.89.$

7. Gl. (101a): $L_B : L_A = 0.366^2 \times 3.89 = 0.521,$
Gl. (103): $L_B + L_A = 1,$
also: $L_B = 0.342, \quad L_A = 0.658.$

B hat zwar größere Oberflächenhelligkeit, aber weniger Gesamtlicht als A.

8. Die größte mögliche Dichte wird nach Gl. (149):
$\varrho \leqq 0.0537 / 198.5^2 \cdot \sin^3 40^\circ.1 = 5.1 \times 10^{-6}.$

2. Beispiel. β Persei. (Reflexion, partielle Bedeckung.)

I. Die Beobachtungen sind mit dem Selenphotometer gemacht, sie haben daher einen sehr hohen Grad der Genauigkeit. Die Helligkeiten von β Persei sind als photometrische Größendifferenzen gegen den Vergleichstern α Persei gegeben.[1]) Die Lichtkurve zeigt Fig. 7, sie ist unter der Annahme, daß die Helligkeit des Sterns $\alpha = 2^m.16$ ist, gezeichnet. Als Einheit für die Lichtintensitäten wird im

[1]) *ApJ* **32**, 195 (1910).

folgenden zunächst die Lichtstärke von α Persei angenommen. Zur Berechnung dienen zuerst die Daten:

$P = 68^{d}.816.$

Maximalhelligkeit	$0^{m}.13$	$l = 0.887$	bei $\vartheta = \pm 154^{0}.4$
Helligkeit im Hauptmin.	1.36	0.286	0.0
„ „ Nebenmin.	0.19	0.839	180.0

II. Die Lichtkurve ist in bezug auf die Mitten zwischen den Bedeckungen unsymmetrisch. Es zeigt sich deutlich ein langsamer Anstieg vom Hauptminimum bis zum Beginn des Nebenminimums und auf der anderen Seite entsprechend ein langsamer Abfall. Dies deutet auf eine Wirkung der

2a) Reflexion. α) Ermittelung von c_1 und c_2.

Helligkeit bei $\vartheta = \pm 25^{0}.6$ $0^{m}.175$ $l = 0.851$ $\left\{ \begin{array}{l} \Delta l = 0.036 \\ \cos\vartheta = \pm 0.90 \end{array} \right\}$

„ „ ϑ ± 154.4 0.130 $l = 0.887$

Unter der Annahme von $\sin i = 1$ gibt die zweimalige Anwendung von

Gl. (118): $c_1 - c_2 = + 0.036/2 \times 0.90,$

Gl. (104b): $c_1/c_2 = 0.601/0.048 = 12.6.$

Also:

$c_1 = 0.022$ und $c_2 = 0.002.$

Korr. (Refl.) entsprechend Gl. (119):

$$\Delta l = 0.024 + 0.020 \cos\vartheta.$$

β) Anbringung der Korrektion: Die beobachteten Helligkeiten werden in l umgewandelt (Tafel A) und addiert. Die Intensität l außerhalb der Bedeckung ist dann konstant und beträgt im Mittel 0.887. Für die Untersuchung der Verfinsterung muß diese Maximalintensität zur Einheit gemacht werden, also müssen alle l durch 0.887 dividiert werden. (Hierdurch wird das rektif. Max. $0^{m}.13$ schwächer als die Helligkeit von α Persei.) Da $l_{max.}$ jetzt konstant und $= 1$ ist, kann eine Prüfung auf Periastroneffekt und Elliptizität unterbleiben.

III. Die rektif. Intensitäten aus den Beobachtungen während der Hauptverfinsterung sind in Fig. 45 dargestellt, wobei die

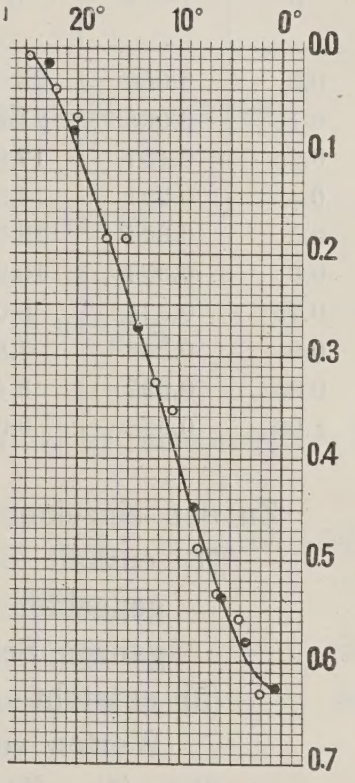

Fig. 45. Intensitätskurve von Algol.
Abszisse: Phasenwinkel ϑ.
Ordinate: Intensitätsverlust $1 - l$.
● Beobachtungen auf dem aufsteigenden Ast.
○ Beobachtungen auf dem absteigenden Ast.

Punkte auf dem aufsteigenden Ast mit denen auf dem absteigenden wegen der Symmetrie der Kurve unmittelbar vereinigt sind. Im Minimum herrscht kein Stillstand, also ist die Bedeckung partiell. Die Helligkeiten in der Mitte ergeben:

$$1 - \lambda_p \text{ (rektif.)} = 0.628,$$
$$1 - \lambda_s \quad „ \quad = 0.050.$$

2a) Ermittelung von $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$.

Die Grundlage für das Rechenschema bildet Gl. (126a') und im Fall ellipsoidischer Komponenten Gl. (126a'). Mit Hilfe der Tafel D für $\omega_1(n)$ und $\omega_2(n)$ und dem Wert von $\sin\vartheta(\frac{1}{2})$ berechnet man aus jedem $\sin\vartheta(n)$ einen Wert für $\sin^2\vartheta(\frac{1}{4}) \cdot C$. Das Mittel aller dieser Werte kann als verstärkter Wert von $\sin^2\vartheta(\frac{1}{4})$ angesehen werden und gibt nach Division durch $\sin^2\vartheta(\frac{1}{2})$ die Funktion $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ [Gl. (127) bzw. (127')].

(1) n	(2) $1-l$	(3) ϑ	(4) $\sin^2\vartheta$	(5) $\sin^2\vartheta(\frac{1}{2}) \cdot \omega_1(n)$	(6) $C \cdot \omega_2(n)$	(7) C
0.0	0.000	25°	0.1786	−0.1903	+ 0.3689	0.0900
0.1	0.063	21.2	0.1307	−0.0700	0.2007	0.0908
0.25	0.157	17.6	0.0914	0.0000	0.0914	0.0914
0.4	0.251	14.5	0.0627	+ 0.0366	0.0261	0.0875
0.5	0.314	12.7	0.0483	**0.0483**	0.0000	—
0.6	0.377	10.9	0.0332	0.0528	−0.0171	0.0900
0.75	0.471	8.0	0.0194	0.0467	−0.0273	0.0919
0.9	0.565	4.8	0.0071	0.0243	−0.0172	0.0900
0.95	0.597	3.4	0.0035	0.0132	−0.0097	0.0900
1.00	0.628	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	—
					Mittel:	0.0902

Zu den einzelnen Spalten ist folgendes zu bemerken:

(1) enthält die Teilbeträge der in der größten Phase abgedeckten Fläche α_0, die aber hier nicht gleich der ganzen Scheibe von B ist,

(5) entsteht durch Multiplikation von $\sin^2\vartheta(\frac{1}{2})$ mit den Werten von $\omega_1(n)$ der Tafel D.

(6) $= (4) - (5) = C\,\omega_2(n)$, entsprechend Gl. (126a).

(7) Durch Division von (6) durch die $\omega_2(n)$-Werte der Tafel D ergeben sich schließlich die C, d. h. die theoretisch berechneten $\sin^2\vartheta(\frac{1}{4})$.

Bei β-Lyrae-Sternen müssen die Werte der Spalte (4) entsprechend der Gl. (126a') erst durch $1 - x\cos^2\vartheta(n)$ dividiert werden, ehe die Rechnung weitergeht.

2b) Nach Gl. (127) ist:

$$\sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{4})/\sin^2 \vartheta(\tfrac{1}{2}) = 0.0902/0.0483 = 1.868 = \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}).$$

Gl. (106a) lautet: $\alpha_0 = 0.628 + 0.050/k^2$.

Aus diesen beiden Gleichungen sind mit Hilfe der Tafel C die Werte von α_0 und k durch Versuche zu ermitteln. Die Versuche werden nach folgendem Schema durchgeführt:

Annahme $k =$	α_0 Gl. (106a)	χ (Tafel D)
0.75	0.72	1.825
0.80	0.71	1.847
0.85	0.70	1.869
0.86	0.696	1.871
0.84	0.698	1.864

Der 3. Versuch hätte bereits genügt: die Werte $k = 0.85$ und $\alpha_0 = 0.70$ erfüllen die Gl. (127) und (106a). Gl. (106) zeigt nun, daß im Hauptminimum B bedeckt sein muß.

2c) Äußerer Kontakt:

Gl. (126a): $\sin \vartheta' = 0.0090 \cdot 4.10 - 0.0483 \cdot 3.94 = 0.1795,$

$$\vartheta' = 25^0.07 = 4^h.8.$$

IV. 1. Gl. (128): $1.85^2 r_1^{\,2} = 0.820 \cos^2 i + 0.179,$

Gl. (128a): $[1 + 0.85 \cdot (-0.478)]^2 r_1^{\,2} = \cos^2 i,$

$r_1^{\,2} = 0.0574, \quad r_1 = 0.239, \quad i = 81^0.90.$

2. $r_2 = 0.239 \cdot 0.85 = 0.203.$

5. Das sekundäre Minimum liegt genau bei $\frac{1}{2}P$, also $e \cos \omega = 0$.

6. Gl. (104a): $J_B : J_A = 12.6.$

7. Gl. (101a): $L_B : L_A = 17.5, \quad L_A = 0.054, \quad L_B = 0.946$

8. Gl. (144): $\bar{\varrho}_A = 0.060, \quad \bar{\varrho}_B = 0.098.$

Auf Grund der Radialgeschwindigkeiten ergibt sich $a \sin i$, und da $\sin i$ jetzt bekannt ist, erhält man die Längeneinheit a, in der r_1 und r_2 ausgedrückt sind.

Diese beiden Beispiele sollen nur eine allgemeine Anleitung geben, auf Grund einer berechneten ersten Bahn wird man dann über die einzelnen Elemente besondere Untersuchungen anzustellen haben, um durch allmähliche Näherung zur Kenntnis definitiver Bahnelemente zu gelangen.

Sechster Abschnitt.

Systematische Studien.

Zwanzigstes Kapitel.

Statistik.

Von größter Wichtigkeit für die Erkenntnis der Stellung, die die Veränderlichen im Weltall einnehmen, sind die statistischen Studien. Wie bei den meisten stellarstatistischen Untersuchungen gewinnen wir auch hier die Überzeugung, daß nicht Regellosigkeit herrscht, sondern daß eine nach gewissen Gesetzen geordnete Verteilung vorhanden ist.

Für die Statistik muß zunächst eine Zusammenstellung der Sterne vorgenommen werden nach der Anzahl der in jeder Klasse vorkommenden Objekte, dann nach der Periodendauer, der Lichtamplitude, der Farbe, der Spektralklasse, der Gestalt der Lichtkurve und schließlich nach der Verteilung im Raum. Man wird dabei nicht das gesamte Material auf einmal behandeln, sondern nach den verschiedenen Arten des Lichtwechsels Teilungen vornehmen. Die irregulären Sterne und diejenigen aus Klassen mit nur vereinzelten Objekten wird man unter Umständen außer Betracht lassen. Die Veränderlichen, deren Elemente nur unsicher bestimmt sind, werden vielleicht am besten von vornherein ausgeschlossen. Die Bedeckungsveränderlichen verdienen eine gesonderte Betrachtung, und die kurzperiodischen wird man von den langperiodischen trennen, so daß man schließlich nur drei Gruppen beibehält, von denen jede für sich ein in bezug auf physikalische Eigenschaften verhältnismäßig homogenes Material bildet. Als Unterlage für die Untersuchungen dienen im allgemeinen die Kataloge.

Zusammenhang zwischen Periodenlänge, Anzahl, Amplitude, Farbe und Spektraltypus aller Klassen.

Den Zusammenhang zwischen der Periodenlänge, der Anzahl der Veränderlichen, denen eine bestimmte Periode zukommt, und der Amplitude kann man aus der auf S. 344 folgenden

Übersicht erkennen, die nach dem Katalog in der *VJS* 54 (1919) zusammengestellt ist. Je nach dem Charakter des Lichtwechsels ist das Material in drei Tafeln zusammengefaßt.

I. Tafel I enthält die langperiodischen Veränderlichen, von denen aber nur diejenigen gezählt worden sind, bei denen die Dauer der Periode mit Sicherheit feststeht, auch wenn die Periodenlänge selbst als veränderlich bezeichnet ist. (Die Periode ist ja bei diesen Sternen überhaupt nicht ganz konstant.) Bei der Amplitude des Lichtwechsels ist zu berücksichtigen, daß bei einer Anzahl von Objekten die Minimalhelligkeit noch nicht beobachtet ist, sondern nur festgestellt ist, daß die Sterne unter eine gewisse Größe sinken. Die Anzahl der Sterne, bei denen dies der Fall ist und deren Amplitude trotzdem bei der Mittelbildung benutzt wurde, ist in Klammern beigefügt. Der Umfang der Helligkeitsschwankung, wie er für jede Gruppe in der folgenden Tafel angesetzt ist, muß also vergrößert werden, und zwar um so mehr, je größer die Zahl in der Klammer ist. Über den Betrag dieser Vergrößerung läßt sich schwer eine Angabe machen.

Für die Anzahl der Langperiodischen ergibt sich aus dieser Zusammenstellung, daß ein ganz flaches Maximum bei einer Periodendauer von 250^d liegt und daß zwischen 200^d und 350^d Periode eine allgemeine Anhäufung stattfindet. Unter 200^d ist der Anstieg der Häufigkeitskurve langsam und stetig, über 400^d dagegen ihr Abfall ziemlich steil. In den Gruppen mit höheren Periodendauern finden sich überhaupt nur noch vereinzelte Sterne.

Die Amplitude wächst mit der Periodendauer, bis sie bei Sternen über 200^d konstant zu werden scheint.

II. Bei den kurzperiodischen Veränderlichen (außer denen des Verdunkelungstypus) finden sich Perioden von weniger als 1^d am häufigsten. Der Umfang der Lichtschwankung ändert sich wenig mit der Periodendauer, doch zeigt die Tafel einen Sprung bei $P = 15^d$: die Sterne mit größerer Periode als 15^d haben im Mittel eine größere Amplitude als diejenigen mit kürzerem Lichtwechsel.

Über die δ Cephei-Sterne sind viele statistische Untersuchungen angestellt worden, vor allem um Anhaltspunkte für die Aufstellung von Hypothesen über ihren Lichtwechsel zu gewinnen. Dabei spielte die Ermittelung eines Zusammenhangs zwischen Periode, Amplitude und Bahnbewegung eine große Rolle. Das wichtigste hierüber ist schon bei der Erläuterung der Theorien dieser Sterne erwähnt worden.

Zusammenhang zwischen Periodendauer, Anzahl und Amplitude.

I. Langperiodische veränderliche Sterne			II. Kurzperiodische Sterne			III. Verfinsterungsvariable		
Periode	Anz.	Ampl.	Periode	Anz.	Ampl.	Periode	Anz.	Ampl.
76^d—100^d	10	$1^m.5$ (0)	$0^d.0$—$0^d.5$	32	$1^m.06$	$0^d.0$—$1^d.0$	22 (7)	$0^m.95$
101—125	11	2.1 (1)	0.5— 1.0	24	0.99	1.0— 2.0	29 (3)	1.10
126—150	26	2.6 (2)	1.0— 2.0	4	0.70	2.0— 3.0	30 (2)	1.63
151—175	18	3.6 (1)	2.0— 3.0	2	0.9	3.0— 4.0	21 (1)	1.82
176—200	25	3.6 (9)	3.0— 4.0	10	0.76	4.0— 5.0	12 (0)	1.43
201—225	54	4.1 (11)	4.0— 5.0	14	0.84	5.0— 6.0	9 (1)	1.56
226—250	58	3.8 (24)	5.0— 6.0	11	0.99	6.0— 7.0	5 (1)	1.58
251—275	57	4.3 (22)	6.0— 7.0	11	0.95	7.0— 8.0	4 (1)	0.80
276—300	54	4.4 (17)	7.0— 8.0	10	0.88	8.0— 9.0	2 (0)	2.7
301—325	56	4.4 (17)	8.0— 9.0	3	0.70	9.0—10.0	2 (0)	1.7
326—350	63	4.3 (24)	9.0—10.0	4	0.78	10.0—15.0	5 (1)	1.58
351—375	43	4.6 (15)	10.0—15.0	16	0.98	15.0—20.0	2 (1)	1.4
376—400	42	4.4 (15)	15.0—20.0	15	1.47	20.0—25.0	1 (0)	0.6
401—425	25	5.0 (10)	20.0—25.0	6	1.44	25.0—30.0	0 (0)	—
426—450	16	4.9 (5)	25.0—30.0	3	0.80	30.0—35.0	3 (0)	1.33
451—475	9	3.6 (3)	30.0—35.0	1	0.7	>35.0	5 (3)	0.8
476—500	10	4.5 (1)	35.0—40.0	4	1.45			
501—525	6	4.3 (2)	40.0—50.0	4	1.27		152 (21)	
526—550	2	8.4 (0)	50.0—60.0	2	1.05			
551—575	3	4.7 (1)	60.0—70.0	6	1.07			
576—600	2	>4.2 (2)	70.0—80.0	6	0.88			
601—700	4	2.9 (1)						
>700	1	>5.0 (1)		188				
	595	(184)						

Zwischen Periodendauer und Amplitude besteht vielleicht auch ein Zusammenhang. Die Amplitude nimmt, wie aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist, ebenso wie bei den langperiodischen Veränderlichen mit der Länge der Periode zu. Bei den Sternen mit sehr kurzer Periode unter 2^d erscheint das Amplitudenmittel etwas zu groß. Dies könnte vielleicht daran liegen, daß die Sterne mit kleinen Amplituden schwieriger als Veränderliche erkannt werden.

Betrachtet man die relative Häufigkeit aller Veränderlichen, deren Perioden man kennt, außer denen, die zum Verdunkelungstypus gehören, so findet man drei ausgesprochene Maxima, um die sich die Perioden gruppieren:

1. bei der Periode von $0^d.5$, die der Cluster- und Antalgoltypus bevorzugt,

Mittlere Periode und Amplitude der Blinksterne.

Mittlere Periode	Grenzen	Amplitude	Streuung	Anzahl der Sterne
$0^d.35$	$0^d.00$—$0^d.45$	$0^m.88$	$\pm 0^m.06$	14
0.47	0.45— 0.50	1.27	0.14	13
0.57	0.50— 1.00	1.09	0.13	15
2.03	1.00— 3.00	0.73	0.04	3
3.66	3.00— 4.00	0.82	0.10	5
4.43	4.00— 5.00	0.78	0.06	12
5.48	5.00— 6.00	0.88	0.06	5
6.41	6.00— 7.00	0.97	0.14	7
7.45	7.00— 8.00	0.68	0.03	6
9.10	8.00—10.00	0.85	0.17	2
11.20	10.00—14.00	0.73	0.08	3
16.83	14.00—20.00	1.51	0.16	11
28.05	20.00—40.00	1.22	0.18	6

2. bei derjenigen von 5^d für die δ Cephei-Sterne,

3. bei derjenigen von ungefähr 300^d für den Miratypus.

III. Über die Verfinsterungsvariablen liegen ebenfalls statistische Untersuchungen vor.[1]) Daß bei ihnen Verfinsterungen zustande kommen, kann als Zufall in der Lage der Bahnebene ihrer Komponenten angesehen werden und ist durch die Abweichung der Bahnneigung i von 90^0 bedingt. Die Wahrscheinlichkeit, daß bei jedem Umlauf der beiden Sterne umeinander für uns Verfinsterungen eintreten, wird um so geringer, je größer der gegenseitige Abstand ist oder auch — zufolge dem 3. *Kepler*schen Gesetz — je größer die Umlaufszeit, also die Periode ist. Man muß demnach erwarten, daß die Anzahl der Verfinsterungsveränderlichen mit wachsender Periode abnimmt. In der ersten Tafel unter III findet man diese Erwartung bestätigt. (Die Tafel schließt unter „Anzahl" sämtliche Verdunkelungsveränderliche ein, während in Klammern die Anzahl der β Lyrae-Sterne steht. Die Amplitudenmittel gelten nur für die eigentlichen Algolsterne, sie würden durch die Einbeziehung der β Lyrae-Sterne nicht wesentlich geändert.) Daß die Sternzahl für die Perioden zwischen 0^d und 1^d nicht am größten ist, liegt wohl z. T. daran, daß es aus Gründen der Mechanik für die Umlaufszeit eine untere Grenze gibt. Als kürzeste Periode ist bis jetzt die von ZZ Cygni mit $0^d.63$ bekannt. Folgende beiden Sterne haben ausnahmsweise lange Perioden:

[1]) U. a. *N. Ichinohe*, Studies of the Variables of the Algol-Type. Tokyo 1911.

RZ Ophiuchi $P = 262^d$ Dauer der Verfinsterung: 18^d,
ε Aurigae $P = 27$ Jahre „ „ „ : über 2 Jahre.

Auch was die Größe der Lichtschwankungen anbetrifft, müssen Sterne mit kleinen Amplituden häufiger sein als solche mit großen, da Fälle von totalen Bedeckungen nach der Wahrscheinlichkeit selten, diejenigen mit partieller Bedeckung dagegen am meisten vorkommen. Dies gilt aber nur unter der Annahme, daß totale oder ringförmige Verfinsterungen tiefere Minima erzeugen als partielle, was nur im Durchschnitt zutreffen mag, da die Tiefe des Minimums außerdem noch von dem Verhältnis der Durchmesser und der Oberflächenhelligkeit der Komponenten abhängt. Die statistische Untersuchung der Algolsterne liefert folgende Übersicht:

Amplitude und Anzahl der Bedeckungsveränderlichen.

Amplitude	Anzahl	Prozent	Amplitude	Anzahl	Prozent
$0^m.0—0^m.5$	12	9	$2^m.0—2^m.4$	16	11
0.6—0.9	40	29	2.5—2.9	12	9
1.0—1.4	29	21	3.0—3.9	4	3
1.5—1.9	23	17	4.0—4.2	2	1

Daß die ganz kleinen Amplituden so relativ selten sind, mag seinen Grund darin haben, daß Sterne mit sehr geringem Lichtwechsel am schwierigsten zu entdecken sind. Die geringste Amplitude, die gefunden wurde, ist $0^m.1$ (β Aurigae), die größte ist $4^m.1$ (SX Hydrae).

Bei den β Lyrae-Sternen liegen die Amplituden zwischen $0^m.4$ und $2^m.0$.

Der Spektralcharakter der verschiedenen Klassen (nach *Pickering*) ist im folgenden kurz zusammengestellt:

I	Neue Sterne.	Besondere Spektraleigentümlichkeiten.
IIa	Mirasterne.	Hauptsächlich Md, außerdem N und R. Ma, Mb und Mc sind Ausnahmen.
IIb	U Geminorum-Typ.	Meistens F-Typus (?).
IIc	R Cor. bor.-Typ.	Nicht einheitlich. F-Typus (?).
III	Irreguläre Sterne.	Ma, Mb, Mc. Einige K und N.
IV	Kurzperiodische Sterne (Blinksterne).	Spektraltyp mit dem Lichtwechsel meistens stark veränderlich.
a)	δ Cephei-Sterne.	Hauptsächlich F und G.
b)	ζ Geminorum-Sterne.	F und G.
c)	Sternhaufen-Veränderliche.	A bis F.
V	Bedeckungs-Veränderliche.	B bis F. Hauptsächlich A

Für die Klassen IV und V ist die prozentuale Verteilung nach Spektraltypen in folgender Tabelle gegeben:

	Anzahl der untersuchten Sterne.	Spektralklasse					
		B	A	F	G	K	M
IV Kurzperiodische Veränderliche . .	101	1	11	38	35	12	3
V Bedeckungsveränderliche	93	19	58	13	9	1	0

Die Beziehung zwischen Periode und Farbe der eigentlichen veränderlichen Sterne (im Gegensatz zu den uneigentlichen, den Sternen vom Verdunkelungstypus) ist schon lange bekannt. Eine zahlenmäßige Darstellung dieses Zusammenhanges hat u. a. *G. Müller*[1]) gegeben. Auf Grund der Untersuchung von 150 Sternen hat er die Vertiefung des Farbentons mit der Dauer der Periode tabellarisch dargestellt. Eine eingehendere Untersuchung hat *S. Beljawski*[2]) angestellt, wobei er 290 Sterne aus dem zweiten *Pickering*schen Katalog[3]) zur Grundlage wählte. Er ging so vor, daß er zunächst alle Farbenangaben auf eine einheitliche Skala brachte, die nahezu der *Osthoff*schen entsprach. Nachdem dann eine vorläufige Beziehung zwischen Periode und Farbe gefunden war, wurden die systematischen Fehler ausgemerzt. Sowohl helle, als auch namentlich sehr schwache Sterne zeigten deutlich systematische Abweichungen, vor allem bei den schwachen trat das Versagen des Auges beim Erkennen der Tönung stark hervor. Deshalb wurden Sterne, deren Helligkeit die 5^m nach oben und die $9\,^1/_2{}^m$ nach unten überschritten, von der Diskussion ausgeschlossen und alle übrigen auf die Tönung, die den Objekten 8^m zukommt, reduziert. Aus den Mittelwerten ergab sich dann für die verschiedenen Periodenlängen folgende Färbung:

Zusammenhang zwischen Periode und Farbentönung.

Mittlere Periode	Mittlere Farbe	Anzahl d. Sterne	Mittlere Periode	Mittlere Farbe	Anzahl d. Sterne
13 Tage	2^c.2	13	325 Tage	5^c.79	47
80 „	3.6	4	374 „	6.64	35
163 „	5.04	22	418 „	7.30	21
226 „	4.44	32	474 „	7.8	7
274 „	5.62	34	Irregulär	7.85	26

[1]) Photometrie d. Gestirne S. 470 (1897).

[2]) *AN* **177**, 209 (1908).

[3]) *HA* 55 (1907).

Der Zusammenhang ist nach dieser Tafel evident: je länger die Periode eines Sterns ist, desto stärker ist er getönt.

Die Farbe der Verfinsterungsveränderlichen ist durchweg weiß oder gelblichweiß und steht mit der Länge der Periode in gar keinem Zusammenhang.

Zusammenhang zwischen Art des Lichtwechsels, Farbe und Spektraltypus. Daß die Farben und der Spektraltypus der Sterne im allgemeinen in unmittelbarem Zusammenhang stehen, ist bekannt. *W. S. Franks*[1]) hat eine Untersuchung über Farben und Spektraltypen der veränderlichen Sterne angestellt, indem er das Material in *HA* 55, part I zugrunde legte und die Sterne nach den *Pickering*schen Klassen anordnete. Die Farbenstufen von *Chandler* und *Osthoff* wurden in die Bezeichnung in Worten umgesetzt und einige blasse Mischfarben mit anderen Farben zusammengruppiert: blaßorangegelb mit blaßgelb, blaßorange mit orange und blaßorangerot mit orangerot. Von den 271 Sternen, deren Spektra bekannt waren, wurden zwei mit kontinuierlichem und acht mit eigentümlichem Spektrum ausgeschieden. Er erhielt dann die folgende Tafel, in der die Abteilung über dem Trennungsstrich die kurzperiodischen und die Algolveränderlichen (Klasse IV und V), die unter dem Strich die langperiodischen und die irregulären Sterne (Klasse II und III) enthält.

Beziehung zwischen Spektraltypen und Farbentönungen.

*Pickering*sche Klasse	Spektraltypen	Weiß	Gelblichweiß	Blaßgelb	Gelb	Orangegelb	Orange	Orangerot	Rot	Tiefrot	Summe
IV u. V	B u. A	(10)		(1)							11
	F		4 (2)								4
	F5 u. F8			5 (1)	1		1				7
	G		2	5	2		2				11
	G5 bis K5				3	2					5
II u. III	K				2		2				4
	Ma				1	1	1	2			5
	Mb					1	6	2			9
	Mc u. Mc5					1	5	6	1		13
	Md		2	8	16	42	48	30	2		148
	N						6	22	11	5	44
	Summe	10	8	19	25	47	71	62	14	5	261

[1]) *AN* 185, 97 (1910).

In der oberen Abteilung gehören die 14 eingeklammerten Sterne zum Algoltypus, die übrigen 24 zu den kurzperiodischen der Klasse IV.

In der unteren Abteilung gehören 165 zur Klasse der Langperiodischen II, die übrigen 58 zu der der Irregulären III.

In der Klasse II ist mit 142 Objekten der Typus Md vorherrschend, von dem allein 120 = 42 + 48 + 30 orangegelb, orange und orangerot sind. Von diesen Md-Sternen gehören nur 6 zur Klasse III, und zwar 3 orangefarbige und 3 orangerote.

Von den 44 N-Sternen gehören 16 zur Klasse II und 28 zur Klasse III, sie sind hauptsächlich orangerot.

In der Klasse III sind die Spektraltypen gleichmäßiger verteilt, allerdings auch mit einem ausgesprochenen Maximum, aber in N. Fast die Hälfte von ihnen (26) ist orangerot.

Die Spektren und Farben sind nochmals in folgender Tabelle übersichtlich nach Klassen zusammengestellt.

Klasse (*Pickering*)	Vorherrschender Spektraltyp	Prozentuales Verhältnis	Charakteristische Farbe	Prozentuales Verhältnis
V	A—B	78.6 %	$< 2^c$	71.4 %
IV	G	46 0 „	2^c—4^c	37.5 „
II	Md	86.0 „	4^c—6^c	78.8 „
III	N	48.3 „	$> 6^c$	44.8 „

Beziehung zwischen Spektraltypus und Periodenlänge. Wie wir gesehen haben, besteht zwischen Spektralcharakter und Färbung eine ziemlich eindeutige Beziehung. Da nun zwischen Farbentönung und Länge der Periode, wie vorhin gezeigt wurde, auch ein Zusammenhang ist, so muß sich beim Spektraltypus eine Abhängigkeit in ganz ähnlicher Weise offenbaren. Nur bei den Typen M und N ist diese Beziehung nicht mehr ganz eindeutig, weil die Farbe der Sterne von diesen Typen zwischen Gelb und Rot schwankt. In diese Klassen fallen aber gerade die langperiodischen Variabeln.

W. Gyllenberg[1]) hat gefunden, daß der Spektralcharakter der langperiodischen Md-Sterne sich mit der Länge der Periode etwas verschiebt, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

[1]) Meddelande från Lunds Astr. Observatorium 90 (1918).

Periode	Mittl. Spektr.	Anzahl
$<200^d$	Md 4.5	22
200^d—249^d	Md 5.1	39
250—299	Md 5.7	53
300—349	Md 6.6	53
>350	Md 7.1	62

Die Amplitude scheint bei den langperiodischen Sternen vom Spektraltypus unabhängig zu sein, nur ist im Mittel die Amplitude der Ma- bis Mc-Sterne geringer als die der anderen Sterne dieser Klasse. Dagegen ist die Periode im Mittel bei beiden Gruppen dieselbe und liegt nahe bei 300^d. Die Spektra Md 1 bis Md 5 findet man häufiger bei den schwächeren, die von Md 6 bis Md 10 mehr bei den helleren langperiodischen Sternen.

Ein großer Übelstand liegt darin, daß die Spektraluntersuchungen sich vorläufig ziemlich ungleichmäßig über die verschiedenen Klassen erstrecken und nur bis zu bestimmten Sterngrößen Vollständigkeit erstreben können, weil viele Sterne wegen ihrer Lichtschwäche noch unerreichbar sind.

Die statistischen Untersuchungen der Lichtkurven beschäftigten sich zunächst mit dem Hauptmerkmal für ihre Gestalt, dem Verhältnis zwischen der Dauer der Zunahme und der der Abnahme des Lichtes. Bedeutet M die Zeit des Maximums, m die des Minimums, so ist dieses Verhältnis ausgedrückt durch:

$$R = (M - m)/(P + m - M). \tag{151}$$

Anstatt durch R kann die Gestalt der Lichtkurve auch noch durch die mit Gl. (88) definierte Asymmetrie α oder durch den Quotienten

$$Q = (M - m)/P \tag{152}$$

charakterisiert werden. Zwischen den drei Größen R, Q und α besteht die Beziehung:

$$R/(1 + R) = Q = \tfrac{1}{2}(1 + \alpha). \tag{153}$$

Wenn Aufstieg und Abstieg gleiche Dauer haben, so ist die Kurve in bezug auf das Maximum symmetrisch, und es wird dann:

$$R = 1, \quad Q = \tfrac{1}{2}, \quad \alpha = 0.$$

Die folgenden Untersuchungen über die Asymmetrie der Lichtkurven erstrecken sich nur auf die lang- und die kurzperiodischen (eigentlichen) veränderlichen Sterne; bei den Verdunkelungsvariabeln ist die Asymmetrie nur in wenigen Fällen merklich.

Die folgende Tafel enthält die Resultate einer Abzählung nach Werten von Q innerhalb bestimmter Intervalle von P. Zur Grundlage hat der Katalog im 3. Band der „Geschichte und Literatur des Lichtwechsels usw." gedient. Alle Sterne, bei denen P oder $M-m$ als unsicher bezeichnet waren, wurden ausgeschlossen. Der obere Teil der Tafel gibt unmittelbar die Anzahl N der Sterne für ein bestimmtes Intervall von P und Q, der untere Teil enthält die Prozentzahlen.

Verteilung nach Asymmetrie der Lichtkurve und Periode.

$P =$	0^d bis 1^d	1^d bis 10^d	10^d bis 100^d	100^d bis 200^d	200^d bis 300^d	300^d bis 400^d	$>400^d$	Summe
$Q=(M-m)/P$	N	N	N	N	N	N	N	
0.00—0.05	2							2
0.05—0.10	5	1						6
0.10—0.15	15	0	2					17
0.15—0.20	3	1	3		1			8
0 20—0.25	4	7	0		0	1		12
0.25—0.30	4	13	4		1	0	1	23
0.30—0.35	3	17	7	1	1	4	4	37
0.35—0.40	4	5	9	1	5	12	4	40
0.40—0.45	0	4	6	10	34	23	11	88
0.45—0.50	1	3	7	20	32	23	5	91
0.50—0.55		1	4	5	5	2	4	21
0.55—0.60				3	1	2		6
	%	%	%	%	%	%	%	%
0.0—0.2	61	4	12	0	1	0	0	9.4
0.2—0.4	37	80	47	4	9	26	31	31.9
0.4—0.5	2	14	31	75	83	68	55	51.0
>0.5	0	2	10	21	7	6	14	7.7

Diese Tafel führt zu folgendem Ergebnis:

Die Zahl der untersuchten Sterne beträgt 351, hiervon gehören 135 zu den kurzperiodischen Veränderlichen. Zwei Sterne mit $P < 100^d$ und Spektrum M wurden ausgeschlossen.

Bei den kurzperiodischen Sternen ($P < 100^d$) ist der Anstieg durchschnittlich um so schneller, je kleiner P ist. Bei den langperiodischen Sternen ist kein auffallender Unterschied im Gang von Q für verschiedene P festzustellen. Bei ihnen bilden die schwachasymmetrischen Kurven die Regel, bei den kurzperiodischen dagegen die Ausnahme. Lichtkurven mit steilerem Abfall als Aufstieg

kommen nur bei den langperiodischen Sternen und auch bei diesen nur ganz vereinzelt vor.

Folgende Gesetzmäßigkeiten gelten außerdem noch für die Lichtkurven der Sterne mit unregelmäßiger Periode:

Die Maxima verlaufen im allgemeinen spitzer als die Minima.

Nimmt man als mittlere Größe das Mittel aus der Maximal- und der Minimalhelligkeit, so zeigt sich, daß fast alle eigentlichen veränderlichen Sterne während des größeren Teils ihrer Periode unterhalb dieser mittleren Größe verweilen. Dies ist z. T. eine Folge des flacheren Verlaufs der Minima.

Diese Eigentümlichkeiten im Lichtverlauf legen es nahe, anzunehmen, daß bei den eigentlichen Veränderlichen der Lichtwechsel durch Störungen der Minimalhelligkeit, d. h. durch eine Art Auflodern zustande kommt. Bei den uneigentlichen Veränderlichen, d. h. denen vom Verdunkelungstypus, ist es umgekehrt: bei ihnen ist der Lichtwechsel in der Hauptsache eine Störung der Maximalhelligkeit. (Die Sterne vom R Cor. bor.-Typus gehören deshalb vielleicht auch zu den uneigentlichen Veränderlichen, ihr Lichtwechsel kann durch eine Verdunkelung durch Nebelmassen erklärt werden.[1])

Betrachtet man zum Schluß noch die Kurven nach der Geschwindigkeit der Helligkeitsänderungen mit der Zeit, so ergibt sich die Reihenfolge:

> Schnellste Lichtzunahme → Neue Sterne — U Geminorum-Sterne — Kurzperiodische Sterne — Langperiodische Sterne — Unregelmäßige Veränderliche der Klasse III ← langsamste Lichtzunahme.

Je stärker die Lichtzunahme ist, um so durchgreifender wirkt die Störung, die jedoch bei den einzelnen Klassen verschiedene Ursachen haben wird.

Zusammenhang zwischen den Elementen der Bedeckungsveränderlichen.

Für die Veränderlichen vom Algoltypus sind noch einige besondere statistische Untersuchungen von Interesse. Die folgende Tafel[2]) enthält die Anzahl der Algolsterne, deren Maximalhelligkeit eine bestimmte Größe erreicht.

---

[1]) *A N* **209**, 282 (1919).

[2]) Die Grundlage für diese und die nächste Tafel bildet der Katalog veränderlicher Sterne für 1920. *VJS* **54**, 281 ff. (1919).

Verteilung nach der Helligkeit im Maximum.

Max.	Anzahl	Prozent	Max.	Anzahl	Prozent
$2-3^m$	2	2	8—9	26	19
3—4	2	2	9—10	46	33
4—5	0	0	10—11	31	22
5—6	3	2	11—12	5	4
6—7	7	5	12—13	3	2
7—8	13	9			

Eine Übersicht über die Verteilung ist schon auf S. 344 gegeben worden.

Auf S. 329 wurde gezeigt, daß sich aus dem Verhältnis zwischen der Periodendauer P und der Dauer der Finsternis $2d$ eine obere Grenze für die Dichte der Komponenten berechnen läßt. Für diese Untersuchungen ist eine Übersicht über die Verteilung des Quotienten $P/2d$ von Wichtigkeit. Folgende Tafel gibt die Mittelwerte nach P-Mitteln geordnet, worin jeder Wert aus 10 bis 11 Sternen hervorgegangen ist. Nur die drei letzten Werte sind aus 2 bzw. 5 und 2 Sternen gebildet.

P	$P/2d$	P	$P/2d$
$0^d.71$	4.13	$4^d.52$	9.17
1.30	5.37	6.19	8.93
1.84	6.80	8.95	11.0
2.34	6.94	14.36	10.4
2.90	7.35	33.1	23.5
3.61	8.70		

Die Bahnberechnung der Variabeln vom Verdunkelungstyp gibt uns Aufschluß über die physikalischen Verhältnisse der Komponenten dieser Systeme. Sie sind für uns von allergrößtem Interesse, weil sie uns weitere Kenntnisse über diese außerordentlich fernen Weltkörper erschließen. *H. Shapley* hat die Bahnelemente von 90 Verdunkelungsvariabeln berechnet und die Resultate statistisch bearbeitet.

Dichte und Spektraltypus. Aus der Gl. (144) läßt sich unter der Annahme, daß die Komponenten der Verfinsterungssysteme gleiche Masse haben, ihre Dichte berechnen. Allen Komponenten wurde die gleiche Masse wie die der Sonne zuerteilt und die so berechnete Dichte für etwa vorhandene Abplattung und den Hellig-

keitsunterschied zwischen den beiden Körpern verbessert. Die Verbesserung konnte bei starker Abplattung und großem Helligkeitsunterschied bis zu 20% erreichen. Auf diese Weise bestimmte *Shapley*[1]) die Dichten von 93 Komponenten, deren Spektraltypus bekannt ist. Die Anordnung nach Spektralklassen und nach Dichtelogarithmen gibt folgende Übersicht, wobei die Dichte der Sonne zur Einheit ($\log \varrho_\odot = 0$) genommen ist:

Beziehung zwischen Spektralklasse und Dichte.

$\log \bar{\varrho}$	B	A	F	G	K	Summe
+0.5 bis 0.0				2		2
0.0 „ −0.5		11	7	1		19
−0.5 „ −1.0	8	24	3	1		36
−1.0 „ −1.5	5	13				18
−1.5 „ −2.0	3	6	1	1		11
−2.0 „ −3.0	1					1
−3.0 „ −4.0	1			2	1	4
−4.0 „ −5.0						0
−5.0 „ −6.0			1	1		2
Summe	18	54	12	8	1	93
Prozent	19	58	13	9	1	100

Bemerkenswert sind die Anhäufung der B- und A-Sterne innerhalb eines bestimmten Dichteintervalls und die Zunahme der Dichte beim Übergang von B über A nach F.

Die mittlere Dichte der B-Sterne ist 0.12
„ „ „ „ A- „ „ 0.21
„ „ „ „ F- „ „ 0.36

Bei dieser Mittelbildung wurden in der B-Gruppe β Lyrae und in der F-Gruppe ε Aurigae, SU Centauri und U Pegasi ausgeschlossen. U Pegasi zeichnet sich durch große Dichte aus und würde den Mittelwert um 0.05 erhöhen. Er ist das zweitdichteste System, während das dichteste W Ursae mai. (elliptisches System, F-Typ) ist. Die anderen drei Sterne sind sehr wenig dicht und fallen darum ebenfalls zu stark aus dem Rahmen der übrigen heraus.

Amplitude, Größe und Oberflächenintensität. Folgende Tafel gibt eine Übersicht über das Verhalten der relativen Dimensionen und der Oberflächenintensität mit der Amplitude des Licht-

[1]) Contributions from the Princeton Univ. Obs. 3 (1915). Dieser Veröffentlichung sind die beiden folgenden Tafeln mit einigen Abänderungen entnommen.

wechsels. Die Zusammenstellung ist sowohl für Größen gemacht, wie sie aus der Bahnbestimmung unter der Annahme gleichförmig heller Scheiben (*u*) hervorgehen, als auch für solche, die nach dem Rand völlig abgedunkelt sind (*d*). (Die größere Komponente ist mit *A*, die kleinere mit *B* bezeichnet, die Oberflächenintensität der helleren mit J_b, die der schwächeren mit J_f und der Quotient J_b/J_f mit Q).

Verteilung der Bedeckungsveränderlichen nach dem Verhalten der Größe und der Oberflächenhelligkeit der Komponenten mit der Tiefe des Hauptminimums.

Tiefe des Hauptminimums		A schwächer als B		A nahezu gleich B		A heller als B		$Q > 30$ Anzahl	$30 > Q > 12$ Anzahl	$12 > Q > 5$ Anzahl	$5 > Q > 2$ Anzahl	$2 > Q$ Anzahl
		Anz.	%	Anz.	%	Anz.	%					
größer als 2^m	*u*	22	100	0	0	0	0	12	11	0	0	0
	d	21	95	1	5	0	0	7	12	4	0	0
2^m bis 1^m	*u*	22	82	3	11	2	7	5	8	8	5	2
	d	17	63	5	18	5	18	3	9	7	7	2
1^m bis $0^m.7$	*u*	12	54	5	23	5	23	1	4	8	4	1
	d	11	50	4	18	7	32	2	2	6	6	2
kleiner als $0^m.7$	*u*	0	0	12	67	6	33	0	0	1	3	16
	d	0	0	13	72	5	28	0	0	1	4	15
Summe	*u*	56	63	20	22	13	15	18	23	17	12	19
	d	49	55	23	26	17	19	12	23	18	17	19

Die Betrachtung der linken Tafelhälfte ergibt als Resultat von besonderem Interesse, daß bei einer Tiefe $> 2^m$ der hellere Stern niemals die größere, umgekehrt bei einer Tiefe $< 0^m.7$ niemals die kleinere Komponente ist.

Die rechte Hälfte läßt erkennen, daß es viele Systeme gibt, deren Komponenten in bezug auf ihre Oberflächenhelligkeit J stark voneinander abweichen. Die einzelnen Sterne, die solche Systeme bilden, müssen sich in ihren Spektraltypen wesentlich voneinander unterscheiden. Die schwächere Komponente wird man im Spektroskop nur in vereinzelten Fällen erkennen können, da sie im Vergleich zur helleren zu lichtschwach ist und ihr Spektrum neben dem des anderen Sterns verschwindet. Nur während der Zeit der totalen Bedeckung der helleren Komponente, also während der Phase des konstanten Minimums, oder auch wenn der hellere Stern nahezu total abgeblendet ist, hätte man Aussicht, das Spektrum der schwächeren Komponente zu erkennen. Diese Versuche scheitern

aber meistens an der kurzen Dauer der konstanten Phasen und sind bis jetzt erst in zwei Fällen gelungen: Bei U Cephei ist die schwächere Komponente ein K-, die hellere ein A-Stern. U Sagittae ist außerhalb der Verfinsterung vom Typus B8, dagegen, wie *Adams* und *Joy*[1]) festgestellt haben, im Maximum der Bedeckung ein G 0-Riesenstern. Der einzige Weg, der noch zum Ziel führen könnte, wäre die Feststellung der Änderung des Farbenindex während der Verfinsterung.

Die Elliptizität der Komponenten der β Lyrae-Sterne ist ebenfalls von *Shapley* untersucht worden. Es zeigte sich dabei, daß diese Körper um so länglicher sind, je geringer der Abstand zwischen ihren Oberflächen ist. Der Grad der Elliptizität ist in guter Übereinstimmung mit demjenigen, der sich nach der Formel von *Darwin*[2]) unter der Annahme von inkompressiblen Flüssigkeiten ergibt.

Über die vermutliche Anzahl der noch unentdeckten Veränderlichen.

Die Abschätzung der Zahl der bis jetzt noch nicht entdeckten Veränderlichen kommt auf die Berechnung der überhaupt vorhandenen Variabeln hinaus und ist naturgemäß eine sehr unsichere Aufgabe. Ihre Lösung beruht auf der Annahme, daß das Verhältnis zwischen der Zahl der Veränderlichen und derjenigen der Sterne überhaupt für alle Größenklassen gleich sei. Will man z. B. berechnen, wieviele Variable im Maximum die 9^m erreichen, so kann man in der Weise vorgehen, wie es *Schönfeld*[3]) gezeigt hat: Man nimmt an, daß alle Veränderlichen, die die 6^m erreichen, bekannt sind und multipliziert ihre Anzahl mit dem Verhältnis der Anzahl aller Sterne 9^m zu derjenigen 6^m, das nach *Argelander* gleich 40:1 ist. Wenn man diese Rechnung auf Grund des Katalogs der *VJS* für 1921 ausführt und die Neuen Sterne unberücksichtigt läßt, so ergibt sich mit 90 Variabeln über 6^m als Gesamtzahl der Veränderlichen bis zu 9^m die Zahl 3600. Über die Hälfte davon ist bereits entdeckt.

Ein gänzlich anderes Verfahren hat *Pickering*[4]) angewandt. Aus der „Harvard Map of the Sky" wurden bestimmte Platten ausgewählt und auf ihnen gewisse Gegenden nach Veränderlichen ab-

[1]) Pop. Astr. **30**, Nr. 2 (1922).
[2]) Phil. Trans. *A* **178**, 419 (1887).
[3]) 29. Jahresber. d. Mannheimer Vereins f. Naturkunde S. 105 (1863).
[4]) *HC* **130**, 142 (1907—1908).

gesucht, indem man Kopien von verschiedenen Aufnahmen derselben Gegend zur Deckung brachte. Unter der Voraussetzung, daß gerade so leicht bekannte, wie unbekannte Variable übersehen werden, und aus dem Verhältnis der Neuentdeckungen zu den schon bekannten Veränderlichen ergab sich, daß etwa $^2/_3$ der wahrscheinlich vorhandenen Variabeln bis zur $10\,^1/_2{}^m$ bekannt sind.

Auf Grund der Abweichungen der Einzelmessungen in der *PD* kommt *P. Guthnick*[1]) zu dem Schluß, daß unter den Heliumsternen (Spektraltyp Oe5—B9) noch eine große Anzahl von unentdeckten Verdunkelungsveränderlichen stecken müsse. Da es sich dabei um hellere Sterne handelt, die die 6^m überschreiten, so würde sich die oben nach dem *Schönfeld*schen Vorschlag errechnete Zahl der wahrscheinlich vorhandenen Veränderlichen noch wesentlich erhöhen. In der Tat haben auch die Messungen mit der photoelektrischen Zelle unter den helleren Objekten eine große Zahl von veränderlichen Sternen mit sehr kleinen Amplituden ergeben.

Einundzwanzigstes Kapitel.

Die Stellung der veränderlichen Sterne zur Milchstraße und im Raum.

Von besonderer Wichtigkeit bei der Untersuchung gewisser Sterngruppen ist die Ermittelung ihrer Stellung im Weltenraum. Wir wissen, daß die Sterne nicht regellos im Raum ausgestreut sind, sondern daß sie sich gegen eine bestimmte Ebene zusammendrängen. Da wir uns selbst nahezu in dieser Ebene befinden, so erscheint uns ihr Schnitt mit der Himmelskugel als größter Kreis. Dieser Kreis wird der galaktische Äquator genannt. Die Sternfülle in seiner unmittelbaren Umgebung erscheint uns bedeutend größer als in höheren galaktischen Breiten, sie nimmt für die schwächeren Sterne nach den Polen dieses Kreises auf etwa ein Drittel ab. Der galaktische Nordpol liegt bei $191^0.5$ Rektaszension und $+28^0$ Deklination (1900.0).

Die Verteilung nach galaktischer Breite. Um die Stellung der Sterne zur Milchstraße zu untersuchen, muß man zuerst die Sternörter, die gewöhnlich auf das System des Erd-

---

[1]) *AN* **191**, 169 (1912).

äquators bezogen sind, in galaktische Koordinaten umrechnen. Diese Umwandlung läßt sich mit Hilfe der graphischen Tafeln von *Stroobant*[1]) sehr erleichtern. Kommt es nur auf Untersuchungen durch Abzählungen innerhalb gewisser Zonen an, so kann man die Aufgabe noch viel einfacher erledigen: Man zeichnet in ein Koordinatensystem des Äquators die Begrenzungslinien bestimmter galaktischer Zonen ein, z. B. die Linien, die 10°, 30°, 50° und 70° Abstand vom galaktischen Äquator haben. Nachdem man nun in das ursprüngliche Koordinatennetz die Objekte nach Rektaszension und Deklination eingetragen hat, kann man die Abzählung für die bestimmten Zonen ohne weiteres vornehmen. Der Flächeninhalt dieser Zonen ist aber verschieden, und um die Zahlen auf die Einheitsfläche zu beziehen, muß man sie durch den Flächeninhalt der einzelnen Zonen dividieren. Man erhält bequeme und übersichtliche Relativzahlen, wenn man außerdem noch alles auf die galaktische Äquatorzone ($+10°$ bis $-10°$) als Einheit bezieht. Diese Werte lassen sich dann mit denen der allgemeinen Sternverteilung, wie sie sich aus den Sternabzählungen von *H. v. Seeliger*[2]) ergeben, vergleichen.

Die Verteilung der Veränderlichen am Himmel hat u. a. *E. Zinner*[3]) untersucht. Als Grundlage hat er den Katalog der *VJS* für 1912 benutzt, der 1234 Sterne enthält, wobei die noch nicht als veränderlich bestätigten Sterne, ferner die in Sternhaufen oder sonstigen Ansammlungen stehenden unberücksichtigt blieben. Das Resultat für die allgemeine Verteilung ist in der oberen Tafel auf S. 359 gegeben.

Die letzte Spalte läßt deutlich eine Anhäufung der Veränderlichen nach der Milchstraße hin erkennen, sogar im Vergleich zur Dichtezunahme, die die Verteilung aller Sterne am Himmel zeigt. Der Grund für diese Erscheinung kann auch in der allgemeinen Verteilung der Sterne nach dem Spektraltypus liegen.

Die Untersuchungen, die *Pickering*[4]) auf Grund der *HP* angestellt hat, zeigen, daß die weißen Sterne gegenüber den getönten die Nähe der Milchstraße bevorzugen. Er hat die Sterne bis zur $6^m.25$ nach den Spektraltypen B, A, F, G, K und M angeordnet und ihre

---

[1]) Ann. de l'Obs. de Bruxelles XI (1908).

[2]) Abh. d. Bayer. Akad. XIX, 3 (1898), Sitzber. d. Bayer. Akad. XXIX, 3 (1900). Vgl. auch *H. Kobold*, Bau d. Fixsternsystems S. 162 (1906).

[3]) *AN* **190**, 17 (1912).

[4]) *HA* **64**, Nr. 4, S. 91 (1912).

Verteilung der Veränderlichen am Himmel.

Nr. der galakt. Zone	Zone	Areal A	Zahl d. Veränderlichen N	N/A = R	Verteil.-Dichte		Verhältnis beider Verteilungsdichten
					d. Veränderlichen	der Sterne insgesamt	
I	+90° bis +70°	0.174	10	58	0.14	0.35	0.40
II	+70 „ +50	0.500	62	124	0.29	0.37	0.78
III	+50 „ +30	0.766	101	132	0.31	0.45	0.69
IV	+30 „ +10	0.940	248	264	0.63	0.68	0.93
V	+10 „ −10	1.000	422	422	1.00	1.00	1.00
VI	−10 „ −30	0.940	238	253	0.60	0.77	0.78
VII	−30 „ −50	0.766	93	122	0.29	0.47	0.62
VIII	−50 „ −70	0.500	43	86	0.20	0.41	0.49
IX	−70 „ −90	0.174	17	98	0.23	0.38	0.61
			1234				

Anzahl für vier flächengleiche gal. Zonen ermittelt. Die Ergebnisse sind nach der übersichtlichen Anordnung von *Seeliger*[1]) in der folgenden Tafel gegeben:

Verteilung der hellen Sterne bis $6^m.25$ nach gal. Zonen und Spektraltypen.

Mittl. gal. Breite der Zone	B	A	FG	K	M	Summe
±62°	0.034	0.270	0.259	0.345	0.092	1.000
±40	0.071	0.289	0.234	0.316	0.090	1.000
±22	0.132	0.313	0.215	0.267	0.073	1.000
± 8	0.175	0.337	0.188	0.241	0.059	1.000

Die Zahl aller Sterne ist für jede Zone gleich der Einheit gesetzt. Man erkennt eine deutliche Zunahme der Verteilungsdichte nach der Milchstraße hin bei den Sternen der Typen B und A, also den weißen Sternen; das Gegenteil ist bei den übrigen Typen der Fall, denen die getönten Sterne angehören.

Aus der Übersicht über die allgemeine Verteilung der Variabeln am Himmel darf man demnach noch kein endgültiges Urteil herleiten, weil die veränderlichen Sterne ganz verschiedenen Spektraltypen angehören und die Wirkung des Verteilungsgesetzes der einen Klasse durch eine für die andere Klasse gültige Verteilungsfunktion

[1]) *AN* **193**, 165 (1913).

stark beeinträchtigt, vielleicht sogar aufgehoben werden kann. Es ist daher notwendig, diese Untersuchung für einzelne Klassen getrennt durchzuführen.

Folgende Tafel enthält das Ergebnis einer solchen getrennten Bearbeitung, in der die Klasse III beiseite gelassen wurde und die β Lyrae-Sterne mit den Algolvariabeln vereinigt sind:

Verteilung der einzelnen Klassen nach galaktischen Zonen.

Nr. der gal. Zone	Zone	Verteilungsdichte (Einheit: Zone V)					Verhältnis der Verteilungsdichte: Veränderliche/Sterne insgesamt			
		Veränderliche n. Kl.				Sterne insges.				
		I	II	IV	V		I	II	IV	V
I	+90° bis +70°	0.00	0.23	0.14	0.00	0.35	0.00	0.66	0.40	0.00
II	+70 „ +50	0.00	0.53	0.21	0.09	0.37	0.00	1.44	0.57	0.24
III	+50 „ +30	0.05	0.56	0.15	0.19	0.45	0.11	1.24	0.33	0.42
IV	+30 „ +10	0.18	1.15	0.30	0.41	0.68	0.26	1.70	0.44	0.60
V	+10 „ −10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VI	−10 „ −30	0.05	1.38	0.30	0.40	0.77	0.07	1.79	0.39	0.52
VII	−30 „ −50	0.00	0.83	0.14	0.14	0.47	0.00	1.77	0.30	0.30
VIII	−50 „ −70	0.05	0.48	0.10	0.09	0.41	0.12	1.17	0.24	0.22
IX	−70 „ −90	0.00	0.65	0.00	0.00	0.38	0.00	1.71	0.00	0.00

Außerdem liegen noch Untersuchungen über diesen Gegenstand von *E. Hertzsprung* vor[1]), die die Verdunkelungsveränderlichen und die Blinksterne (und noch verschiedene besondere Spektraltypen) betreffen. Die Blinksterne sind ebenfalls wieder in zwei Gruppen gesondert, weil sich die ganz kurzperiodischen vom RR Lyrae-Typus anders verhalten, als die eigentlichen δ Cephei-Sterne.

Das Resultat aller dieser Untersuchungen ist in folgendem zusammengefaßt:

Klasse I. Die Neuen Sterne haben wegen ihrer geringen Anzahl (etwa 30) kaum Einfluß auf die Gesamtverteilung. Sie verraten eine sehr enge Beziehung zur Milchstraße, da 80% von ihnen in der innersten gal. Zone liegen, alle übrigen in den beiden benachbarten Zonen, mit einziger Ausnahme von T Cor. bor., der 47° von der Milchstraße entfernt ist. Ohne ihn ist die mittlere gal. Breite der Novae 11°, während bei zufälliger Verteilung die Hälfte der Sterne innerhalb von +30° und −30° liegen müßte.

Klasse IIa. Die langperiodischen Veränderlichen, die wegen ihrer rötlichen Tönung und ihres Spektralcharakters (M und N) in

[1]) *A N* 192, 261 (1912).

der Nähe der Milchstraße verhältnismäßig spärlicher vorkommen sollten und wegen ihrer großen Anzahl (über 600) den Ausschlag geben könnten, wenn sie ungleichmäßig verteilt wären, verraten keine besondere Beziehung zur Milchstraße.

Klassen IIb und IIc enthalten zu wenig Sterne, um eine Untersuchung sicher zu gestalten.

Klasse III. Die irregulären Veränderlichen, die meist gelb und rötlich getönt sind und zu den Spektraltypen Ma, Mb, Mc und N gehören, scheinen sich ähnlich wie die Langperiodischen zu verhalten. (Dagegen haben die N-Sterne eine Beziehung zur Milchstraße, da der Pol des größten Kreises am Himmel, den sie bevorzugen, nur 4^0 vom gal. Pol entfernt ist.)

Klasse IV. Bei den Sternen dieser Klasse müssen die Veränderlichen, die in den Sternhaufen in großer Zahl vorkommen, selbstverständlich für die Untersuchung ausscheiden. Durch ihr großes Übergewicht würden sie bei ihrem Zusammenstehen auf kleinen Arealen das Bild, das die übrigen einzelnstehenden Vertreter dieser Klasse geben, völlig entstellen.

Die Sterne vom δ Cephei-Typ liegen ausgesprochen in der Milchstraße, der Pol ihrer Ebene liegt nur 5^0 vom gal. Pol entfernt.

Anders verhalten sich die isoliert vorkommenden Sterne vom Antalgoltypus, die ebenfalls einen frühen Spektralcharakter (A—F) haben. Sie verraten keine Beziehung zur Milchstraße und kommen über den ganzen Himmel gleichmäßig verteilt vor.

Klasse V. Die Bedeckungsvariabeln, die zu den weißen Sternen (Typus B—F) gehören, drängen sich stark nach der Milchstraße zusammen. Die Distanz des Pols der von ihnen bevorzugten Ebene vom gal. Pol beträgt weniger als 3^0.

Die Verteilung nach gal. Länge. Die Verteilung der veränderlichen Sterne nach gal. Länge ist ebenfalls untersucht worden. Es lassen sich einige Anhäufungen in gewissen Gegenden des Himmels nicht verkennen. So scheint ein Zusammendrängen der Veränderlichen gegen die Sternbilder des Delphins, des Schwans, des Schützens und des kleinen Hundes stattzufinden, hauptsächlich also in solchen Gegenden der Milchstraße, die sich durch Ausdehnung, Helligkeit und durch Sternreichtum an sich auszeichnen.

Berechnet man für die einzelnen Sternbilder die Anzahl der Veränderlichen, die auf 100 Quadratgrad stehen, so findet man für diejenigen mit der größten Verteilungsdichte folgende Werte:

Scutum	28	Veränderliche
Cygnus	19	„
Carina	16	„
Scorpius	15	„
Orion	15	„
Lyra	11	„
Cassiopeia	10	„
Sagittarius	10	„
Delphinus	8	„
Perseus	8	„
Aquila	8	„

Wir sehen also, daß auf dem Halbbogen zwischen Cassiopeia und Scorpius, der die Gabelung der Milchstraße enthält, die Veränderlichen viel dichter gedrängt stehen als in der anderen Hälfte. Von den Sternbildern dieser zweiten Hälfte kommen in der Zusammenstellung nur Orion und Perseus vor. Daß die Sternbilder alle in der Milchstraße liegen müssen, ist nach den Untersuchungen über die Verteilung nach gal. Breiten selbstverständlich.

Die Verteilung nach Sternsystemen. An einzelnen Stellen des Himmels, in einigen Sternhaufen und nebelartigen Gebilden finden sich veränderliche Sterne in besonderer Anhäufung.

Sternhaufen. Bezeichnet man mit dem Ausdruck Sternhaufen jede Gruppe von Sternen, die nachweislich oder höchst wahrscheinlich physisch miteinander verbunden sind, so unterscheidet man nach *Shapley*[1]) drei Arten: 1. kugelförmige, 2. offene Sternhaufen und 3. bewegte Systeme. Hiervon haben allein die Kugelhaufen, dafür aber auch in ganz besonderem Maße, für das Vorkommen von Variabeln Bedeutung. Sie sind in bezug auf veränderliche Sterne zuerst von *S. I. Bailey*[2]) eingehend untersucht worden. Die folgende Tafel[3]) gibt diejenigen Sternhaufen, die mehr als 2% Variabler besitzen. Als Sternzahl ist die runde Zahl der untersuchten Sterne angegeben.

Im ganzen sind bis jetzt in 26 kugelförmigen Sternhaufen Veränderliche aufgefunden worden. Auf einige Eigentümlichkeiten dieser Gebilde, um deren Erforschung sich in neuester Zeit besonders *Shapley* verdient gemacht hat, wird weiter unten noch eingegangen werden.

---

[1]) Contrib. fr. the Mt. Wilson Obs. **115**, 2 (1915).
[2]) *HC* **2**, 18, 33 und *HA* 38 (1902).
[3]) *HA* **38**, 2 (1902).

Name des Sternhaufens	Sternzahl	Prozentsatz d. Variablen
Messier 3	900	14.7
„ 5	900	8.9
„ 15	900	5.7
ω Centauri	3000	4.3
Messier 62	960	2.7
„ 79	200	2.5
Dunlop 62	675	2.1

Faßt man unsere Sonne mit den uns umgebenden 5000 bis 6000 mit bloßem Auge sichtbaren Sternen als Sternhaufen für sich auf, so enthält er wenig mehr als 50 Variable, also knapp 1 % (fürs freie Auge).

Die offenen Sternhaufen und die bewegten Systeme sind bis jetzt weniger untersucht worden. In bezug auf die Veränderlichen scheinen sie keine Besonderheiten zu bieten.

Von den Nebelflecken weist nur der Orionnebel eine Anhäufung von Veränderlichen auf. Nach der Zusammenstellung von *Hagen*[1]) finden sich dort gegen 90 Veränderliche, während andere Nebel, wie der Trifidnebel[2]) im Schützen und der große Spiralnebel im Schwan in ihrer Nachbarschaft viel weniger aufweisen.

Sehr merkwürdig ist das Aufleuchten vieler Neuer Sterne in einigen Spiralnebeln. Die älteste in einem solchen Nebel bekannte Nova ist S Andromedae, die im Jahre 1885 nahezu in der Mitte des großen Andromedanebels erschien und die 7. Größe erreichte. Später leuchteten in demselben Nebel noch mehrere schwache Novae auf, und auch in anderen Spiralnebeln wurden Neue Sterne entdeckt.

Die Veränderlichen vom R Cor. bor.-Typus finden sich, wie es scheint, alle in unmittelbarer Nähe von Nebelgebilden. Zwischen diesen Sternen und den Nebeln besteht wohl auch ein physischer Zusammenhang, was durch die Eigentümlichkeiten im Spektrum (helle Linien) aller daraufhin untersuchten Sterne dieser Art angedeutet ist.

Die sogenannten Wolken scheinen sehr reich an veränderlichen Sternen zu sein. In der großen *Magellan*schen Wolke am Südhimmel sind über 800, in der kleinen fast 1000 Variable

---

[1]) *ApJ* **19**, 344 (1904) und **20**, 351 (1904).

[2]) *HC* 141 (1908).

gefunden worden.[1]) Dagegen ist die Umgebung von η Carinae[2]) sehr arm, unter 200000 Sternen haben sich nur 39 als veränderlich herausgestellt, also nur 0.02%.

Die räumliche Verteilung der Veränderlichen vom δ Cephei-Typus. Zu den Untersuchungen, die einen mehr spekulativen Charakter haben und meist auf einer Reihe von Annahmen und Verallgemeinerungen beruhen, gehören die über die Stellung von Sternsystemen im Raum. Der Ort eines Körpers im Raum ist eindeutig festgelegt durch seine Richtung und seine Entfernung. Die Richtung nach einem Stern gibt die Bestimmung seiner Position an der Himmelskugel fast unmittelbar. Die Ermittlung seiner Entfernung oder auch ihres reziproken Wertes, der Parallaxe, ist mit ungeheueren Schwierigkeiten verknüpft, wenn sie auf geometrischem Wege aus der Verschiebung abgeleitet werden soll, die ein Stern infolge der Bewegung der Erde um die Sonne erleidet. Deshalb ist man gezwungen, die Parallaxe auf anderem, weniger strengem Wege zu erhalten, indem man die Beziehungen zwischen gewissen Größen, wie Radial- und Eigenbewegung, abs. Helligkeit und Spektraltypus, die man bei Sternen mit bekannter Parallaxe aufgefunden hat, verallgemeinert oder indem man sonst irgendwelche plausiblen Annahmen macht.

Eine wichtige Methode der Parallaxenbestimmung ergibt sich aus der Vergleichung der absoluten Helligkeit eines Sterns mit der scheinbaren, die wir durch unsere Messungen unmittelbar bestimmen, also ohne weiteres bei jedem Stern als bekannt annehmen dürfen. Die absolute Helligkeit ist früher schon (S. 34) definiert worden. In dieser Definition ist die Entfernung enthalten, und es ist klar, daß, wenn wir auf irgendeine Weise die absolute Größe eines Sterns kennen lernen, wir seine Entfernung mit Hilfe der scheinbaren Größe nach Gl. (7) berechnen können.

Zur Kenntnis der absoluten Größe von Blinksternen gelangt *E. Hertzsprung*[3]) auf Grund zweier Voraussetzungen:

1. nimmt er an, daß das Gesetz, das Miß *Leavitt*[4]) für 25 Blinksterne in der kleinen *Magellan*schen Wolke abgeleitet hat, allgemein für diese Veränderlichen gültig sei. Es lautet: Der Logarithmus der Periode eines Blinksterns nimmt um 0.48 zu, wenn seine ab-

[1]) *HA* **60**, 87 (1908) und *HC* 107 (1906).
[2]) *HC* 115 (1906).
[3]) *AN* **196**, 201 (1914).
[4]) *HC* **173** (1912), *AN* **192**, 225 (1912).

solute Helligkeit um eine Sterngröße wächst. Dieses Gesetz bestimmt das Skalenintervall für die absoluten Größen, es gilt aber allgemein nur für Blinksterne mit Perioden über 1^d; für Sterne mit schnellerem Lichtwechsel wird die absolute Helligkeit konstant $= -0^m.23$ (phot.).

2. Der Nullpunkt ist durch die Annahme bestimmt, daß die absolute Helligkeit eines Sterns dieser Art mit 6.6 Tagen Periode in einer Entfernung, die der Parallaxe von $0''.1$ entspricht, gleich $-2^m.3$ sei. Diese Voraussetzung gründet sich auf die Eigenbewegungen einer Gruppe von Sternen. Die Sterne selbst sind als stillstehend im Raum angenommen; die Eigenbewegung ist daher nur scheinbar und nicht anders als durch die parallaktische Verschiebung infolge der Wanderung der Sonne im Weltenraum veranlaßt. Unter gewissen Bedingungen führt diese Annahme zum Ziel.

Auf diese Weise sind die Örter einer Anzahl von Blinksternen im Raum bestimmt worden. Die Entfernungen einiger Sterne von der Sonne reichen nahe an 5000 Lichtjahre heran, jedoch sind die Abstände von der Ebene der Milchstraße bedeutend kleiner. Es zeigt sich, daß die Blinksterne einen flachen, linsenförmigen Raum ausfüllen, bei dem die größte Schnittfläche der Linse nahezu mit der Ebene der Milchstraße zusammenfällt und bei dem sich der kleinste zum größten Durchmesser etwa wie 1 : 7 verhält.

Diese Untersuchung betrifft nur die räumliche Verteilung der isoliert stehenden δ Cephei-Sterne; die in großer Menge in den kugelförmigen Sternhaufen vorkommenden Veränderlichen erfordern eine besondere Betrachtung. Sie gehören in der weitaus überwiegenden Mehrzahl zu den δ Cephei-Sternen, vereinzelt kommen unter ihnen auch langperiodische Veränderliche vor, dagegen sind Bedeckungssterne in Kugelhaufen niemals aufgefunden worden. Die Perioden dieser Blinksterne sind in den meisten Fällen kürzer als 1^d. *Bailey*[1]) hat im Sternhaufen ω Centauri der Lichtkurve nach drei Gruppen unterschieden: Die Kurven der Unterklasse a haben sehr große Ähnlichkeit mit der von ST Virginis (Fig. 7), die Kurven der Sterne in der Unterklasse b gleichen fast der von δ Cephei, und die der Unterklasse c haben die Gestalt der ζ Geminorum-Kurve (Fig. 6). Die folgende Tafel gibt eine Übersicht über die Mittelwerte einzelner Lichtwechselelemente der Sterne in den drei Gruppen:

---

[1]) *HA* **38** (1902).

Unterklasse	Mittlere Periode	Mittlere Amplitude	Mittlere Helligkeit	Mittleres Maximum	Anzahl der Sterne
a	$0^d.586$	$1^m.11$	$13^m.55$	$12^m.99$	33
b	0.752	0.87	13.55	13.10	15
c	0.395	0.56	13.61	13.33	28

Alle Perioden von a liegen zwischen $0^d.50$ und $0^d.66$, die von b zwischen $0^d.66$ und $0^d.90$ und die von c mit drei Ausnahmen ($0^d.52$, $0^d.53$ und $0^d.62$) zwischen $0^d.30$ und $0^d.50$. Die mittlere Helligkeit ist das Mittel aus der Maximal- und der Minimalgröße, sie hat in allen drei Unterklassen denselben Wert, was von großer Wichtigkeit ist. Ebenso verhält es sich mit den Farbenindizes.

Andere kugelförmige Sternhaufen, wie Messier 2, 3, 5, 13 u. a., zeigen ganz ähnliche Verhältnisse. Auch bei ihnen treten dieselben Unterklassen mit den gleichen Lichtkurven auf, allerdings nicht immer alle drei gleichzeitig. (In einigen Systemen fand *Bailey*[1]) eine Abart der Unterklasse a mit doppelten Maximis und doppelten Minimis.) Die große Übereinstimmung im Verhalten aller dieser Variablen läßt darauf schließen, daß es sich um Körper handelt, die physikalisch einander sehr ähnlich sein müssen.

Bei den ungeheuren Entfernungen, die von vornherein bei den kugelförmigen Sternhaufen zu erwarten sind, haben die Unterschiede der Entfernungen, in denen die einzelnen Körper desselben Haufens von uns stehen, auf die scheinbaren Helligkeiten keinen Einfluß. Da nun die mittleren Helligkeiten aller Veränderlichen desselben Systems nahezu gleich sind, so muß dies auch für die absoluten Helligkeiten der Fall sein. Diese sind aber, wie oben schon beim *Leavitt*schen Gesetz erwähnt wurde, für Sterne mit kleineren Perioden als 1^d nahezu konstant, was sich aus dem Verhalten der Blinksterne in der kleinen *Magellan*schen Wolke ergibt. Dort kommen nämlich unterhalb einer bestimmten Grenze der scheinbaren Helligkeit keine Variabeln vor, und alle Veränderlichen erreichen im Maximum mindestens die 16^m. Dies entspricht einer unteren Grenze der absoluten Leuchtkraft von $-0^m.23$ (photogr.). Da man demnach die absolute Helligkeit der Blinksterne mit Perioden von weniger als 1^d kennt, so läßt sich in Verbindung mit der beobachteten scheinbaren Größe nach Gl. (7) die Parallaxe der Sterne, also auch die Parallaxe des ganzen Sternhaufens, in dem sie stehen, berechnen.

[1]) *HC* 193 (1916) und *HA* 78 II (1917).

Auf diesem Wege hat *Shapley*[1]) die Parallaxen einiger Sternhaufen bestimmt; er hat auch noch zwei andere Methoden zur Ermittlung dieser Größe angegeben. Sie beruhen auf der Verallgemeinerung zweier Beobachtungsresultate, die er bei der Untersuchung einiger Sternhaufen gewonnen hatte. Erstens stellte er fest, daß das Verhältnis der mittleren Helligkeit der hellsten Sterne zur mittleren Helligkeit der Variablen mit $P < 1^d$ in jedem kugelförmigen Sternhaufen konstant ist. (Die hellsten Sterne in diesen Haufen sind gelbe und rote Riesen.) Zweitens ergab sich, daß die scheinbaren Durchmesser dieser Sternhaufen dem Quadrat der mittleren Helligkeit der hellsten Sterne proportional sind. Dies kommt darauf hinaus, daß alle kugelförmigen Sternhaufen den gleichen linearen Durchmesser (500 Lichtjahre) haben. Diese beiden Feststellungen besagen also: Je schwächer uns die hellsten Sterne in einem kugelförmigen Haufen erscheinen und je kleiner sein scheinbarer Durchmesser ist, desto weiter ist er von uns entfernt. Für die mittlere absolute Helligkeit der 25 hellsten Komponenten jedes Sternhaufens nimmt *Shapley* $-1^m.51$ an und berechnet damit die Entfernungen. Die Beziehung zwischen Parallaxe und scheinbarem Durchmesser findet er, wie folgt:

Parallaxe (in 0″.000001):	20	40	60	80	100	120	140
scheinb. Durchmesser:	1′.1	2′.7	5′.2	8′.3	12′.4	17′.2	27′.5

Um die Parallaxen, die sich nach diesen verschiedenen Methoden ergeben, miteinander vergleichen zu können, sind im folgenden die Ergebnisse aus der Bestimmung an einigen Sternhaufen mitgeteilt. Unter V sind die aus der mittleren Helligkeit der kurzperiodischen Variabeln, unter H die aus der mittleren Helligkeit der 25 hellsten Sterne und unter D die aus den Winkeldurchmessern der Sternhaufen abgeleiteten Parallaxen angegeben.

Sternhaufen	Parallaxen in 0″.000001		
	V	H	D
ω Centauri	150	(170)	153
M 22	116	121	116
M 13	(82)	89	91
M 5	80	80	81
M 3	72	71	72
M 15	67	69	59
M 2	65	60	72

[1]) Die Untersuchungen *Shapley*s, die diesen Gegenstand betreffen, findet man in den Contrib. fr. the Mt. Wilson Obs. 115—117, 126, 133, 151—157, 160, 161, 175, 176, 190, 195 (1915—1920).

(Bei den eingeklammerten Werten sind die Beobachtungen unsicher.)

Am nächsten sind uns die beiden Sternhaufen ω Centauri und 47 Tucanae mit Parallaxen von 0″.00015, entsprechend 20000 Lichtjahren; die Distanz der fernsten Sternhaufen ist etwa zehnmal so groß. In diesem ungeheuren Abstand würde die Sonne als Stern 21^m—22^m erscheinen, also weit unterhalb der Reichweite unserer lichtstärksten Instrumente liegen.

Es muß hervorgehoben werden, daß diese Methoden der Entfernungsbestimmung auf der Voraussetzung homogener physikalischer Beschaffenheit des gesamten Milchstraßensystems beruhen. Die Methode der Entfernungsbestimmung der δ Cephei-Variabeln steht und fällt mit der Allgemeingültigkeit der Beziehung zwischen der absoluten Helligkeit und der Periode. Eine wesentliche Bedingung für die Richtigkeit der Parallaxen ist die, daß im interstellaren Raum, wenigstens auf dem Wege, den das Licht dieser Sterne zu uns zurückzulegen hat, keine Absorption stattfindet. Diese letzte Voraussetzung scheint nach den Ergebnissen der *Shapley*schen Untersuchungen[1]) erfüllt zu sein, während die beiden ersten Bedingungen noch nicht als erwiesen angesehen werden können.

Die räumliche Anordnung der Verfinsterungsvariabeln. Für die Algolvariabeln hat *Shapley*[2]) die Stellung im Raum abgeleitet.

Die Bestimmung der absoluten Größe der helleren Komponente eines Verdunkelungssystems läßt sich ausführen, wenn man gewisse plausible Annahmen macht. Bezeichnet man mit L_b die Lichtintensität der helleren Komponente und mit m die Größe des Systems im Maximum, dann ist die Größe der helleren Komponente $m_b = m + \Delta m$, wo Δm die Zunahme in Größenklassen bedeutet, wenn die Intensität im Verhältnis $L_b : 1$ sich ändert. $\bar{r}_b$ sei der Radius des helleren Sterns unter der Annahme, daß die Masse des Systems doppelt so groß sei wie die der Sonne. Wenn dann 2μ die wirkliche Masse des Systems in Einheiten der Sonnenmasse und J_b die Intensität der Oberfläche des helleren Sterns ist, so haben wir für die absolute Intensität:

$$\text{abs. Intensität} = (J_b \bar{r}_b^2 / \mu^{2/3})\, C,$$

worin C eine Konstante bedeutet, die von der Wahl der Einheit abhängt. Drücken wir alles in Größenklassen aus und setzen die

[1]) Contrib. fr. the Mt. Wilson Obs. **116**, 54 (1915).

[2]) Contrib. fr. the Princeton Obs. Nr. 3, 118 (1915).

Oberflächenhelligkeit $J_b = -2.5 \log L_b$ und die Konstante $C = 4^m.75$, gleich der Größe der Sonne bei der Parallaxe $0''.1$, so wird die absolute Größe:

$$M = J_b - \tfrac{5}{3} \log \mu + 4^m.75 - \log \bar{r}_b .$$

Die Größen J_b und μ sind zwar unbekannt; man kann aber dafür Werte annehmen, die sich mit dem Spektraltypus ändern und von der Wahrheit nicht allzu sehr abweichen werden. Die Summe der drei ersten Glieder der letzten Gleichung ist für jede Spektralklasse eine Konstante, und die absolute Helligkeit des Sterns läßt sich leicht berechnen. In Verbindung mit der scheinbaren Helligkeit m_b wird dann nach Gl. (11) die Parallaxe bestimmt.

Die Stellung der Neuen Sterne im Raum. Eine Bestimmung der Stellung der Neuen Sterne im Raum haben *C. Luplau Janssen* und *G. Haarh*[1]) unternommen. Zur Feststellung der Entfernung wird die Annahme gemacht, daß alle Novae im Maximum gleiche absolute Helligkeit erreichen, wobei die Parallaxe der Nova Persei 1901, die $0^m.0$ erreichte, nach der Bestimmung von *O. Bergstrand*[2]) zu $0''.03$ angenommen wird. Daraus findet man die absolute Maximalhelligkeit der Novae zu $-6^m.64$. Die Annahme gleicher absoluter Helligkeit im Maximum wird folgendermaßen begründet: Die kleinsten Sterne sind im Raum am schnellsten bewegt[3]), sie werden daher beim Eindringen in eine Nebelmasse nach der *Seeliger*schen Theorie stärker erhitzt als die langsam laufenden großen Körper. Es ist anzunehmen, daß die Kleinheit der Oberflächen der kleineren Sterne einigermaßen durch eine höhere Temperatur und daraus folgende größere Flächenhelligkeit aufgewogen wird, so daß also die absolute Leuchtkraft aller dieser Sterne ziemlich gleich sein dürfte. Die beiden Verfasser haben selbst anerkannt, daß diese Hypothese außerordentlich unsicher ist.

Aus ihren Untersuchungen hat sich ergeben, daß die Neuen Sterne ein stark abgeplattetes System bilden, das sich mindestens bis zu einer Entfernung von 18000 Lichtjahren von seiner Mitte aus erstreckt.

In ähnlicher Weise wie für die kugelförmigen Sternhaufen hat man die Entfernung der Spiralnebel aus der absoluten Maximal-

---

[1]) *AN* **211**, 89 (1920).

[2]) *AN* **160**, 305 (1903).

[3]) Vgl. hierüber: *H. Seeliger*, Über d. Abhängigkeit d. Geschwindigkeit d. Sterne von ihrer Masse. *AN* **194**, 273 (1913).

helligkeit der darin aufgefundenen Neuen Sterne abzuschätzen versucht und ist dabei zu Werten von mehreren hunderttausend Lichtjahren gelangt.[1]) Da man aber weder die mittlere Parallaxe der Novae im galaktischen System hinreichend genau kennt, noch für die Voraussetzung gleicher absoluter Maximalhelligkeit dieser Sterne irgendwelche sichere Beweisgründe hat, so müssen derartige Resultate vorläufig noch ziemlich problematisch bleiben.

Die Methoden zur Erforschung des Weltalls, die sich durch das Studium der Veränderlichen Sterne ergeben, sind aber zweifellos aussichtsreich; der Zukunft ist es vorbehalten, sie auf gesichertere Grundlagen zu stellen.

---

[1]) *K. Lundmark*, The relations of the globular clusters and spiral nebulae to the stellar system. Stockholm 1920. *AN* **209**, 369 (1919).

Anhang.

Tafeln zur Bahnbestimmung.

A Zur Verwandlung von Größenklassendifferenzen Δm in prozentuale Lichtverluste $(1 - l)$.

	$1 - l$									
Δm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	.0092	.0183	.0273	.0362	.0450	.0538	0.624	.0710	.0796
0.1	.0880	.0964	.1046	.1128	.1210	.1290	.1370	.1449	.1528	.1605
0.2	.1682	.1759	.1834	.1909	.1983	.2057	.2130	.2202	.2273	.2344
0.3	.2414	.2484	.2553	.2621	.2689	.2756	.2822	.2888	.2953	.3018
0.4	.3082	.3145	.3208	.3270	.3332	.3393	.3454	.3514	.3573	.3632
0.5	.3690	.3748	.3806	.3862	.3919	.3974	.4030	.4084	.4139	.4192
0.6	.4246	.4298	.4351	.4402	.4454	.4505	.4555	.4605	.4654	.4703
0.7	.4752	.4800	.4848	.4895	.4942	.4988	.5034	.5080	.5125	.5169
0.8	.5214	.5258	.5301	.5344	.5387	.5429	.5471	.5513	.5554	.5594
0.9	.5635	.5675	.5715	.5754	.5793	.5831	.5870	.5907	.5945	.5982
1.0	.6019	.6055	.6092	.6127	.6163	.6198	.6233	.6267	.6302	.6336
1.1	.6369	.6403	.6435	.6468	.6501	.6533	.6564	.6596	.6627	.6658
1.2	.6689	.6719	.6749	.6779	.6808	.6838	.6867	.6895	.6924	.6952
1.3	.6980	.7008	.7035	.7062	.7089	.7116	.7142	.7169	.7195	.7220
1.4	.7246	.7271	.7296	.7321	.7345	.7370	.7394	.7418	.7441	.7465
1.5	.7488	.7511	.7534	.7557	.7579	.7601	.7623	.7645	.7667	.7688
1.6	.7709	.7730	.7751	.7772	.7792	.7812	.7832	.7852	.7872	.7891
1.7	.7911	.7930	.7949	.7968	.7986	.8005	.8023	.8041	.8059	.8077
1.8	.8095	.8112	.8129	.8146	.8163	.8180	.8197	.8214	.8230	.8246
1.9	.8262	.8278	.8294	.8310	.8325	.8340	.8356	.8371	.8386	.8400
2.0	.8415	.8430	.8444	.8458	.8472	.8486	.8500	.8514	.8528	.8541
2.1	.8555	.8568	.8581	.8594	.8607	.8620	.8632	.8645	.8657	.8670
2.2	.8682	.8694	.8706	.8718	.8729	.8741	.8753	.8764	.8775	.8787
2.3	.8798	.8809	.8820	.8831	.8841	.8852	.8862	.8873	.8883	.8893
2.4	.8904	.8914	.8924	.8933	.8943	.8953	.8962	.8972	.8981	.8991
2.5	.9000	.9009	.9018	.9027	.9036	.9045	.9054	.9062	.9071	.9080

Ist $\Delta m > 2^m.5$, so wird $1 - l = 0^m.9000 + \frac{1}{10}$ [Lichtverlust für $(\Delta m - 2^m.5)$].

B Beziehung zwischen der bedeckten Fläche α und dem Abstand δ der Mittelpunkte zweier Kreisscheiben mit dem Radienverhältnis k.

α	$k = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.00	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000	+1.000
0.05	0.805	0.800	0.795	0.790	0.785	0.779	0.774	0.769	0.764	0.759	0.755
0.10	0.687	0.678	0.670	0.661	0.653	0.645	0.638	0.631	0.624	0.618	0.610
0.15	0.585	0.576	0.565	0.554	0.544	0.533	0.523	0.513	0.504	0.496	0.488
0.20	+0.492	+0.481	+0.469	+0.456	+0.443	+0.430	+0.419	+0.408	+0.398	+0.388	+0.374
0.25	0.405	0.391	0.378	0.363	0.348	0.335	0.322	0.310	0.297	0.284	0.267
0.30	0.321	0.303	0.288	0.272	0.258	0.244	0.230	0.216	0.200	0.186	0.168
0.35	0.239	0.222	0.207	0.190	0.175	0.160	0.143	0.127	0.110	0.094	+0.075
0.40	+0.159	+0.143	+0.126	+0.109	+0.094	+0.077	+0.059	+0.041	+0.024	+0.005	−0.015
0.45	+0.079	+0.062	+0.045	+0.028	+0.013	−0.004	−0.023	−0.042	−0.061	−0.081	−0.106
0.50	0.000	−0.017	−0.034	−0.051	−0.067	−0.084	−0.103	−0.124	−0.145	−0.166	−0.194
0.55	−0.079	−0.096	−0.113	−0.131	−0.148	−0.165	−0.184	−0.204	−0.226	−0.250	−0.280
0.60	−0.159	−0.175	−0.192	−0.209	−0.226	−0.244	−0.263	−0.284	−0.306	−0.332	−0.364
0.65	0.239	0.255	0.271	0.288	0.305	0.323	0.343	0.363	0.386	0.413	0.447
0.70	0.321	0.336	0.350	0.367	0.383	0.401	0.420	0.441	0.465	0.492	0.528
0.75	0.405	0.419	0.432	0.448	0.463	0.481	0.498	0.520	0.544	0.571	0.607
0.80	−0.492	−0.504	−0.517	−0.532	−0.546	−0.563	−0.580	−0.600	−0.622	−0.649	−0.686
0.85	0.585	0.596	0.607	0.620	0.633	0.648	0.663	0.680	0.701	0.728	0.765
0.90	0.687	0.696	0.705	0.715	0.725	0.736	0.749	0.764	0.783	0.807	0.843
0.95	0.805	0.811	0.817	0.823	0.830	0.838	0.847	0.858	0.872	0.890	0.922
1.00	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000	−1.000

Die Tafel gibt den Wert der Funktion $p(k, \alpha)$; $\delta = r_1 [1 + k\, p(k, \alpha)]$.

C Werte der Funktion $\psi(k, \alpha)$ für totale und für ringförmige Verfinsterungen.

α	$k = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	+2.199	2.454	2.755	3.104	3.503	3.984	4.556	5.279	6.200	7.478	9.464
0.1	+1.603	1.754	1.934	2.131	2.358	2.627	2.960	3.364	3.895	4.625	5.759
0.2	+1.235	1.336	1.453	1.581	1.726	1.898	2.110	2.374	2.712	3.184	3.906
0.3	+0.911	0.968	1.039	1.115	1.205	1.314	1.443	1.603	1.803	2.088	2.522
0.4	+0.604	0.633	0.675	0.721	0.770	0.825	0.894	0.978	1.087	1.245	1.490
0.5	+0.302	0.314	0.331	0.348	0.370	0.392	0.418	0.451	0.491	0.555	0.648
0.6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	−0.306	0.314	0.320	0.331	0.344	0.354	0.369	0.387	0.408	0.435	0.480
0.8	−0.632	0.639	0.647	0.659	0.670	0.684	0.700	0.717	0.738	0.765	0.805
0.9	−1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.0	−1.596	1.556	1.525	1.484	1.445	1.402	1.354	1.297	1.231	1.155	1.065

D Werte der Funktion $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ für partielle Verfinsterungen.

α_0	$k = 0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1.0
0.00	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630	1.630
0.10	1.616	1.626	1.633	1.639	1.646	1.650	1.655	1.660	1.666	1.670	1.672	1.673
0.20	1.608	1.623	1.635	1.642	1.655	1.665	1.675	1.682	1.687	1.690	1.692	1.693
0.30	1.598	1.615	1.635	1.646	1.661	1.674	1.688	1.700	1.709	1.717	1.722	1.727
0.40	1.584	1.607	1.629	1.650	1.669	1.685	1.700	1.717	1.732	1.751	1.761	1.772
0.50	1.568	1.597	1.626	1.650	1.675	1.699	1.719	1.740	1.762	1.789	1.805	1.828
0.60	1.551	1.586	1.620	1.648	1.677	1.707	1.734	1.764	1.799	1.838	1.860	1.887
0.70	1.532	1.570	1.606	1.640	1.675	1.711	1.749	1.792	1.842	1.896	1.926	1.956
0.80	1.510	1.552	1.589	1.626	1.665	1.711	1.763	1.823	1.890	1.968	2.010	2.054
0.85	1.501	1.540	1.577	1.618	1.660	1.710	1.771	1.840	1.919	2.010	2.067	2.127
0.90	1.485	1.522	1.560	1.605	1.650	1.708	1.778	1.860	1.950	2.062	2.135	2.218
0.95	1.460	1.499	1.540	1.586	1.638	1.703	1.779	1.872	1.985	2.121	2.208	2.328
0.98	1.437	1.479	1.522	1.572	1.628	1.690	1.770	1.872	2.005	2.168	2.270	2.402
1.00	1.407	1.441	1.491	1.541	1.596	1.667	1.756	1.870	2.010	2.194	2.316	2.462

E Werte der Funktionen $\omega_1(n)$ und $\omega_2(n)$ zum Gebrauch bei partiellen Verfinsterungen.

n	$\omega_1(n)$	$\omega_2(n)$
0.00	−3.94	+4.10
0.10	−1.45	+2.21
0.20	−0.399	+1.330
0.25	0.000	+1.000
0.30	+0.316	+0.720
0.35	+0.567	+0.488
0.40	+0.758	+0.295
0.45	+0.899	+0.133
0.50	+1.000	0.000
0.55	+1.065	−0.107
0.60	+1.095	−0.190
0.65	+1.090	−0.249
0.70	+1.046	−0.285
0.75	+0.967	−0.297
0.80	+0.846	−0.285
0.85	+0.693	−0.250
0.90	+0.503	−0.191
0.95	+0.273	−0.108
0.98	+0.114	−0.047
0.99	+0.058	−0.024
1.00	0.000	0.000

F Radienverhältnis k und bedeckte Fläche α_w in den Wendepunkten der Lichtkurve.

k	$1/k^2$	α_w
0.30	11.111	0.565
0.35	8.163	0.577
0.40	6.250	0.589
0.45	4.938	0.605
0.50	4.000	0.615
0.55	3.306	0.629
0.60	2.778	0.645
0.65	2.367	0.661
0.70	2.041	0.679
0.75	1.778	0.699
0.80	1.562	0.722
0.85	1.384	0.750
0.90	1.235	0.786
0.91	1.208	0.794
0.92	1.181	0.804
0.93	1.156	0.814
0.94	1.132	0.825
0.95	1.108	0.837
0.96	1.085	0.852
0.97	1.063	0.869
0.98	1.041	0.890
0.99	1.020	0.919
1.00	1.000	1.000

Namenregister.

Abbot, C. G. 323.
Adams, W. S. 253, 262, 356.
Albrecht, S. 262, 267.
Ambronn, L. 186.
André, Ch. 174.
Arago, F. 27.
Argelander, F. W. A. 4f., 81, 83f., 87f., 93, 95, 152, 172, 176, 185, 248, 250, 356.
Arrhenius, S. 243.

Bailey, S. J. 17, 362, 366.
Balmer, J. J. 40.
Bauschinger, J. 318, 322.
Baxendell, J. 5, 219.
Bayer, Joh. 3.
Beljawsky, S. 347.
Bell, L. 243.
Belopolsky, A. 266.
Bergstrand, O. 369.
Bemporad, A. 161f.
Birmingham, J. 228.
Blažko, S. 291, 325.
Bode, J. E. 4.
Bohr, N. 40f.
Bond, G. P. 5.
Bottlinger, K. F. 275f.
Bouguer, P. 27, 158f., 162.
Bouillaud, I. 3.
Bruns, H. 160f., 257, 269.

Campbell, W. 253, 255, 271.
Cannon, A. 46f., 52, 55f., 184f., 187f.
Cassini, Jak. 3.
Ceraski, L. 191.
Chandler, S. C. 5, 174, 187f., 250, 290, 348.
Chacornac, J. 5.
Christiansen, Chr. 239.
Curtiss, R. H. 267.

Darwin, G. H. 309, 356.
Doppler, Chr. 61.
Dreyer, J. 175.
Driffield 118.
Duffield, W. G. 239.
Duncan, J. C., 267f.
Dyson, F. W. 182.

Eberhard, G. 255.
Ebert, H. 239.
Eddie, L. A. 266.
Eddington, A. S. 58, 273.
Elster, J. 141f.
Emden, R. 273.
Engelmann, R. 189.
Espin, T. E. 5.

Fabricius, D. 2f.
Fechner, G. T. 26f.
Fleming, P. 185, 261.
Franks, W. S. 184, 251, 348.
Fraunhofer, J. 42f., 47, 164.
Fullenius, B. 3.

Geitel, H. 141f.
Goldschmidt, H. 5.
Goodricke, J. 4, 288.
Gore, J. E. 5.
Götz, P. 185.
Gould, B. A. 185.
Graff, K. 114, 191.
Guthnick, P. 20f., 107, 141, 149, 248f., 270, 280f., 357.
Gyldén, H. 257, 269.
Gyllenberg, W. 258, 271, 281, 349.

Haarh, G. 369.
Hagen, J. G. 90, 148, 183f., 187, 189, 191, 201, 214, 260, 277, 279, 363.
Hale, G. 239.
Halm, J. 237.
Harding, K. L. 4.
Harting, J. 289.
Hartmann, J. 113f., 121.
Hartwig, E. 188, 289.
Hausdorff, F. 160f.
Heis, E. 4, 185.
Heiskanen, W. 281.
Hellerich, J. 269f.
Herschel, J. 4, 83f., 90.
Herschel, W. 4, 83.
Hertzsprung, E. 57f., 135, 265, 360, 364.
Hevelius, J. 3.
Hind, J. R. 5.
Hipparch 28.

Holward, J. F. 2f.
Humphreys, W. 238.
Hurter 118.

Ichinohe, N. 189, 345.
Innes, R. 191.
Ivory, J. 161.

Janssen, C. L. 369.
Jeans, J. H. 275f.
Joy, A. H. 253, 356.
Jung, J. 3.

Kapteyn, J. C. 243, 264.
Kempf, P. 106, 160, 180.
Kepler, J. 2.
Kienle, H. 189.
Kirch, G. 3, 249.
Klinkerfues, W. 256.
Knott, G. 5, 191.
Kobold, H. 358.
Koch, H. 4.
Koch, P. 122f.
König, A. 80.
Kövesligethy, R. v. 184.
Konen, H. 239.
Kopff, A. 244.
Kries, J. v. 80.
Krueger, A. 4.
Krüger, F. 183f.
Küstner, F. 82.
Kundt, A. 239.

Lambert, J. H. 158.
Langley, S. P. 163.
Laplace, P. S. 158f.
Lau, H. E. 183.
Leavitt, H. S. 364.
Lebedew, P. 274.
Lindblad, B. 72, 77.
Lindemann, E. 5.
Lockyer, N. 56f., 239, 242, 258.
Loud, F. H. 267.
Ludendorff, H. 255, 264f., 268f., 272, 281.
Luizet, M. 189, 268.
Lundmark, K. 370.

Maraldi, J. D. 3, 249.
Masson, A. 27.
Maurer, J. 159f., 162.
Maury, J. 52, 55f., 184, 265
Merrill, P. W. 255.
Meyer, E. 142.
Mohler 238.
Montanari, G. 3.
Monchy, R. de 5.
Moulton, F. R. 272.
Müller, G. 20, 106, 112, 160f., 163f., 167, 180, 183f., 188, 347.
Myers, C. 290f.

Newall, R. S. 169.
Newcomb, S. 22, 189.
Nölke, F. 244, 246.
Nordmann, Ch. 243.

Olbers, W. 4, 249f.
Osthoff, H. 68, 154, 183f., 348.
Oudemans, J. A. C. 4, 92.

Pahlen, E. van der 166.
Palisa, J. 186.
Parkhurst, J. 114, 182, 185, 214f.
Peek, C. E. 5.
Phillips, T. E. R. 260.
Pickering, E. C. 5, 9, 40, 46, 52, 83, 87f., 107, 116, 180f., 184, 187f., 260. 288f., 356, 358.
Pigott, E. 4.
Pogson, N. 4f., 30f., 83, 86, 191, 213f.
Prager, R. 149.
Pritchard, C. 179.
Purkinje, J. E. 35.

Ritchey, G. W. 242.
Roberts, A. W. 266, 291, 329.
Rowland, H. A. 43.
Rosenberg, H. 113, 116, 142, 145, 155, 250.
Russell, H. N. 57f., 77, 257, 291, 313f., 324, 329, 332.

Šafařík, A. 5.
Scaliger, J. 193.
Scheiner, J. 155.
Schering, H. 114.
Schlesinger F. 323.
Schmidt, J. 4, 68, 161.
Schönfeld, E. 4, 91f., 176, 187, 356f.
Schulz, F. W. 142.
Schurig, R. 185.
Schwarzschild, K. 118, 128, 136, 182, 267.
Secchi, A. 43.
Seeliger, H. v. 160, 163, 233, 235f., 240f, 243f., 246, 358f., 369.
Sestini, B. 183.
Shapley, H. 189, 262, 272f., 281, 291, 324, 353f., 362, 366f.
Sidgreaves, W. 253.
Sommerfeld, A. 40.
Stebbins, J. 140, 253f.
Steinheil, C. A. v. 27.
Stroobant, P. 358.

Tass, A. 181.
Terkan, L. 181.
Tisserand, P. 289f.
Turner, H. H. 226, 247, 258f.
Tycho Brahe 2.

Udick, S. 323.
Upton, W. 186.

Very, F. W. 243.
Vogel, H. C. 44f., 183f. 291.
Vogt, H. 246.

Wasnetzoff, M. 249.
Weber, E. H. 27.
Westphal 4.
Wilsing, J. 155, 183, 239, 243, 256.
Wilson, W. E. 243.
Winnecke, A. 4.
Wirtz, C. W. 165, 265.
Wolf, M. 11, 186, 191, 242.
Wulf, Th. 143.
Wurm, J. F. 4, 248.

Young, Th. 81.

Zinner, E. 189, 358.
Zipler, G. 166.
Zöllner, F. 102f., 232f., 235, 256.

Sachregister.

A-Sterne 18, 48f., 58, 346f., 354.
Abblenden auf Normalhelligkeit 112. — s. a. Blenden.
Abblendungsfaktor 96.
Abelsche Funktionalgleichung 131f.
Abkühlungsskala 67.
Abplattung der Komponenten eines Verf.-Systems 286, 290, 307f., 353, 356.
Abschattierung s. Randverdunkelung.
Abschattierungskoeffizient 324f.
Absolute Schätzungsmethode 83.
Absorption in der Atmosphäre 1. — s. a. Extinktion.
— im interstellaren Raum 368.
Absorptionskoeffizient der Atmosphäre 159. 164.
Absorptionsspektrum 39.
Additionsgesetz 24.
Akkommodationsfehler 82.
Aktinometrie 182.
Algolsterne s. Verf.-V.
Alkalizelle s. Photoelektrische Zelle.
Amplitude 12, 209, 265, 342f.
Andromedae S: 363.
Andromedanebel 363.
Andromede 34.
Ångström-Einheit (Å-E.) 41.
Annuaire du Bureau des Longitudes 20, 173, 190.
Anomale Dispersion 239f.
Antalgolsterne 16, 20f., 344, 361. — s. a. Sternhaufen-V.
Anzahl der V. 6, 342f.
— in Sternhaufen 363.
— vermutliche der V. 356.
Apastron 65, 280, 319.
Aquarii R: 254.
Aquilae Nova: 11, 230, 235.
— η: 4, 262f.
η Aquilae-Typus 20.
Argelandersche Methode 83f., 91f., 152, 192.
Argus γ: 57.
— η: 4, 11.
Astrometer 34.
Astronomische Gesellschaft (AG) 5, 172f., 188, 194.
Asymmetrie 8, 16, 263, 274, 276, 320, 331, 350.
Atlas coelestis (Schurig) 185.
— stellarum variabilium (*ASV*) 191.
Atmosphäre 116, 156f., 330.
Aufforderung Argelanders an Freunde der Astronomie (*Auff.*) 81, 84, 93.
Aufkopieren der Skala 129.
Aufstieg der Lichtkurve, Verhältnis zum Abstieg 12f., 350.
Auge 79f., 88f., 149.
Augenschein 7.
Aurigae Nova (1891): 11.
— RT: 263.
— SS: 14.
— α (Capella): 44, 49.
— ε: 19, 346, 354.
Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes 59f., 221.
Ausbreitungsgesetz für Licht 25.
Auslöschphotometer, Genauigkeit 150, 179. — s. a. Keilphotometer.
Außenatmosphäre 276.
Ausgleichungsverfahren 198, 202, 205, 207f., 225. 335.

B-Sterne 18, 48f., 165, 346, 354.
Balmersche Linienserien 40.
Bänderspektra 45.
Bahnbestimmung von spektrosk. Doppelsternen 64.
— von Verf.-Sternen 288f.
— von Blinksternen 268.
Bahnelemente 64, 263, 289, 292.
— Statistik 352f.
Bearbeitung der Beobachtungen 155f., 172f., 192.
Bedeckte Fläche für abgedunkelte Scheiben 325.
Bedeckungsproblem 293.
Bedeckungssterne s. Verfinsterungs-V.
Beleuchtung, künstliche 170f.
Belichtungsdauer s. Expositionsdauer.
Bemerkungen, Aufschreiben von B. 155.
Benennung der V. 172f.
Beobachtungsfehler 210f.
Bergmannserie 40.
Beugungsbilder 97, 135.

Bezeichnung der V. s. Benennung.
Blenden 96.
Blinksterne s. δ Cephei-Sterne.
Bogenspektrum 40.
Bonner Durchmusterung (*BD*) 31, 176.
Bootis RS: 263.
— α (Arkturus): 44, 49.
— γ: 145.
Brechungsexponent der Luft 158f.
Brille 81, 90.
Bruchmethode 82f., 86f.

Canis maioris α (Sirius): 43, 49, 57.
Canis minoris α (Procyon): 57.
Carina 362. — s. a. Argus.
Carinae R: 51.
— S: 51.
— α (Canopus): 49.
— γ: 57.
— η: 4, 11.
Carte photographique du Ciel 117, 177, 182, 186.
Cassiopeiae SU: 263.
— TU: 263.
— α: 4, 15, 22.
Cauchysches Ausgleichungsverfahren 202, 207.
Centauri SU: 354.
— ω: 365f.
Cephei U: 356.
— 51 Hev.: 90.
— δ: 4, 16f., 22, 263, 274.
— μ: 15, 22.
δ Cephei-Sterne 16f., 22, 221, 224, 261f., 281, 345f., 361, 364f.
Ceti o (Mira): 2, 22, 51, 174, 248, 251f.
Cluster-Typus s. Sternhaufen-V.
Compagnon of the Observatory 190.
Coronae borealis R: 14f., 352.
— T (Nova 1866): 228, 360.
R-Cor. bor.-Typus 10, 352, 363.
Crucis W: 332.
— β: 57.
Cygni SS: 14, 261.
— SU: 263.
— SZ: 263.
— ZZ: 315.
— α: 57.
— χ: 3f., 174, 249, 255.

Dämmerung 169, 171.
Dezimalmethode 83.
Dichte 328f., 332, 338, 353.
Differentialextinktion 168.
Differenzmethode 83, 85.
Distanzfehler 152.
Division *a*, *b*, *c* 52.
Doppelphasen 366.
Doppelsterne 63, 67, 264, 330.
Dopplersches Prinzip 54, 59f., 221, 237f.
Doradus R: 51.
Draper Katalog 46, 182, 184f.
Dublet 39, 254.
Dunlop 62 (Sternhaufen) 363.
Durchmessermethode 114f., 148, 150, 333.

Effektive Elliptizität 308f., 331.
— Temperatur 76f.
— Wellenlänge 71.
Einteilungsprinzip 7.
Elektrische Abstoßung der Novanebel 243.
Elektrometer 143.
Elemente des Lichtwechsels 8, 209, 365f.
— der Bahn 292, 318f.
Ellipsoid von Jacobi 276.
Elliptische Bahnen 285.
— Gestalt der Komponenten 307f.
Emissionsspektrum 38.
Empfindlichkeit des Auges 80f.
— der lichtelektrischen Zelle 144.
Entscheidung über Ringform oder Totalität einer Bedeckung 301.
Entwicklungsgang der Sterne 46, 57.
Ephemeriden 189.
Epoche 209f., 293.
Epochennummer 209.
Erdlicht 169.
Eridani α: 57.
Erklärung des Lichtwechsels 232, 244f., 261, 266, 275.
Eruptionstheorie 232.
Exponent *q* 139.
Expositionsdauer 74f., 115.
Extinktion 156f.
Extinktionstafeln 161, 165, 167.
Exzentrizität der Bahn 263, 279, 289f., 319f.

F-Sterne 13, 49, 58, 346, 354.
Farbe der Sterne 23, 66f., 76, 347f.
Farbenblinde 81.
Farbenempfindung des Auges 80.
Farbenfehler 154.
Farbengleichung 70.
Farbenindex 69.
— der Novae 229.
— der δ Cephei-V. 262, 268.
Farbenkataloge 183.
Farbenschätzungen 66f.
Farbenskalen 67f.
Fechnersches Gesetz s. Psychophysisches Grundgesetz.
Fehler, durchschnittlicher 227.
—, systematische 211.
—, zufällige 210f.
Fehlerquellen, physiologische 151.
Flächenhelligkeit 113, 284.

Flächenphotometrie 113.
Flächenskala der Farben 67.
Flammenspektrum 40.
Fleckenrelativzahlen 259.
Fleckentheorie 258, 269.
Fouriersche Reihe 224f., 312.
Fovea centralis 79.
Funkeln der Sterne 1.
Funkenspektrum 40.

G-Sterne 49, 346f.
Galaktische Koordinaten 357f.
Gaußsche Attraktionskonstante 328.
Gedächtnisskala der Helligkeiten 82.
Geminorum Nova Nr. 2 (1912): 230, 233.
— U: 13f., 261.
— α: 279.
— ζ: 17.
— η: 21.
U Geminorum-Sterne 10, 13, 17, 20f., 190, 282f.
ζ Geminorum-Sterne 17. — s. a. δ Cephei-Sterne.
Genauigkeit 149.
Geschwindigkeitskurve 65, 262.
Gesellschaften u. Vereinigungen 5.
Gespenstersehen 80.
Gesichtsfeldkorrektur 139.
Gitter 72, 135.
Gitterblende 96, 111.
Gitterkonstante 72.
Gleichgewichtsfigur von Poincaré 276.
Gleichheit von Lichtintensitäten 24.
Göttinger Aktinometrie 70, 132, 149, 182.
Gradation 124f.
Graphische Darstellung der Beobachtungen 8, 333f.
Graphische Methoden:
— Bahnbestimmung spektroskopischer Doppelsterne 67.
— Bestimmung der eff. Elliptizität 309, 334.
— Bestimmung des Radienverhältnisses k 317.
— Maximum oder Minimum einer Lichtkurve 213.
— Photographische Photometrie 132.
— Verbindung von Vergleichsternskalen 317.
Greenwicher photogr. Katalog 182.
Größenklasse 28f.
— absolute 34, 364f.
— photographische 69.
— photo-visuelle 182.

Halbgittermethode 136.
Halbierende Kurve (Pogson) 213f.
Harvard Map of the Sky 356.
Harvard Photometry (*HP*) 178.
Hauptepoche 209, 212f.
Hauptnebelbänder 232, 254.
Hauptphasen, Bestimmung 212f.
Hauptserien 40.
Helligkeit, rektifizierte 298.
— von Spektrallinien 37.
Helligkeitsbestimmung ohne Meßinstrumente 79f.
Helligkeitsfehler 153, 196.
Helligkeitsgleichung 70.
Helligkeitsschwankungen, wirkliche und scheinbare 2.
Helligkeitsskala, Aufstellung 195f.
— Extrapolation 126.
Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe 291, 323.
Herculis u: 15.
— Z: 289.
— α: 4, 15, 45, 51.
Himmelsgrund, störender 147, 168.
Himmelskarte, photographische s. Carte photographique.
Himmelslicht 168.
Höhendifferenzen, Vermeidung 171.
Hydrae R: 51, 251.
— 30: 3.
— α: 4.

Indexkatalog 184.
Intensität, optimale 139.
Intensitätsskala 125.
Intervallfehler 152, 154, 196.
Ionen, diamagnetische 243.
Irisblende 99.
Irradiation, chemische 116.

Jacobisches Rotationsellipsoid 276.
Julianische Periode 193, 249f.

K-Effekt 271.
K-Sterne 49f., 77, 346.
Kalibrierung des Keils 111.
Karten für V. 190.
Kartenort 186.
Kataloge, photometrische 178f.
— für V. 187.
Keil 95, 109f.
Keilkonstante 111.
Keilphotometer 109, 179.
Keplersches Gesetz 328f., 345.
Kirchhoffsche Funktion 76.
Klassifikation der V. 9, 20f.
Knoten der Bahn 64, 292.
Kollimatorlinse 41.
Kollisionstheorie 232.
Kolorimeter 104, 111, 183.
Kometarische Theorie 279.
Komplementärfarben 23.
Kontinuierliches Spektrum 38.

Kosmischer Staub 233.
Künstlicher Stern 103f., 113.
Kumulusvariable s. Sternhaufen-V.
Kurzperiodische V. 9, 15, 343, 352.

Langperiodische V. 9, 12, 226, 246f., 251, 255f., 281, 343.
Libration 270.
Lichtempfindlichkeit der Netzhaut 80.
Lichtgeschwindigkeit 59f., 221.
Lichtgleichung 193.
Lichtjahr 34.
Lichtkurve 8f., 209f., 249, 262, 265, 293.
— Analyse 258f.
— Formeln 224f.
— Gesetzmäßigkeiten 351.
— mittlere 221.
— theoretische 313.
Lichttabellen 223.
Lichtwechsel, Arten 8.
— in elliptischen Bahnen 319.
— Hypothesen 228f.
— Zusammenhang der Elemente 342.
Linienverschiebungen 64.
Lummer-Brodhunscher Würfel 114, 121.
Lyrae R: 15, 51.
— RR: 263.
— β: 4, 19, 209, 290, 354.
— ε: 33.
— 5: 33.
β Lyrae-Sterne 10, 19f., 287, 290f., 307f., 317f., 331f., 345f., 356.

M-Sterne 12, 15, 50, 77, 165, 251f., 346f., 360.
Macron 34.
Magellansche Wolke 364, 366.
Mariottesches Gesetz 158f.
Massenanziehung 309.
Massenfunktion 64, 264, 266.
Maßstab für Helligkeitsmessungen 5.
Mathematische Formeln für Lichtkurven 224f., 259f.
Maximalhelligkeit bei Verf.-V. 284. 298.
Maximum 8, 213f.
Meridianphotometer 107f., 112, 148.
Messier 3, 5 usw. (Sternhaufen) 363, 367.
Meßbereich, untere Grenze 146.
Methode der Ausgleichungsrechnung von Cauchy 202, 207f.
— der kleinsten Quadrate 198, 205, 219, 225, 335.
Mikrophotometer 114, 121f., 127.
Milchstraße 168, 357f.
Minimalwellenlänge 75.
Minimum 8, 213f.
Minimum, primäres 284.
Mira Ceti s. o Ceti.
Mira-Sterne 10, 21, 221, 246f., 280f.
Mitte der Finsternis 284.
Mittelwerte 211f.
Mittlere Lichtkurve s. Lichtkurve.
Mondlicht, Störung durch 169.
Monocerotis T: 263.

N-Sterne 12, 15, 50, 251, 346, 360f.
Nebelbänder 231, 254.
Nebelflecke 363.
Nebelmaterie bei Neuen Sternen 241f.
Nebenlicht 1, 169f.
Nebenserie des Wasserstoffs 40, 48.
Neigung der Bahn 269, 283f.
Netzhaut 19.
Neue Sterne 9f., 228, 233f., 237f., 254, 282, 360, 369f.
Nicolsches Prisma 99f., 107, 111, 146, 179.
Normalpunkte der Lichtkurve 212, 333.
Nullpunkt des Farbenindex 71.

O-Sterne 48f., 231, 357.
Oberflächenhelligkeit 265, 269, 284, 291, 327, 332, 341, 354f.
Objektivprisma 63.
Occulter 169.
O Gyallaer photom. Durchmusterung 181.
Ophiuchi Y: 263, 265.
Orionis α (Rigel): 4, 44f., 49, 51, 69.
— β: 57.
— ε: 49, 57.
α Orionis-Typus 20.
Orionlinien 47, 53f.
Orionnebel 363.
Osthoffsche Farbenskala 68f., 77, 90, 200, 229, 347.

Parallaktischer Fehler 151.
Parallaxe 34, 364f.
— der δ Cephei-Sterne 264f.
Paralleldrahtgitter 72f., 135f.
Parallelserien 54.
Parsec 34.
Pegasi R: 215.
— RU: 14.
— α: 57.
Periastron 64, 263, 265, 277f., 289, 292.
Periastroneffekt 278, 287, 310.
Periode 3f., 8f., 15f., 217, 221f., 246f., 267, 290f., 342f., 364f.
— Julianische 193, 249f.
Periodische Glieder 248.
Periodizitäten, vorgetäuschte 169.
Persei Nova (1901): 10, 230, 235f., 369.
— U: 354.
— UV: 14.

Persei β (Algol): 3, 18, 57, 141, 154, 174, 223, 288f., 306, 338f.
Phase 209f., 224, 284, 293f.
— konstante 284f., 300f., 331f.
Phasenepoche 209.
Phasenwinkel 224f., 294f., 309f., 331f.
Photoelektrische Methoden 140f, 149f.
— Zelle 141f., 165.
Photometer 102f.
Photometric Revision 178.
Photometrie, elektrische 140f., 170.
—, photographische 114f., 170.
—, visuelle 79, 95, 170.
Photometrische Durchmusterung 179.
— Kataloge 177.
— Prinzipien 95.
Pickeringsche Klassifikation der V. 9, 19, 346f.
— Photometer 107f., 148, 178.
— Schätzungsmethode 83, 87f.
— Serie 40, 48.
Piscium 19: 41, 57.
Planckssches Strahlungsgesetz 71.
Pogsonsche Methode der Helligkeitsschätzungen 86, 88.
Pogsonscher Satz 29f., 33, 35, 150, 153, 196.
Pol der Milchstraße 357.
Polarisator 101.
Positionskataloge 175.
Potsdamer Durchmusterung (*PD*) 31, 69, 77, 180f.
— Farbenskala 69.
Psychophysisches Grundgesetz 26f., 32, 35, 118, 149f., 153.
Pulsationstheorie 272f.
Puppis ζ: 40, 57.
Purkinjesches Phänomen 35f., 70, 89, 166.

R-Sterne 52, 59, 251.
Radialbewegung 63f., 255, 262, 265, 293, 341.
Radien der Komponenten der Verf.-V. 297, 300, 304, 313, 325, 328.
Randverdunkelung 287f., 291f., 306, 323f., 355.
Reflexionseffekt 309f., 331f.
Refraktion 157f.
Rektifikation 307f., 331.
Repulsivkräfte 243.
Revised Havard Photometry (*HR*) 179, 185.
Reziprozitätsgesetz 119.
Riesensterne 58.
Ringblende 98.
Rochonsches Prisma 102, 107.
Rückstrahlung s. Reflexionseffekt.
Rumford-Photometer 179.

Sagittae U: 356.
R Sagittae-Sterne 21, 281.
Sagittarii R: 21.
— S: 263.
— W: 263, 267.
— X: 263.
— Y: 263.
Schlackentheorie 256.
Schätzungsmethoden 83f.
— Vergleichung 87.
Schleierkorrektion 137f.
Schönfeldsche Formeln 91f.
Schwärzung, latente 124.
— des Plattengrundes 128.
Schwärzungsdifferenz 129f.
Schwärzungsgesetz 119, 123.
Schwärzungskurve 124, 126.
Schwärzungsmethode 118f.
— Grenze der Meßgenauigkeit 148f.
Scorpii α: 57.
Scuti R: 22.
Sektorenblende 98.
Selenzelle 140.
Serienspektrum 39.
Secchische Spektralklassen 43, 45, 47, 50, 52f., 55, 229.
Sichtbarkeitsgrenze der Fernrohre 146.
Siriusweite 34.
Solarisation 127.
Sonne 1, 42f., 59, 227, 259, 265.
Sonnenlinien 42f., 47, 53.
Sonnenscheibe, Helligkeitsverteilung 323f.
Sonnenspektrum 42f.
Sonnensystem 1.
Southern Meridian Photometry 178.
Spektralanalyse 38.
Spektralapparat 41.
Spektralcharakter der V. 12f., 51, 251, 261f., 346f., 353f.
Spektralklassen 43f.
— und Farbenäquivalente 76, 348.
Spektralphotometrie 155.
Spektrograph 62.
Spektroskopische Doppelsterne 64, 256f., 262f.
Spektrum 11f., 38f., 229f., 237f.
Spezialatlas 5. — s. a. Karten für V.
Spiralnebel 231, 242, 363, 369.
Stäbchen (bacilli) 79.
Statistik 342f.
Sternhaufen 125, 362f.
Sternhaufen-V. 17, 188, 275, 362.
Sternkarten 175, 185f.
Sternverteilung 357f.
Sternverzeichnisse 175f.
Sternweite 34f.
Strahlungsdruck 243, 273f.
Strahlungsgleichgewicht 273.
Strahlungshypothese 242f.

Stufe 84f., 293.
Stufenschätzung 82f., 168.
Stufenskala 195, 197, 199, 201f.
Stufenweite 93.
Stufenwert des Abends 93.
Stundenwinkelfehler 151.
Subtangentenmethode 217.
Systematische Studien 342f.

Tafeln zur Bahnbestimmung 371f.
— zur Bestimmung der wahren Anomalie 323.
— für Extinktionswerte 162.
— für die Schleierkorrektion 138.
— der Transmissionskoeffizienten für versch. Wellenlängen 165.
Tauri SZ: 263.
— α: 57.
— λ: 223.
Temperatur von Fixsternen 76.
Translationsbewegung 63.
Transmissionskoeffizient 158, 163f.
Transparenz 118f., 150.
Triplett 39, 254.
Trifidnebel 363.
Tucanae 47: 368.

Universalphotometer 113.
Unperiodische V. 13.
Unregelmäßige V. 9, 15.
Uranometria nova 185.
— Argentina 185.
— Oxoniensis 179.
Ursae maioris W: 354.
— α, β, γ, δ, ε, ζ, η: 90.
Ursae minoris α (Polaris): 57, 90, 263, 265.
— β, γ, ε, ζ, η, λ: 90.
— δ: 90, 145.

Vierteljahrsschrift der *AG*, Klassifikation 20.
Vereinigung von Freunden der Astronomie u. kosmischen Physik (VAP) 5.
Verfinsterungsvariable 9f., 18f., 32, 194, 196, 222f., 283f., 315f., 350, 352f.
Vergleichsterne 82f., 117f., 128, 171, 195f.
Vergleichsternskala 195f.
Vergleichungsmethoden 82.
Verstärkerröhren 145
Verteilung der V. 281.
Verwandtschaft zwischen den verschiedenen Arten der V. 280.
Verzerrungen der Lichtkurve 196.
Virginis ST: 17, 365.
Vogelsche Spektralklassen 44f., 55.
Vorbereitungen zur Bahnbestimmung 330.
Voreingenommenheit 154f.
Vorsichtsmaßregeln 88f., 140, 171.
Vulpeculae T: 263.

Wahre Länge 321.
Wasserstofflinien 15, 37, 40, 54, 229, 252f.
Wellenlängeneinheit 41.
Wendepunkt 283, 304.
Wolf-Rayet-Sterne 45, 48.
Wortbezeichnung der Farben 68.

Yerkes Actinometry 120, 150, 182, 185.

Zäpfchen (coni) 79.
Zahlenbezeichnung der Farben 68.
Zeemaneffekt 253f.
Zeit 192f.
Zeitskala 125.
Zenitdistanz, Berechnung 167.
Zenitreduktion 167f.
Zirkumpolarsterne 90, 151.
Zöllnersche Hypothesen 232, 235, 244.
— Schlackentheorie 256.
Zöllnersches Photometer 102f., 105f., 108f., 111f., 146, 148, 150, 179f., 232f.
Zusatzglieder 247.
Zwergsterne 58.

Druckfehler und Verbesserungen.

S. 49 unter Fig. 12 lies: Sternspektren.

S. 109. Zur Beschreibung des Keilphotometers ist noch beizufügen: Zwischen Okular und Keil befinden sich zwei schmale Lamellen, die als dicke schwarze Linien in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen. Sie stehen senkrecht zur Verschiebungsrichtung des Keils und werden beim Beobachten parallel zur scheinbaren Bewegung der Sterne gestellt. Beim Messen wird der Stern auf die Mittellinie zwischen diesen beiden Lamellen gebracht, sie bezeichnet dann die Stelle, an der die Strahlen des Sterns den Keil durchsetzen.

S. 123 unter Fig. 25 lies: Schwärzungsdiagramm.

S. 177 Z. 27 v. oben: Äquatorialkoordinaten anstatt Aquatorialkoordinaten.

S. 189 Z. 13 v. oben: *Ichinohe* anstatt *Ichinoe.*

S. 253 Z. 21 v. oben: *Zeeman*-Effekt anstatt *Zeemann*-Effekt.

S. 256 Z. 19 v. unten und Anm. 2: *Klinkerfues* anstatt *Klinkerfuess.*

S. 266 Z. 11 v. unten: *Belopolsky*s anstatt *Belopolskys.*

S. 335: In der 2. und 3. Zeile des Rechenschemas müssen in der Spalte $\varkappa \cos^2 \vartheta$ + Zeichen anstatt der $\pm$ Zeichen stehen.

S. 347 Z. 15 v. oben: *Beljawsky* anstatt *Beljawski.*

Author Schiller, Karl
Title Einführung in das Studium der veränderlichen
200488
Astron.
S.

University of Toronto
Library

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET

Acme Library Card Pocket
Under Pat. "Ref. Index File"
Made by LIBRARY BUREAU